



# Fundamentos de Estatística

*Sammys Cesar Chaves da Fonseca*



Cuiabá - MT

2015

**Presidência da República Federativa do Brasil**  
**Ministério da Educação**  
**Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica**  
**Diretoria de Integração das Redes de Educação Profissional e Tecnológica**

© Este caderno foi elaborado pelo Centro de Educação Profissional de Anápolis - GO, para a Rede e-Tec Brasil, do Ministério da Educação em parceria com a Universidade Federal de Mato Grosso.

**Equipe de Revisão**

**Universidade Federal de Mato Grosso – UFMT**

**Coordenação Institucional**  
Carlos Rinaldi

**Coordenação de Produção de Material Didático Impresso**  
Pedro Roberto Piloni

**Designer Educacional**  
Neusa Blasques

**Designer Master**  
Daniela Mendes

**Diagramação**  
Tatiane Hirata

**Revisão de Língua Portuguesa**  
Patrícia Rahuan

**Centro de Educação Profissional de Anápolis – CEPA/GO**

**Coordenação Institucional**  
José Teodoro Coelho

**Equipe de Elaboração  
Comissão de Apoio à Produção**  
Elisa Maria Gomide  
Joicy Mara Rezende Rolindo  
Denise Mendes França

**Coordenador do Curso**  
Maria Cristina Alves de Souza Costa

**Projeto Gráfico**  
Rede e-Tec Brasil/UFMT



# Apresentação Rede e-Tec Brasil

Prezado(a) estudante,

Bem-vindo(a) à Rede e-Tec Brasil!

Você faz parte de uma rede nacional de ensino, que por sua vez constitui uma das ações do Pronatec - Programa Nacional de Acesso ao Ensino Técnico e Emprego. O Pronatec, instituído pela Lei nº 12.513/2011, tem como objetivo principal expandir, interiorizar e democratizar a oferta de cursos de Educação Profissional e Tecnológica (EPT) para a população brasileira, propiciando caminho de acesso mais rápido ao emprego.

É neste âmbito que as ações da Rede e-Tec Brasil promovem a parceria entre a Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica (Setec) e as instâncias promotoras de ensino técnico como os institutos federais, as secretarias de educação dos estados, as universidades, as escolas e colégios tecnológicos e o Sistema S.

A educação a distância no nosso país, de dimensões continentais e grande diversidade regional e cultural, longe de distanciar, aproxima as pessoas ao garantir acesso à educação de qualidade e ao promover o fortalecimento da formação de jovens moradores de regiões distantes, geograficamente ou economicamente, dos grandes centros.

A Rede e-Tec Brasil leva diversos cursos técnicos a todas as regiões do país, incentivando os estudantes a concluir o ensino médio e a realizar uma formação e atualização contínuas. Os cursos são ofertados pelas instituições de educação profissional e o atendimento ao estudante é realizado tanto nas sedes das instituições quanto em suas unidades remotas, os polos.

Os parceiros da Rede e-Tec Brasil acreditam em uma educação profissional qualificada – integradora do ensino médio e da educação técnica - capaz de promover o cidadão com capacidades para produzir, mas também com autonomia diante das diferentes dimensões da realidade: cultural, social, familiar, esportiva, política e ética.

Nós acreditamos em você!

Desejamos sucesso na sua formação profissional!

Ministério da Educação  
Julho de 2015

Nosso contato  
**[etecbrasil@mec.gov.br](mailto:etecbrasil@mec.gov.br)**



# Indicação de Ícones

Os ícones são elementos gráficos utilizados para ampliar as formas de linguagem e facilitar a organização e a leitura hipertextual.



**Atenção:** indica pontos de maior relevância no texto.



**Saiba mais:** oferece novas informações que enriquecem o assunto ou "curiosidades" e notícias recentes relacionadas ao tema estudado.



**Glossário:** indica a definição de um termo, palavra ou expressão utilizada no texto.



**Mídias integradas:** remete o tema para outras fontes: livros, filmes, músicas, *sites*, programas de TV.



**Atividades de aprendizagem:** apresenta atividades em diferentes níveis de aprendizagem para que o estudante possa realizá-las e conferir o seu domínio do tema estudado.



**Refleta:** momento de uma pausa na leitura para refletir/escrever sobre pontos importantes e/ou questionamentos.



## Palavra do Professor-autor

Caro estudante,

Vivemos atualmente em uma sociedade que produz enormes quantidades de dados todos os dias. Nesta era, regida pela tecnologia digital, tudo e todos trocam informações. Bilhões de ligações telefônicas, emails, transações financeiras são realizadas todos os dias. Milhões de pessoas utilizam serviços públicos relacionados à saúde, educação, segurança. E estes dados são registrados e armazenados em algum lugar para posterior análise e sistematização.

Neste contexto, a Estatística é uma ferramenta indispensável na tarefa de analisar esta enorme quantidade de dados. As técnicas estatísticas possibilitam que milhões de dados sejam organizados de tal forma que uma pessoa possa entender e tomar decisões baseadas nos resultados.

Deste modo pode-se até pensar que as técnicas estatísticas nasceram para atender este mundo contemporâneo em que se valoriza a rapidez e agilidade no processamento das informações. Porém, a utilização da estatística com suporte para a tomada de decisões é tão antiga quanto a civilização. Indícios da utilização de técnicas estatísticas são registradas desde que o homem começou a se reunir em grandes grupos. As necessidades de alimentar e proteger grandes populações geraram necessidades de relacionar o número de pessoas com a quantidade de alimento necessária para alimentar a população. Para a formação de exércitos era necessário uma contagem da população para saber qual o percentual da população estava apta a integrar o exército. Para sustentar a sociedade era necessário arrecadar impostos, portanto era essencial saber quanto cada um poderia pagar. Quanto mais complexa a sociedade se tornava, técnicas mais elaboradas eram necessárias para analisar e sistematizar a crescente quantidade de informações produzidas.

Apesar de estar presente na vida do homem desde a antiguidade, não há dúvida que os conteúdos de estatística, a cada dia, estão mais presentes nas necessidades de conhecimento de cada indivíduo, e um rol de conhecimentos básicos deve ser dominado. Utilizar diferentes registros gráficos, tabelas,



desenhos e esquemas, como recurso para sistematizar e analisar ideias, são conceitos essenciais ao indivíduo neste mundo contemporâneo.

Principalmente para você, que através deste curso técnico, estará habilitado a trabalhar em unidades escolares, a importância de dominar os conceitos básicos da estatística é fundamental. Centenas de alunos, dezenas de professores e disciplinas, milhares de notas geram uma quantidade substancial de dados que necessitam ser organizados, resumidos e sistematizados.

Desejo sucesso em mais esta etapa do curso!

Professor Sammys Cesar Chaves da Fonseca





# Apresentação da Disciplina

Prezado(a) estudante,

Ao longo desta disciplina, buscaremos introduzir gradativamente os principais conceitos da ciência Estatística necessários ao perfil do curso de Multi-meios Didáticos. Na primeira aula realizaremos um chamamento para o estudo, mostraremos um pouco das origens e conceitos básicos desta ciência, ressaltando sua extrema importância nas atividades do mundo moderno, desde as mais triviais do dia a dia das pessoas, até as decisões econômicas que afetam todo o país.

Logo após, na segunda aula, realizaremos uma revisão de alguns conceitos matemáticos essenciais ao estudo, tais como razão, proporção e porcentagem. Na aula três, trabalharemos também de forma rápida, com o sistema cartesiano ortogonal. Porque é nele que a maioria dos gráficos estatísticos são representados. Na quarta aula iniciaremos o estudo dos conceitos de estatística que permitirá a você o domínio das técnicas de elaboração de tabelas estatísticas.

Nas aulas sobre medidas de tendência central e de dispersão, iniciaremos o aprofundamento do estudo da estatística, possibilitando que você, depois de elaborar as tabelas e gráficos, consiga também, fazer algumas análises sobre o fenômeno estatístico estudado.

Assim, são muitos os conhecimentos que serão desenvolvidos nesse material didático. Fique atento e aproveite cada minuto para a construção do seu aprendizado. Vamos em frente.



# Sumário

<b>Aula 1. Conceitos básicos de estatística</b>	<b>13</b>
1.1 Introdução	13
1.2 História	14
1.3 Método estatístico	16
1.4 População e amostra	17
1.5 Variáveis	18
<b>Aula 2. Matemática básica para estatística</b>	<b>23</b>
2.1 Razões	23
2.2 Proporção	24
2.3 Porcentagens	28
<b>Aula 3. Coordenadas cartesianas</b>	<b>35</b>
3.1 Introdução	35
3.2 Plano cartesiano ortogonal	36
<b>Aula 4. Tabelas estatísticas</b>	<b>41</b>
4.1 Introdução	41
4.2 Tabelas	41
<b>Aula 5. Gráficos estatísticos</b>	<b>47</b>
5.1 Introdução	47
5.2 Gráficos estatísticos	48
<b>Aula 6. Séries estatísticas</b>	<b>55</b>
6.1 Séries	55
<b>Aula 7. Distribuição de frequências</b>	<b>61</b>
7.1 Introdução	61
7.2 Tipos de distribuição de frequências	62
7.3 Distribuição de frequências pontual	62
7.4 Distribuição de frequências em intervalo de classe	63
<b>Aula 8. Média aritmética</b>	<b>69</b>
8.1 Introdução	69



8.2 Média aritmética simples.....	69
8.3 Média aritmética ponderada.....	70
8.4 Média harmônica.....	72
8.5 Gráfico.....	72
<b>Aula 9. Moda e mediana.....</b>	<b>75</b>
9.1 Moda.....	75
9.2 Mediana.....	76
<b>Aula 10. Medidas de dispersão.....</b>	<b>81</b>
10.1 Introdução.....	81
10.2 Amplitude total.....	83
10.3 Variância .....	83
10.4 Desvio padrão.....	84
10.5 Integração de conceitos.....	86
10.6 Estudo de caso:.....	87
<b>Palavras Finais.....</b>	<b>90</b>
<b>Referências.....</b>	<b>91</b>
<b>Obras Consultadas.....</b>	<b>93</b>



# Aula 1. Conceitos básicos de estatística

## Objetivos:

- apontar a importância da ciência estatística para o mundo moderno e sua evolução histórica; e
- reconhecer os conceitos que formam a base do estudo da estatística.

O objetivo desta aula é mostrar-lhe a importância da ciência estatística para o mundo moderno, como também sua importância histórica e sua evolução. Introduziremos também, alguns conceitos que formam a base do estudo da estatística. Vamos então, dar início a nossa primeira aula!

## 1.1 Introdução

Desde o advento da era digital, a produção de dados cresce exponencialmente. Diariamente a civilização moderna produz o equivalente ao conteúdo da biblioteca do congresso americano (a maior do mundo) em apenas algumas horas. Produzir informações ficou muito fácil. Emails, mensagens de telefone, navegar pela internet, ir ao caixa eletrônico ou internet para realizar uma operação bancária, requisitar serviços em uma repartição pública. Todas estas ações geram muitos dados. Analisados e sistematizados esses dados geram conhecimentos que direcionam as estratégias de empresas ou fomentam nos governos a necessidade da elaboração de políticas públicas.

Para tornar possível ao ser humano analisar grandes quantidades de dados, estes têm que ser coletados, organizados e resumidos. A matemática que permite a manipulação e sistematização destas grandes quantidades de dados está em desenvolvimento a muitos séculos e foram reunidos na ciência da Estatística, que atualmente é essencial em quase todas as áreas do mundo moderno.

Portanto a coleta, o processamento, a interpretação e a apresentação de da-



dos numéricos, pertencem todos, aos domínios da estatística. Observamos a utilização de métodos estatísticos em quase todas as atividades que afetam diretamente nossas vidas, tais como: as decisões econômicas das empresas e governos são todas baseadas em dados estatísticos; a avaliação de controles de doenças e pragas; a análise de problemas de tráfego nas grandes cidades; os estudos dos efeitos de medicamentos; adoção de novas técnicas agrícolas; os estudos demográficos. A partir destes poucos exemplos, podemos notar a importância da Estatística como ferramenta necessária para a compreensão dos fenômenos que ocorrem nas mais diferentes áreas.



**A Estatística é uma ciência que se dedica ao desenvolvimento e ao uso de métodos para a coleta, resumo, organização, apresentação e análise de dados. (FARIAS; SOARES & CÉSAR, 2003)**



Não podemos escapar dos dados, assim como não podemos evitar o uso de palavras. Tal como palavras os dados não se interpretam a si mesmos, mas devem ser lidos com entendimento. Da mesma maneira que um escritor pode dispor as palavras em argumentos convincentes ou frases sem sentido, assim também os dados podem ser convincentes, enganosos ou simplesmente inócuos. A instrução numérica, a capacidade de acompanhar e compreender argumentos baseados em dados, é importante para qualquer um de nós. O estudo da estatística é parte essencial de uma formação sólida.” (MOORE, 2000 p. .... )”

Na sequência, vamos conhecer um pouco da história desta ciência.

## 1.2 História

Pelo que foi dito acima, pode parecer que a Estatística surgiu com a sociedade contemporânea. Mas isso não é verdade, desde que o ser humano começou a formar grandes comunidades, originando as primeiras civilizações, surgiu a necessidade, por parte dos governos destas comunidades, de uma coleta e organização de dados sobre sua população. Dados relacionados a força de trabalho disponível, ao recrutamento para as guerras, produção de alimentos e principalmente para o recolhimento de impostos.

A Estatística, desde a antiguidade, é tão fundamental para a existência do Estado, que o próprio significado original da palavra, “*Estudo do Estado*”, demonstrava que não é possível governar sem conhecer dados relativos à população, economia, recursos naturais. É o conhecimento provindo destes

levantamentos que torna possível elaborar as ações e políticas de governo.



**Figura 1 - Egípcio**  
Fonte: autor

A história registra grandes levantamentos estatísticos, principalmente relativos a levantamento de populações. Um dos mais conhecidos, foi registrado na Bíblia, ordenado pelo imperador Augusto Cesar, que estabeleceu que todas as pessoas que viviam no domínio do império deviam se registrar, para que fosse feita uma contagem da população. Para isso deviam se deslocar até a cidade de origem. Foi então que São José e a Virgem Maria saíram de Nazareth, na Galileia, para Belém, na Judeia, para responder ao censo. E enquanto estavam na cidade, Jesus Cristo nasceu.

Mas, bem antes do nascimento de Cristo, a história já registrava outros grandes levantamentos estatísticos, dos quais os mais importantes foram:

**Quadro 1.1**

Período	Levantamento Estatístico
3050 a.C.	Egípcios fazem estudo da riqueza da população do Egito, cuja finalidade era averiguar quais eram os recursos humanos e econômicos disponíveis para construção das pirâmides
2000 a.C.	Governo chinês faz recenseamento populacional
1500 a.C.	Dados de mortos em guerras registrados no velho testamento
1400 a.C.	O faraó egípcio Ramsés II ordenou um levantamento das terras do Egito
1100 a.C.	Registros de dados em livros da dinastia Chinesa
400 a.C.	Estabelecido o Censo Romano

Fonte: História da Estatística (2006)

Em períodos mais recentes, podemos agrupar a evolução da ciência estatís-



tica em quatro grandes fases.

**Quadro 1.2**

Fase	Evoluções
Fase 1	Pepino, no ano de 758, e Carlos Magno, em 762, realizaram estatísticas sobre as terras que eram propriedade da Igreja. Estas foram as únicas estatísticas importantes desde a queda do Império Romano.
Fase 2	Na Inglaterra, no século XVII, já se analisavam grupos de observações numéricas referentes à saúde pública, nascimentos, mortes e comércio. Destacam-se, neste período John Graunt (1620-1674) e William Petty (1623-1687) que procuraram leis quantitativas para traduzir fenômenos sociais e políticos.
Fase 3	Inicia-se, no século XVII, o desenvolvimento do Cálculo das Probabilidades que, juntamente com os conhecimentos estatísticos, redimensionou a Estatística. Nesta fase, destacam-se: Fermat (1601-1665), Pascal (1623-1662) e Huygens (1629-1695).
Fase 4	No século XIX, inicia-se a última fase do desenvolvimento da Estatística, alargando e interligando os conhecimentos adquiridos nas fases anteriores. Nesta fase, a Estatística não se limita apenas ao estudo da Demografia e da Economia, como antes; agora, o seu campo de aplicação se estende à análise de dados em Biologia, Medicina, Física, Psicologia, Indústria, Comércio, Meteorologia, Educação, etc. Destacam-se no período, Ronald Fisher (1890-1962) e Karl Pearson (1857-1936).

Fonte: História da Estatística (2006)

Você teve a oportunidade de conhecer um pouco da história da estatística, esperamos que tenha gostado. Dando continuidade aos estudos desta aula, vamos tratar do método estatístico e suas etapas.

## A-Z

**Método:** é um meio mais eficaz para atingir determinada meta.

## 1.3 Método estatístico

### Mas, o que é método?

Praticamente todos os fenômenos naturais, relacionais e comportamentais que envolvem o ser humano possuem componentes aleatórios, por exemplo, o comportamento de consumo dos consumidores das classe C e D do Brasil, possui vários componentes: renda média, faixa etária, emprego, inflação, entre outros. O estudo destes fenômenos exige um método matemático, e a estatística é este método.



**A estatística é uma parte da matemática aplicada que fornece métodos para coleta, organização, descrição, análise e interpretação de dados e para a utilização dos mesmos na tomada de decisões.**

Os fenômenos aleatórios se destacam porque eles se repetem e estão associados a uma variabilidade. Observa-se que na repetição de um fenômeno aleatório, que os resultados se distribuem com certa regularidade, geralmente acentuada em termos de frequência.



O método estatístico está fundamentado na representação e explicação sistemática das observações quantitativas do fenômeno que se deseja estudar e sua representação analítica através de gráficos e tabelas.

### 1.3.1 Etapas do método estatístico

Quadro 1.3

Etapa	Descrição
Planejamento	Nesta fase é determinado o objetivo do estudo e são escolhidos os métodos que serão utilizados durante o estudo
Coleta de dados	Nesta fase é realizada a coleta dos dados. Pode ser do tipo direta ou indireta. A direta ocorre quando os dados são coletados pelo próprio pesquisador através de questionários ou quando é feito sobre elementos informativos de registro obrigatório (nascimentos, óbitos, compra e venda de mercadorias). A do tipo direta pode ser classificada quanto ao fator de tempo como contínua, periódica e ocasional. (Fonte: Portal da Educação)
Crítica dos dados	Nesta fase os dados obtidos devem ser criticados à procura de falhas no planejamento, aquisição e armazenamento dos dados
Apuração dos dados	Aqui, os dados são processados mediante critérios de classificação que foram definidos na fase de planejamento
Exposição ou apresentação dos dados	Nesta fase, segundo Crespo (1999), os dados são apresentados através de tabelas ou gráficos, seguindo os critérios determinados no planejamento e utilizados no processamento dos dados. A exposição dos dados tem o objetivo de facilitar a análise daquilo que é objeto do estudo estatístico. Disponível em: < <a href="http://pt.scribd.com/doc/19754940/Estatistica-Parte-1-e-2">http://pt.scribd.com/doc/19754940/Estatistica-Parte-1-e-2</a> > Acesso em : 19 ago. 2013.
Análise	Esta última etapa do processo estatístico consiste em tirar conclusões sobre os dados levantados e processados, inferindo conclusões sobre o todo (população) a partir de dados coletados de uma parte representativa da população (amostra)

As etapas de coleta, organização e descrição dos dados pertencem à chamada **Estatística Descritiva**, enquanto análise e a interpretação dos dados, ficam a cargo da **Estatística Indutiva ou Inferencial**.

Na sequência, veremos o que é população estatística e amostra. Vamos lá!

## 1.4 População e amostra

Inicialmente, vamos a uma definição de população estatística.

População estatística é toda pesquisa estatística e sempre enfrenta o dilema de estudo da população ou da amostra. Um estudo contendo toda a população seria em termos de precisão dos resultados sempre o ideal. Mas, quase sempre a população que compõe um fenômeno estatístico é muito grande. A alternativa praticada nestes casos é o trabalho com uma amostra da população.

#### A-Z

"A **estatística descritiva** é um ramo da estatística que aplica várias técnicas para descrever e sumarizar um conjunto de dados. Se diferencia da **estatística inferencial**, ou estatística indutiva, pelo objetivo: organizar, sumarizar dados ao invés de usar os dados em aprendizado sobre a população. Esse princípio faz da estatística descritiva independente." Wikipédia



Quando não é possível estudar, exaustivamente, todos os elementos da população, estudam-se só alguns elementos, a que damos o nome de **Amostra**. Representa um subconjunto da população, fração ou uma parte do grupo.



*Amostra: “Não é preciso comer um bolo inteiro para ver se é bom”*

*Ditado Popular*

Em estatística, a população é classificada como finita e infinita.

- **Finita:** quando o número de elementos de um grupo não é muito grande. Neste caso o estudo estatístico poder ser realizado com toda população.

Exemplo: Escolas públicas de um determinado município. Se observarmos o grupo chegaremos à conclusão que o estudo pode ser realizado com todas, neste caso a população de escolas é finita.

- **Infinita:** o número de elementos é muito elevado, não sendo possível utilizar toda população no estudo estatístico. Para este caso, utiliza-se a Amostra.

Exemplo: Consultar toda a população da cidade da São Paulo sobre determinado tema é inviável na maioria dos casos. Se a consulta for considerada inviável, podemos considerar a população infinita.

Mostramos que o estudo estatístico pode ser realizado com toda a população, quando o número de elementos do grupo é pequeno ou com apenas uma amostra da população, quando o número de elementos do grupo é muito grande. Em seguida, vamos tratar das variáveis.

## 1.5 Variáveis

Estatística variável é o conjunto de resultados possíveis de um determinado fenômeno. É uma característica qualquer de interesse que pode ser associado à população ou à amostra para ser estudada estatisticamente.

Exemplo:



- Para o fenômeno “sexo” são dois os resultados (variáveis) possíveis: masculino e feminino. Como os resultados são finitos, temos uma variável discreta.
- Para o fenômeno “cor dos olhos” existe um número de resultados possíveis: preto, castanho, azul, verde etc. Neste caso também, os resultados são finitos, a variável é discreta
- Para o fenômeno “estatura” temos um número infinito de valores dentro de um determinado intervalo. Temos, neste caso, uma variável contínua.

**Fenômeno Estatístico: é qualquer evento que se pretenda analisar, cujo estudo seja possível da aplicação do método estatístico.**



Quanto ao tipo, as variáveis podem ser classificadas em:

- **Quantitativa** - quando seus valores são expressos em números. Podem assumir, teoricamente, qualquer valor entre dois limites. Quando isso acontece, recebe o nome de variável contínua. Uma variável que só pode assumir valores pertencentes a um conjunto enumerável recebe o nome de variável discreta.
- **Qualitativa** - quando seus valores são expressos por atributos: sexo, cor da pele etc.

**Variável Contínua: pode assumir qualquer valor entre dois limites.**



**Variável Discreta: assume somente valores pertencentes a um conjunto enumerável.**

## Atividades de aprendizagem



1. Em uma escola de ensino médio foi realizada uma pesquisa estatística com o objetivo de traçar o perfil familiar dos alunos. Foram escolhidas uma série de variáveis para serem analisadas. Cada aluno recebeu um questionário para responder. As questões do questionário abordavam os seguintes assuntos.

Sexo;

Idade do aluno;



Repetiu alguma série do ensino médio;

Trabalha para ajudar a família;

Profissão dos pais;

Número de anos de estudo dos pais;

Tempo que passa vendo televisão.

**a)** classifique cada uma das variáveis estatísticas em qualitativa ou quantitativa.

**b)** das variáveis classificadas como quantitativas, classifique-as como discreta ou contínua.

**2.** Para cada um dos seguintes fenômenos, diga se são quantitativos ou qualitativos e indique quatro possíveis valores ou modalidade para cada um:

**a)** cor do cabelo

**b)** idade

**c)** número de filhos de um casal

**d)** distância de casa ao trabalho

**e)** local de nascimento

**3.** Para cada uma das situações abaixo, identifique a população e a amostra correspondente:

**a)** A fim de avaliar a intenção de voto para Brasil, 10.000 pessoas foram entrevistadas em cidades brasileiras.

**b)** Para verificar a audiência de um programa de TV, indivíduos foram entrevistados com relação ao canal em que estavam sintonizados.

**c)** Para avaliar a eficácia de uma campanha de vacinação no Estado do Rio de Janeiro, mães de recém-nascidos durante o primeiro semestre de 2012,



foram indagadas a respeito da última vez em que vacinaram os seus filhos.

**4.** Classifique cada uma das variáveis abaixo em qualitativa, quantitativa discreta ou quantitativa contínua:

- a)** Renda Familiar;
- b)** Grau de Escolaridade;
- c)** Número de computadores em uma unidade escolar;
- d)** Grau de satisfação da população de uma cidade com a administração municipal;
- e)** O volume de petróleo extraído por hora de uma jazida;
- f)** Intenção de voto para presidente.

Finalizamos nossa primeira aula, na qual tratamos dos conceitos básicos de estatística. Na próxima aula estudaremos razões, proporções e porcentagem. Até lá!



## Aula 2. Matemática básica para estatística

### Objetivos:

- conceituar razão e proporção;
- identificar as propriedades das proporções;
- efetuar cálculos com porcentagem; e
- aplicar os conceitos de razão, proporção e porcentagem na resolução de problemas.

Antes de nos aprofundarmos no mundo da Estatística, existem alguns conceitos matemáticos que necessitam estar bem claros, porque são bastante utilizados na estatística. Nesta aula vamos relembrar razão, proporção e porcentagem, visando facilitar a compreensão dos conceitos estatísticos que serão apresentados nas próximas aulas.

### 2.1 Razões

A imagem a seguir é muito comum de ser vista nas estradas brasileiras, ela indica a velocidade máxima permitida em uma rodovia.



**Figura 2 - Placa**  
Fonte: autor



A placa de velocidade é um exemplo de razão matemática. Representa a divisão da distância percorrida pelo tempo gasto.

Portanto, razão matemática representa uma comparação, divisão ou relação entre duas **grandezas**. No caso da placa de velocidade máxima, as grandezas são quilômetro (km) e hora (h).

## A-Z

**Grandeza:** Pode ser entendido como tudo que pode ser medido e contado. A altura de uma casa, o volume de água de uma piscina, o peso de um corpo, a quantidade de frutas em uma fruteira, entre outros, são grandezas.

A origem da palavra razão, vem do latim *ratio*, que significa divisão. A razão é regida pela seguinte propriedade fundamental:

Dados dois números A e B, nesta ordem e com B diferente de zero, a razão entre eles é definida como sendo o quociente entre A e B, que podem ser representados de duas formas:  $A : B$  ou a fração  $\frac{A}{B}$ . Lemos: A está para B

$$\frac{A \rightarrow \text{antecedente}}{B \rightarrow \text{consequente}}$$

### 2.1.1 Vamos exemplificar?

Se em uma escola de ensino fundamental, existem 24 servidores administrativos e 32 professores, qual seria a razão matemática entre estas duas grandezas:

$$\frac{24 \text{ servidores}}{32 \text{ professores}} = \frac{24}{32} = \frac{24 : 4}{32 : 4} = \frac{6}{8}$$

A razão entre servidores administrativos e professores é  $\frac{6}{8}$  e significa que existem 6 servidores para cada 8 professores.

Dando continuidade, vamos tratar da proporção.

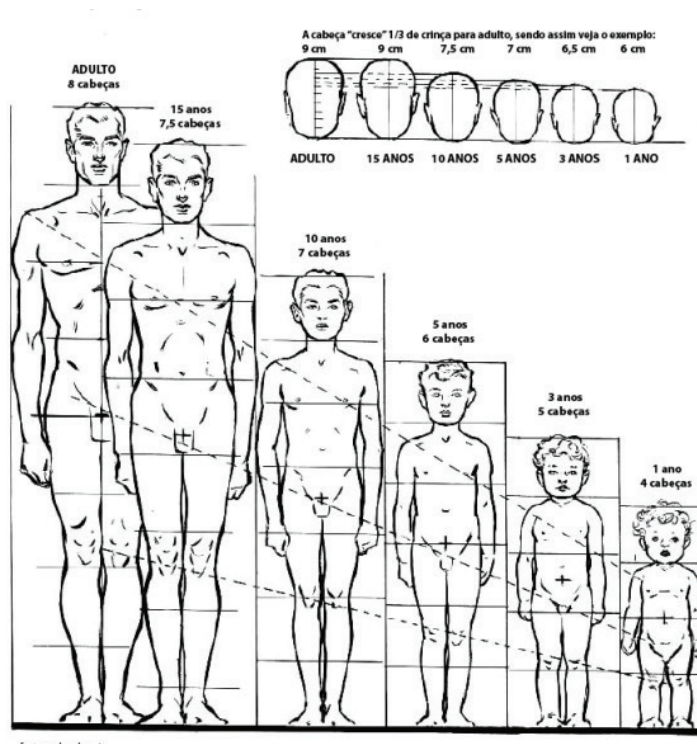
## 2.2 Proporção

Quem estuda desenho e pintura ouve muito a palavra proporção durante o transcorrer do curso. Desenhar e pintar é trabalhar com proporções. Quando um pintor representa uma determinada paisagem em um quadro ele está utilizando intensamente o conceito de proporção. A imagem representada a seguir, é uma representação clássica das proporções de um ser humano. Todo bom desenhista deve conhecer bem estas proporções. O desenho rela-





ciona o tamanho da cabeça com o corpo, formando a proporção.



**Figura 3 - Proporção**

Fonte: Andrew Loomis

- Proporção do corpo de um adulto: 8 cabeças
- de uma criação de 10 anos : 7 cabeças
- de um bebê de 1 ano: 4 cabeças.

Matematicamente, proporção são comparações entre duas razões, relembrando que a razão é a divisão entre dois números A e B, tal que  $B \neq 0$ .

Considerando os números A, B, C, D, podemos representar a proporção entre as razões  $\frac{A}{B}$  e  $\frac{C}{D}$

$$\frac{A}{B} = \frac{C}{D} \rightarrow \frac{\text{extremo}}{\text{meio}} = \frac{\text{meio}}{\text{extremo}} \rightarrow A \cdot D = B \cdot C$$

**Propriedade Fundamental : O produto dos meios é igual ao produto dos extremos**





### 2.2.1 Propriedades das proporções:

**Primeira** - O produto dos meios é igual ao produto dos extremos

$$\frac{A}{B} = \frac{C}{D} \rightarrow A \cdot D = B \cdot C$$

**Segunda** - A soma ou a diferença dos dois primeiros termos está para o primeiro, ou para o segundo termo, assim como a soma ou a diferença dos dois últimos termos está para o terceiro, ou para o quarto termo.

$$\frac{A}{B} = \frac{C}{D} \rightarrow \frac{A+B}{A} = \frac{C+D}{C}$$

**Terceira** - A soma ou diferença dos antecedentes está para a soma ou a diferença dos consequentes, assim como cada antecedente está para o seu respectivo consequente.

$$\frac{A}{B} = \frac{C}{D} \rightarrow \frac{A+C}{B+D} = \frac{A}{B}$$

### 2.2.2 Aplicação

As proporções possuem uma grande aplicabilidade em nossa vida cotidiana. Utilizamos proporções, muitas vezes ao dia, mesmo sem saber. Vamos, através de um pequeno exemplo, ver a aplicação cotidiana das proporções.



**Figura 4 - Supermercado**

Fonte: autor

Imagine que estamos em um supermercado e desejamos comprar carne para o churrasco de domingo. Sabendo que uma pessoa come em média 250 gramas de carne, e que 15 pessoas irão comparecer no churrasco, fa-



zemos a conta.

$$250 \text{ gramas} \times 15 \text{ pessoas} = 3750 \text{ gramas} = 3,75 \text{ kg}$$

Se o açougueiro diz que o quilo custa R\$ 14,00, continuamos nossos cálculos.

$$14 \times 3,75 = 52,5 \text{ reais} \rightarrow 52 \text{ reais e } 50 \text{ centavos}$$

Este exemplo é tão cotidiano, que não enxergamos a utilização das propriedades das proporções. Mas o que foi feito foi a aplicação da proporção entre duas razões. Vamos ver como:

razão : Preço/Kg

$$\frac{14 \text{ reais}}{1 \text{ kg}} = \frac{x \text{ reais}}{3,75 \text{ kg}} \rightarrow 14 \cdot 3,75 = 1 \cdot x \rightarrow x = 52,5 \text{ reais}$$

aplicando a propriedade: " o produto dos extremos é igual ao produto dos produtos do meio "

Esta operação é denominada **regra de três**. A proporcionalidade é utilizada no intuito de calcular o quarto valor com base nos três estabelecidos.

Vamos compreender estes conceitos nos dois exemplos demonstrados a seguir:

1. Se nos é informado que 14, 18, 84 e y formam, nessa ordem uma proporção, qual o valor de y.

$$\frac{14}{18} = \frac{84}{y} \rightarrow \frac{14 : 14}{18} = \frac{84 : 14}{y} \rightarrow \frac{1}{18} = \frac{6}{y}$$

$$y = 18 \cdot 6 \rightarrow y = 108$$

2. Este próximo exemplo mostra bem a utilidade das proporções em atividades do dia a dia. Uma dona de casa deseja fazer um bolo de cenoura. Ela retira a receita de um *site* especializado na internet (Tudo Gostoso).



### Ingredientes - **8 porções**

- 1/2 xícara (chá) de óleo
- 3 cenouras médias raladas
- 5 ovos
- 2 xícaras (chá) de açúcar
- 2 1/2 xícaras (chá) de farinha de trigo
- 1 colher (sopa) de fermento em pó

Só que tem um problema. A dona de casa deseja uma receita para fazer 14 porções do bolo. O primeiro passo a se fazer para montar a nova receita seria descobrir a razão entre as duas porções. A da receita é a desejada.

$$\frac{14}{8} = 1,75$$

Agora, para encontrar os quantitativos para 14 porções basta multiplicar todas as quantidades por 1,75. Para a cenoura teríamos:

$$- 3 \text{ cenouras médias raladas: } 3 \cdot 1,75 = 5,25 \text{ cenouras}$$

Como era necessário encontrar os novos valores para vários itens, utilizou-se calcular primeiro a razão entre as porções. Mas poderíamos fazer o cálculo montado uma proporção e resolvendo pela regra de três.

$$\frac{14}{8} = \frac{x}{3} \rightarrow 14 \cdot 3 = 8 \cdot x \rightarrow x = 5,25$$

Para encontrar a receita para 14 porções, basta executar o mesmo procedimento para o restante dos itens da receita.

Na sequência, vamos relembrar outro assunto importante, a porcentagem.

## 2.3 Porcentagens

A imagem a seguir demonstra como o conceito de porcentagens está presente em nosso dia a dia. Toda vez que entramos em uma loja para comprar ou pagar um carnê atrasado estamos exercitando o conceito de porcentagem.



**Figura 5 - Queimas de Estoque**

Fonte: autor

Quando compramos sempre negociamos algum tipo de desconto com o vendedor. Quando pagamos alguma conta em atraso geralmente é nos cobrado juros. E tanto o desconto quanto os juros são expressos como porcentagem.

- A vista tem 15 % de desconto
- Cobrar 1% ao mês de atraso
- A partir do 10 dias de atraso cobrar 5% de multa

Mas o que significa cobrar 5% de multa sobre uma conta? Significa que estamos tomando por base 100 unidades. Ou seja, para cada R\$ 100,00 do valor, iremos cobrar R\$ 5,00 de juros. Se uma mercadoria custar R\$ 400,00 significa que 5% de juros serão R\$ 20,00. Para esclarecer vamos ver estes exemplos:

- O botijão de gás de cozinha teve um aumento de 12%. Significa que em cada R\$ 100,00 houve um acréscimo de R\$12,00.
- O cliente recebeu um desconto de 20% sobre o valor total da compra. Significa que em cada R\$100,00 foi dado um desconto de R\$20,00.
- Dos jogadores que jogam no Barcelona, 80% são craques. Significa que em cada 100 jogadores que jogam no Barcelona, 80 são craques.



Podemos perceber que o conceito de porcentagem é muito utilizado principalmente nas áreas de economia e finanças, sendo utilizada para expressar índices financeiros, capitalizar empréstimos e aplicações, taxas de juros, inflações, deflações, entre outros.



**Porcentagem ou razão centesimal são as razões cujo termo consequente é igual a 100. Representamos a porcentagem através do símbolo %.**



A **porcentagem** ou **porcentagem** (do latim *per centum*, significando "por cento", "a cada centena") é uma medida de razão com base 100 (cem). É um modo de expressar uma proporção ou uma relação entre 2 (dois) valores (um é a parte e o outro é o inteiro) a partir de uma fração cujo denominador é 100 (cem), ou seja, é dividir um número por 100 (cem).

Vamos retomar um exemplo utilizado no item 2.1, calculando sua forma porcentual.

Se em uma escola existem 24 servidores administrativos e 32 professores a razão entre os servidores e professores é:

$$\frac{24}{32} = \frac{24 : 4}{32 : 4} = \frac{6}{8}$$

Resultado do quociente entre 6 e 8 é a forma decimal 0,75. Isto significa que 6 equivale a 75% de 8; 75% nada mais é que uma razão de antecedente igual a 75 e consequente igual a 100. Esta relação é chamada de razão centesimal.

Vamos reforçar mais um pouco o conceito de razão centesimal com mais um exemplo: em uma escola, o salário dos professores é de R\$ 2.500,00 e dos servidores administrativos é de R\$ 1.300,00. Qual é a razão centesimal entre os salários dos servidores e professores?

$$\frac{1300}{2500} = 0,52 \rightarrow \frac{52}{100} = 52\%$$

A razão centesimal entre os valores é 0,52, ou 52%. Significa que o servidor administrativo ganha 52% do salário do professor;

### 2.3.1 Fator de multiplicação

Uma outra forma de se trabalhar com porcentagem é com o conceito de fator de multiplicação, utilizado para calcular um acréscimo ou decréscimo em um valor. Por exemplo, se há um acréscimo de 25% a um determinado valor, podemos calcular o novo valor apenas multiplicando esse valor por 1,25. Se for um decréscimo, o fator de multiplicação é encontrado subtraindo-se a



taxa de desconto (na forma decimal) do numeral 1.

Tipo de Fator	Taxa	Fator de Multiplicação
Acréscimo	10%	$1 + 0,10 = 1,10$
Acréscimo	47%	$1 + 0,47 = 1,47$
Desconto	10%	$1 - 0,10 = 0,9$
Desconto	35%	$1 - 0,35 = 0,65$

Vamos fixar esses conceitos com os três exemplos a seguir:

**1.** Uma televisão é vendida em até três prestações mensais e iguais, totalizando o valor de R\$ 680,00. À vista, a loja oferece um desconto de 15% sobre o preço a prazo. Qual o preço da mercadoria à vista ?

$$15\% = 15/100 = 0,15$$

**Calculando o desconto =  $1 - 0,15 = 0,85$  -> Fator de multiplicação**

$$\text{Valor a vista} \rightarrow 680 * 0,85 = \text{R\$ } 578,00$$

**2.** O FGTS (Fundo de Garantia por Tempo de Serviço) é um direito do trabalhador com carteira assinada, no qual o empregador é obrigado por lei a depositar em uma conta na Caixa Econômica Federal o valor de 8% do salário bruto do funcionário. Esse dinheiro deverá ser sacado pelo funcionário na ocorrência de demissão sem justa causa. Determine o valor do depósito efetuado pelo empregador, calculado o FGTS sobre um salário bruto de R\$ 1.600,00.

**Utilizando razão centesimal**

$$8\% = 8/100 = 0,08$$

$$\text{Valor do Depósito Mensal} \rightarrow 0,08 \times 1600 = \text{R\$ } 128,00$$

**3.** Em uma escola de ensino médio, com 560 alunos, 120 utilizam bicicletas como transporte. Expresse em porcentagem a quantidade de alunos que utilizam bicicleta.

**Pode-se utilizar a técnica da regra de três simples para resolver o problema.**



Alunos  $\rightarrow 120 \text{ ----- } 560$

Porcentagem  $\rightarrow x \text{ ----- } 100\%$

$$\frac{120}{x} = \frac{560}{100} \rightarrow \frac{120}{x} = \frac{56}{10} \rightarrow 120 * 10 = x * 56 \rightarrow$$

$$x = \frac{1200}{56} \quad x = 21,48$$

**Portanto, 21,48% dos alunos utilizam bicicletas.**

Acabamos de estudar três conteúdos importantes para esta disciplina, razão, proporção e porcentagem. Agora, vamos ao exercício que funciona como uma revisão da aula.



### Atividades de aprendizagem

**1.** (IBMEC - 2008) Num supermercado, são vendidas duas marcas de sabão em pó, 'Limpinho', a mais barata, e 'Cheiroso', 30% mais cara do que a primeira. Dona Nina tem em sua carteira uma quantia que é suficiente para comprar 10 caixas de 1 kg do sabão Limpinho, mas não pode comprar as mesmas 10 caixas de 1kg do sabão Cheiroso. Seja M o maior número de caixas de 1kg do sabão Cheiroso que dona Nina pode comprar com a quantia que tem em sua carteira. Nessas condições, M vale, no mínimo.

**a)** 9                      **b)** 7                      **c)** 8                      **d)** 6                      **e)** 5

**2.** Se R\$ 2.400,00 devem ser divididos em 3 partes diretamente proporcionais a 3, 4 e 5, qual o valor de cada parte ?

**3.** Calcule a porcentagem de homens e mulheres que trabalham em uma escola, sabendo-se que nessa escola existem 45 mulheres e 25 homens.

**4.** Determine a porcentagem de notas negativas de uma turma de 30 alunos, sabendo que 18 tiraram notas positivas.

**5.** O peso de uma sacola em kg, esta para o peso de uma outra sacola também em kg, assim como 32 está para 28. Quanto pesa cada uma das sacolas, sabendo-se que juntas elas pesam 15 kg?

**6.** Os seguintes números,  $x$ , 15, 15 e 9, todos diferentes de zero, formam





nesta ordem uma proporção. Qual o valor da terceira?

Finalizamos mais uma aula. É importante prestar muita atenção nos exercícios, pois eles funcionam como revisão dos conteúdos abordados na aula. Vamos em frente!





# Aula 3. Coordenadas cartesianas

## Objetivos:

- localizar pontos e segmentos de reta no plano cartesiano; e
- calcular a distância entre dois pontos.

A forma mais comum de representação de dados estatísticos é através de gráficos. E a maioria dos tipos de gráficos necessita de um sistema de coordenadas para ser representado, sendo que, o mais utilizado é o sistema de coordenadas cartesianas. Nesta aula, vamos revisar os conceitos principais deste sistema de coordenadas, necessários ao desenvolvimento e compreensão de gráficos.

## 3.1 Introdução

Em matemática, um sistema de coordenadas é um sistema para se especificar uma posição de um dado ponto em um espaço  $n$ -dimensional. Um bom exemplo para compreender a localização de uma posição em um espaço dimensional é o conceito utilizado para localização de endereços. O que é necessário para os correios entregar uma correspondência?



**Figura 6 - Mapa cartográfico**

Fonte: autor



É necessário um endereço, geralmente formado pelo nome de uma rua e o número da residência. Sem estes dois elementos não é possível a entrega de uma correspondência pelos correios. No mapa da figura 3.1, o endereço seria: Av. Brasil nº 13. Este endereço formado pela rua e o número, localiza uma posição no plano dimensional de uma cidade.



Durante a Idade Moderna **René Descartes** também era conhecido por seu nome latino **Renatus Cartesius**. Notabilizou-se sobretudo por seu trabalho revolucionário na filosofia e na ciência, mas também obteve reconhecimento matemático por sugerir a fusão da álgebra com a geometria - fato que gerou a geometria analítica e o sistema de coordenadas que hoje leva o seu nome. Na mesma época de Descartes, outro matemático francês, Pierre Fermat (1601-1665), de forma independente, também realizou estudos na área, chegando às mesmas conclusões de Descartes. Portanto, a base da Geometria Analítica deve ser creditada aos dois. (autor, ano, página) mod dolenibh eros texto

### 3.2 Plano cartesiano ortogonal

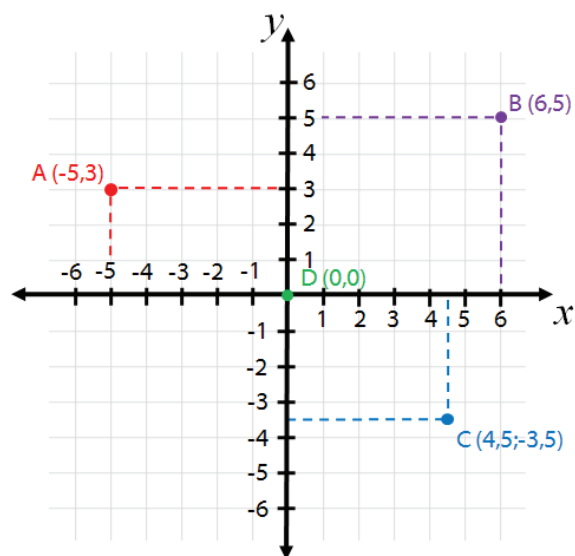
O sistema cartesiano ortogonal foi criado pelo matemático e filósofo francês **René Descartes** (1596-1650). Em 1619, enquanto desenvolvia estudos sobre álgebra, Descartes percebeu que poderia construir gráficos a partir de equações, criando assim, a geometria analítica.



**Figura 7 - René Descartes**

Fonte: autor

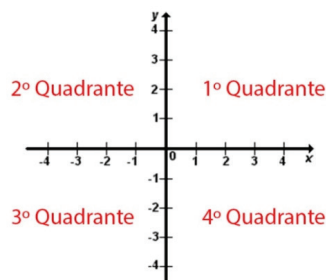
Plano cartesiano ou espaço cartesiano é um plano que tem como referência dois eixos perpendiculares, sendo o horizontal chamado de eixo das abscissas (eixo x) e o vertical de eixo das ordenadas (eixo y). A intersecção dos eixos, determina a origem do sistema (0,0). É utilizado para representar graficamente a localização de pontos em um determinado plano.



**Figura 8 - Plano Cartesiano**

Fonte: autor

Os eixos perpendiculares (abscissa e ordenada), dividem o espaço em quatro setores ou quadrantes.



**Figura 9 - Quadrantes do Plano Cartesiano**

Fonte: autor

Os quadrantes são dispostos no sentido anti-horário.

Vamos ver como é feita a representação de pontos no sistema de coordenadas cartesianas.

### 3.2.1 Representação de pontos no plano cartesiano

A representação de pontos no plano é feita através dos chamados pares ordenados, um par de números, em que o primeiro representa um valor no eixo das abscissas (x) e o segundo um valor no eixo das ordenadas (y).

**Par ordenado  $\rightarrow (x, y)$**



A origem do sistema cartesiano possui par ordenado  $(0, 0)$

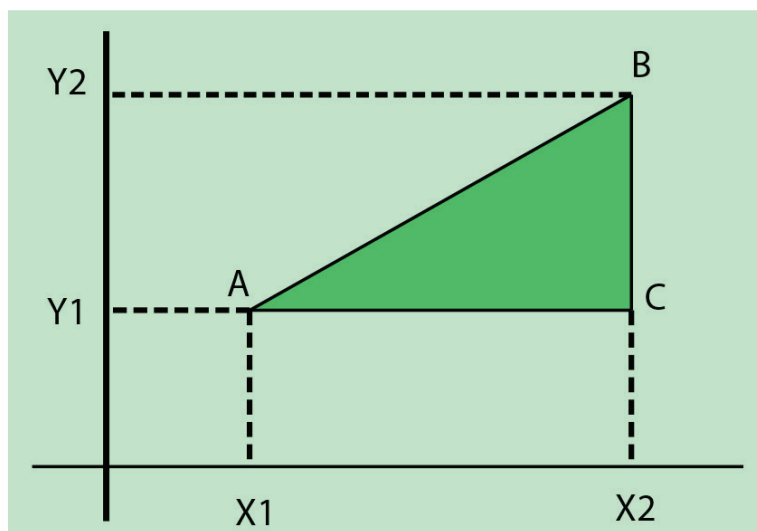




Por exemplo: o ponto B da figura 3.3, B (6,5) tem abscissa 3 e ordenada 5.

### 3.2.2 Representação de retas no plano

Agora que já sabemos localizar um ponto (par ordenado) no plano cartesiano, vamos avançar mais um pouco e aprender como representar um segmento de reta. E mais, vamos aprender a calcular o comprimento deste segmento de reta representado no plano cartesiano. Não iremos avançar mais além deste conceito. Isso já será suficiente para nos possibilitar trabalhar com gráficos no plano cartesiano.



**Figura 10 - Reta no Plano**

Fonte: autor

Dados os pontos A(X1, Y1) e B(X2, Y2), podemos encontrar a distância entre A e B, traçando-se as projeções destes pontos sobre os eixos coordenados e identificando um triângulo retângulo no gráfico e a partir daí, utiliza-se o Teorema de Pitágoras.

Note que o segmento AB é a hipotenusa do triângulo ABC, e a medida de AB corresponde à distância entre estes dois pontos. Aplicando-se o Teorema de Pitágoras, teremos:

$$AB^2 = CA^2 + BC^2$$

Sabendo-se que  $AC = X2 - X1$  e  $BC = Y2 - Y1$  e  $AB = d$  (distância)

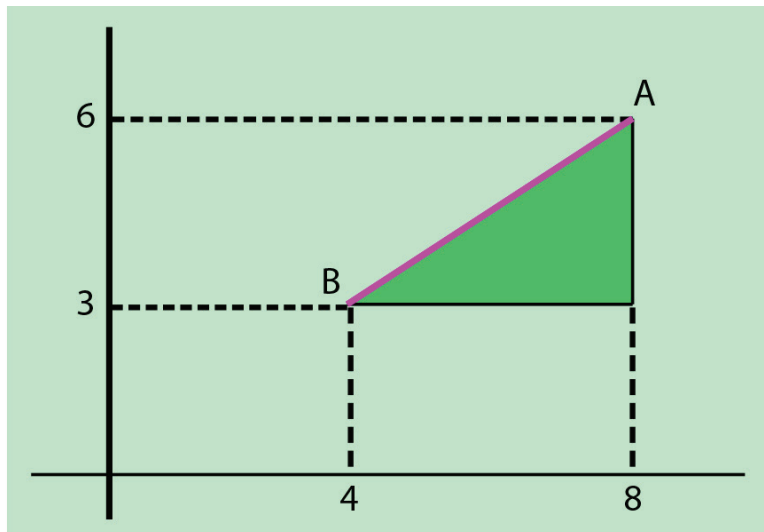
$$d^2 = (X2 - X1)^2 + (Y2 - Y1)^2$$

$$d = \sqrt{(X2 - X1)^2 + (Y2 - Y1)^2}$$



Ou seja, para calcular a distância entre dois pontos no plano, basta fazer as diferenças entre as coordenadas de cada um dos pontos e elevar ao quadrado, contudo são coordenadas do eixo X com coordenadas do eixo X e de forma análoga para as coordenadas do eixo Y.

Vamos fixar melhor este conteúdo através do exemplo a seguir: a distância entre os pontos A(8, 6) e B(4, 3) é



**Figura 11 - Distância entre pontos**

Fonte: autor

$$\begin{aligned}d &= \sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2} \\d &= \sqrt{(8 - 4)^2 + (6 - 3)^2} \rightarrow d = \sqrt{(4)^2 + (3)^2} \\d &= \sqrt{16 + 9} \rightarrow d = \sqrt{25} \\d &= 5\end{aligned}$$

Agora que revisamos os conteúdos básicos necessários ao entendimento e desenvolvimento de gráficos, vamos executar os exercícios de aprendizagem.

## Atividades de aprendizagem

1. Localize os pontos A(-6,-3); B(-4,6); C(3,4); D(-1,-6); E(-4,-2); F(3,0) no plano cartesiano.





**2.** Localize no plano os pontos  $A(-5,2)$ ;  $B(0,2)$ ;  $C(0,0)$ ;  $D(-5,0)$ . Supondo que cada unidade de comprimento dos eixos  $x$  e  $y$  corresponda a 1 cm, pede-se:

**a)** o perímetro desse quadrilátero;

**b)** a área do quadrilátero.

**3.** Partindo da origem de um plano cartesiano, encontre o tesouro marcando um X no final do percurso descrito: ande 20 m para a direita, 10 m para cima, 30m para a esquerda e 25 m para baixo. Determine as coordenadas de onde está o tesouro.

Pronto, mais uma etapa vencida! Nossa próxima aula irá tratar sobre as tabelas estatísticas. É importante revisar sempre a matéria anterior para não acumular dúvidas. Bom trabalho, bons estudos!





# Aula 4. Tabelas estatísticas

## Objetivos:

- diferenciar tabelas de quadros; e
- identificar os elementos constituintes de uma tabela.

Uma das preocupações da estatística, como já vimos, é analisar dados. Para ser possível a realização de análises sobre os dados, estes necessitam ser organizados e resumidos. E uma das formas de conseguir isto, é através da tabulação dos dados. Portanto, nesta aula mostraremos as regras de elaboração de tabelas estatísticas. Mas antes vamos ver a diferença entre tabelas e quadros. Preparado? Vamos lá!

## 4.1 Introdução

Uma distinção importante que deve ser feita antes de iniciarmos o estudo de tabelas, é a diferença entre tabelas e quadros. Quadros podem apresentar informações que não são objeto de tratamento numérico, ou seja, apresentam informações não numéricas. As tabelas, no entanto, são numéricas e servem para cálculos. Outra diferença entre tabela e quadro está relacionada à formatação. As tabelas seguem a norma NBR 14724, de 2011, subitem 5.9. Já o quadro é citado no subitem 5.89 da mesma norma como sendo uma das categorias de ilustrações.



**ABNT:** Associação Brasileira de Normas Técnicas: [www.abnt.org.br](http://www.abnt.org.br). Entidade responsável pela elaboração da norma NBR

## 4.2 Tabelas

Neste tópico vamos tratar das normas de apresentação, da indicação de período, convenções de sinais e da estrutura da tabela - ABNT

### 4.2.1 Normas de apresentação

Uma tabela deve apresentar os dados de modo resumido e seguro oferecendo uma visão geral do comportamento do fenômeno que se propõe analisar. É constituída dos seguintes elementos:



### Salário Médio - Professores com nível superior (R\$) Regiões Centro Oeste e Sudeste

UF	2003	2008	Aumento
Distrito Federal	R\$ 1.815,00	R\$ 3.389,00	86,70%
Espírito Santo	R\$ 886,00	R\$ 1.467,00	65,60%
Goiás	R\$ 794,00	R\$ 1.387,00	74,70%
Mato Grosso	R\$ 983,00	R\$ 1.502,00	52,80%
Mato Grosso do Sul	R\$ 920,00	R\$ 1.777,00	93,20%
Minas Gerais	R\$ 1.077,00	R\$ 1.503,00	39,60%
Rio de Janeiro	R\$ 1.748,00	R\$ 2.151,00	23,10%
São Paulo	R\$ 1.331,00	R\$ 1.905,00	43,10%

Fonte:MEC - Ministério da Educação

**1. Título:** é a indicação que precede a tabela. Um bom título deverá conter de forma clara a referência ao fenômeno que é descrito, ao local onde ocorreu o evento e a época à qual se refere.

### Salário médio - Professores com nível superior (R\$) Regiões Centro-Oeste e Sudeste

**2. Cabeçalho:** é a parte superior da tabela. Especifica o conteúdo das colunas.

UF	2003	2008	Aumento
----	------	------	---------

**3. Corpo da tabela:** é o espaço que contém as informações sobre o fenômeno observado.

Distrito Federal	R\$ 1.815,00	R\$ 3.389,00	86,70%
Espírito Santo	R\$ 886,00	R\$ 1.467,00	65,60%
Goiás	R\$ 794,00	R\$ 1.387,00	74,70%
Mato Grosso	R\$ 983,00	R\$ 1.502,00	52,80%
Mato Grosso do Sul	R\$ 920,00	R\$ 1.777,00	93,20%
Minas Gerais	R\$ 1.077,00	R\$ 1.503,00	39,60%
Rio de Janeiro	R\$ 1.748,00	R\$ 2.151,00	23,10%
São Paulo	R\$ 1.331,00	R\$ 1.905,00	43,10%

**4. Fonte:** é a indicação da entidade responsável pelo levantamento dos dados.

Fonte:MEC - Ministério da Educação

### 4.2.2 Indicação de período

As normas da ABNT (Associação Brasileira de Normas Técnicas) disciplinam a forma de apresentação de períodos em tabelas, através de uma série de regras.



- Toda série temporal consecutiva deve ser apresentada em uma tabela, por seus pontos, inicial e final, ligados por hífen (-).
- Toda série temporal não consecutiva deve ser apresentada em uma tabela, por pontos, inicial e final ligados por barra (/).

### 4.2.3 Convenções de sinais

Quadro 4.1

Símbolo	Nome	Descrição
-	traço	Utilizado quando não existem dados
...	Três pontos	Utilizado quando a informação existe, mas não está disponível
0	Zero	Utilizado quando o valor numérico for menor que a metade da unidade de medida adotada para expressar os dados
X	Letra X	Utilizada quando o dado for omitido a fim de evitar a individualização das informações, nos casos onde existem apenas um ou dois informantes
	Notas	Texto esclarecedor extensivo a todos os elementos de uma tabela
	Chamada	Texto esclarecedor de alguns elementos de uma tabela. Quando uma tabela contiver mais de uma chamada, estas devem ser distribuídas sucessivamente, de cima para baixo e da esquerda para à direita em ordem crescente de numeração
	Unidade de medida	A unidade de medida deve ser inscrita no espaço do cabeçalho ou nas colunas indicadoras

Fonte: Associação Brasileira de Normas Técnicas. Disponível em: < [http://www.sei.ba.gov.br/images/releases\\_mensais/pdf/norma\\_tabular/normas\\_apresentacao\\_tabular.pdf](http://www.sei.ba.gov.br/images/releases_mensais/pdf/norma_tabular/normas_apresentacao_tabular.pdf) > Acesso em 19 ago. 2013.

### 4.2.4 Estrutura da tabela - ABNT

- As tabelas, excluídos os títulos, serão delimitadas, no alto e em baixo, por traços horizontais grossos, preferencialmente.
- a tabela não deve ser delineada à direita e à esquerda, por traços verticais.
- É facultativo o emprego de traços verticais para separação das colunas no corpo da tabela.
- Quando uma tabela, por excessiva altura, tiver de ocupar mais de uma

página, não deve ser delimitada na parte inferior, repetindo-se o cabeçalho na página seguinte. Neste caso, deve-se usar, no alto do cabeçalho ou dentro da coluna indicadora a designação “Continua” ou “Conclusão”, conforme o caso.

- Quando uma tabela ocupar páginas confrontantes todas as linhas devem ser numeradas na primeira e na última coluna.
- Quando não for conveniente a apresentação de uma tabela em páginas confrontantes, deverá a mesma ser dividida em duas ou mais.
- Se o disposto no item 6 se tornar impraticável, por serem as colunas insuscetíveis de agrupamento, deve-se desmembrar a tabela em seções, estas dispostas umas abaixo das outras e separadas por um traço horizontal duplo.

Fonte: ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas.

Tratamento estatístico e valores de DEP e DE nos quatro hospitais						
Hospital	Westmead		Royal Brisbane		Prince Charles	
Exames/Projeção	Tórax PA	Tórax LAT	Tórax PA	Abdome AP	Pelve AP	Coluna torácica LAT
DEP (mGy)						
Média	0,14	0,48	0,08	0,20	0,07	0,04
Mínima	0,06	0,14	0,04	0,12	0,04	0,02
Máxima	0,45	1,41	0,14	0,37	0,09	0,07
Desvio-padrão	0,05	0,30	0,02	0,07	0,02	0,02
Mediana	0,12	0,34	0,07	0,16	0,07	0,03
Nº de pacientes	34	34	45	45	4	3
DE (mSv)	0,02	0,04	0,01	0,02	0,01	0,01
Hospital	Hospital Geral de Bonsucesso					
Exames/ Projeção	Tórax PA	Tórax LAT		Abdome AP	Pelve AP	Coluna torácica LAT
DEP (mGy)						
Média	0,10	0,33		1,47	1,87	1,71
Mínima	0,03	0,02		0,05	0,39	0,18
Máxima	0,29	4,66		4,87	4,77	6,30
Desvio-padrão	0,03	0,17		1,04	0,84	1,20
Mediana	0,09	0,25		0,93	1,40	1,06
Nº de pacientes	215	89		25	21	13
DE (mSv)	0,01	0,03		0,19	0,28	0,04

Quando uma tabela tiver colunas e muitas linhas, poderá ser disposta em duas ou mais partes, lado a lado, separando-se as partes por um traço vertical duplo. Fonte: ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas.



## Atividades de aprendizagem



**1.** Com a finalidade de estimular a pesquisa pela internet e o conhecimento das normas técnicas brasileiras, pesquise sobre a norma NBR 14724, de 2011, e transcreva os itens 5.8 e 5.9 referentes à estrutura de tabelas.

**2.** Baseado no item 5.9 da norma NBR 14724 e de dados que você pode conseguir no *site* do IBGE - Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística ([www.ibge.gov.br](http://www.ibge.gov.br)), elabore uma tabela estatística, contendo os dados populacionais e densidade demográfica dos estados brasileiros das regiões, Sul, Sudeste e Centro-Oeste.

Nesta aula vimos sobre tabelas estatísticas e na próxima aula veremos sobre os gráficos estatísticos.

Força, energia e entusiasmo! Vamos seguir em frente.





# Aula 5. Gráficos estatísticos

## Objetivo:

- analisar como se constrói os gráficos estatísticos.

Nesta aula, vamos tratar das regras de confecção dos principais gráficos utilizados na estatística. Como as tabelas, os gráficos são outra forma de representação de dados estatísticos. Mas os gráficos têm a característica de repassar uma impressão mais rápida e viva do fenômeno em estudo. Curioso? Então, vamos aos conteúdos.

## 5.1 Introdução

O gráfico é um instrumento que possibilita transmitir significados de forma mais rápida e direta que textos ou tabelas complexas. Para se criar um gráfico é preciso primeiro conhecer o tipo de informação que se deseja transmitir. Cada tipo de gráfico é adequado para uma diferente situação a ser analisada. Logo, existe um gráfico apropriado para cada tipo de informação.

A representação gráfica de um fenômeno deve obedecer a certos requisitos fundamentais para tornar o gráfico útil. Vejamos.

- **Simplicidade:** o gráfico deve ser destituído de detalhes de importância secundária, assim como de traços desnecessários que possam levar o observador a uma análise morosa ou com erros;
- **Clareza:** o gráfico deve possibilitar uma interpretação correta dos valores representativos do fenômeno em estudo;
- **Veracidade:** o gráfico deve expressar a verdade sobre o fenômeno em estudo, ou seja, cálculos devem coincidir com as marcações.

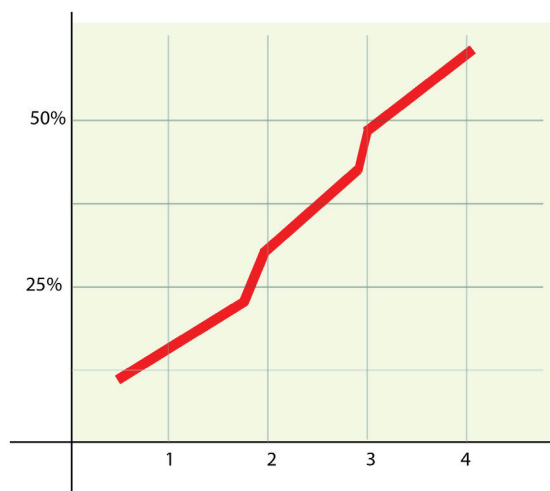


Figura 12 - Gráfico Simples

Fonte: autor

## 5.2 Gráficos estatísticos

Uma coisa que deve ficar claro quando se trabalha com gráficos é a destinação do mesmo. Sob este aspecto podemos classificar os gráficos de duas formas.

- **Gráficos de informação:** são gráficos destinados principalmente ao público em geral. Proporcionam uma visualização rápida e clara do fenômeno. São tipicamente expositivos. Dispensam comentários explicativos adicionais.
- **Gráficos de análise:** se prestam melhor ao trabalho estatístico, fornecendo elementos úteis à fase de análise dos dados. São acompanhados de uma tabela estatística. Geralmente são acompanhados de um texto explicativo, chamado a atenção para os pontos principais revelados pelo gráfico.

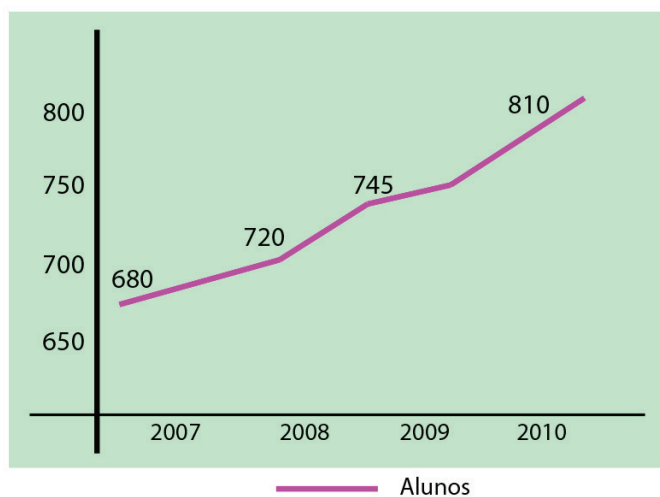
Quanto ao tipo de gráfico, os mais utilizados na estatística são os seguintes:

### 5.2.1 Linha ou curva

É um tipo de gráfico que utiliza uma linha poligonal para representar uma série estatística. Constitui uma aplicação do processo de representação das funções no sistema de coordenada cartesiana ortogonais. É mais utilizado nas séries cronológicas, onde a variável tempo é representada no eixo horizontal e as quantidades respectivas, no eixo vertical.

Exemplo: evolução do número de alunos da escola

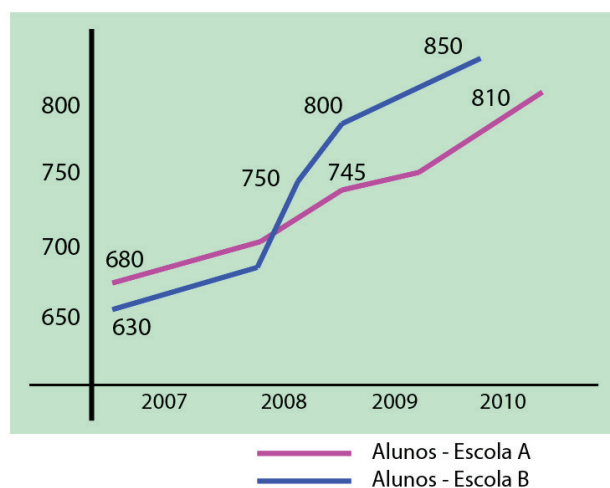




**Figura 13 - Número de alunos**

Fonte: autor

No gráfico de linha, podemos representar a variação de dois ou mais fenômenos, a título de comparação. Neste caso teremos um gráfico chamado de poligonal comparativo.



**Figura 14 - Comparativo de números de alunos entre escola A e B**

Fonte: autor

### 5.2.2 Colunas ou barras

Representam séries estatísticas por meio de retângulos, dispostos verticalmente (em colunas) ou horizontalmente (em barras). Todos os retângulos devem apresentar a mesma largura, ficando os seus comprimentos proporcionais aos respectivos dados. São geralmente empregados nas séries qualitativas ou cronológicas.

Exemplo: salário médio de professores do ensino médio

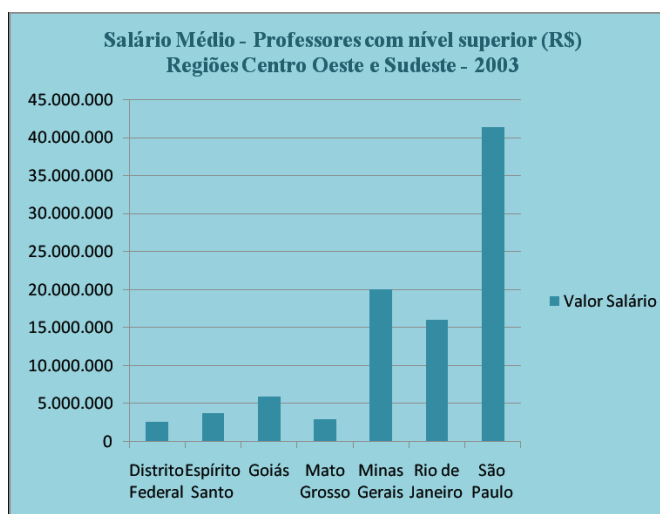


Figura 15 - Salário médio de professores 2003

Fonte: MEC

A distância entre duas barras ou colunas deve ser constante, e, por questão de estética, não deverá ser menor que a metade e nem maior que dois terços da largura dos retângulos.

Existem duas variações de tipo de gráfico também muito utilizadas.

- **Colunas ou barras múltiplas:** empregadas quando queremos representar, simultaneamente, dois ou mais fenômenos, com o propósito de comparação.

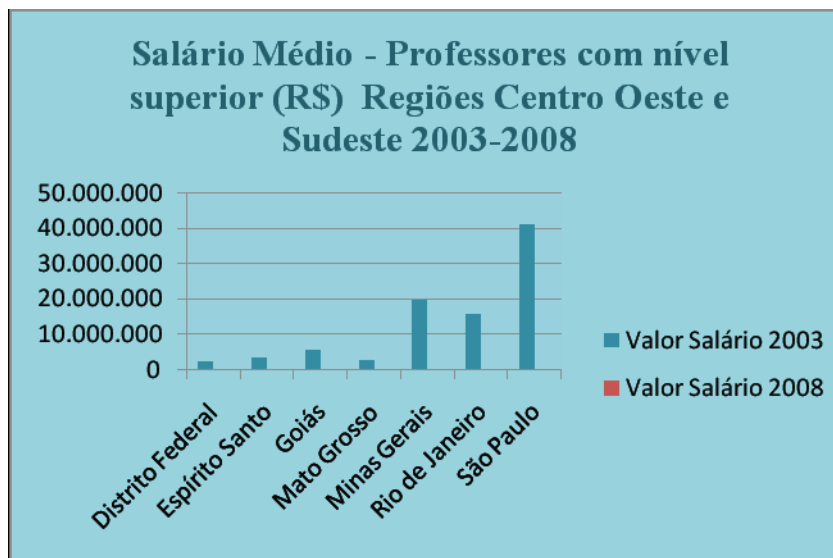


Figura 16 - Salário médio de professores 2003-2008

Fonte: MEC



- **Colunas ou barras compostas:** é constituído por um único retângulo base, subdividido em várias porções, cujos comprimentos são proporcionais às partes no qual se divide o todo.

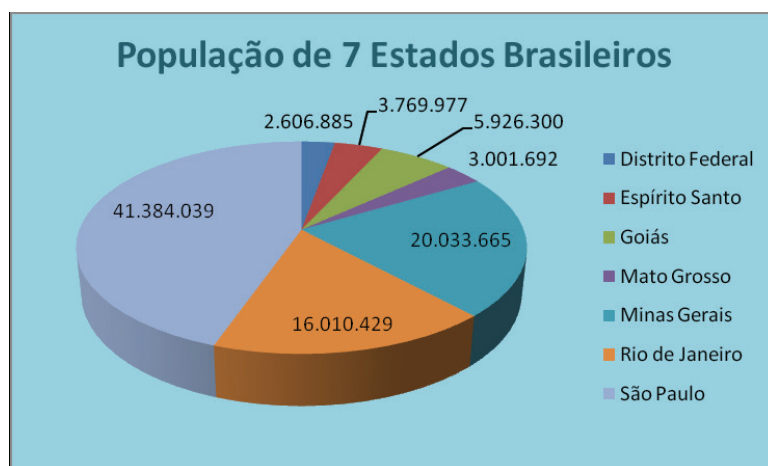


**Figura 17 - Salário médio de professores 2003-2008**

Fonte: MEC

### 5.2.3 Setores

São representados por meio de setores de um círculo (Pizza), e têm a mesma finalidade que os de colunas compostas, ou seja, representar um fenômeno e todas as partes em que o mesmo se subdivide. É muito útil para agrupar ou organizar quantitativamente dados considerando um total.



**Figura 18 - População de 7 Estados Brasileiros**

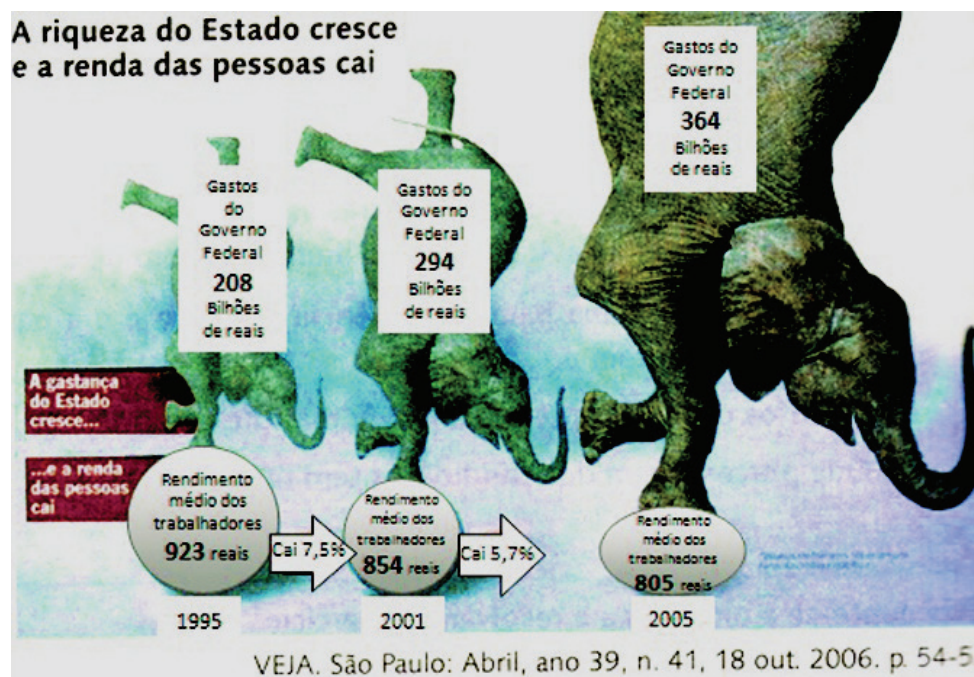
Fonte: IBGE



### 5.2.4 Pictóricos ou pictogramas

Simbolizam, através de figuras, fatos estatísticos, ao mesmo tempo que indicam proporcionalidades. Devem ser utilizados com cuidado e seguir algumas regras fundamentais.

- Os símbolos devem explicar-se por si próprios.
- As quantidades maiores são indicadas por meio de um número maior de símbolos e não por um símbolo maior.
- Os símbolos comparam quantidades aproximadas, não detalhes minuciosos.
- Os gráficos pictóricos só devem ser usados para comparações, nunca para afirmações detalhadas ou isoladas.

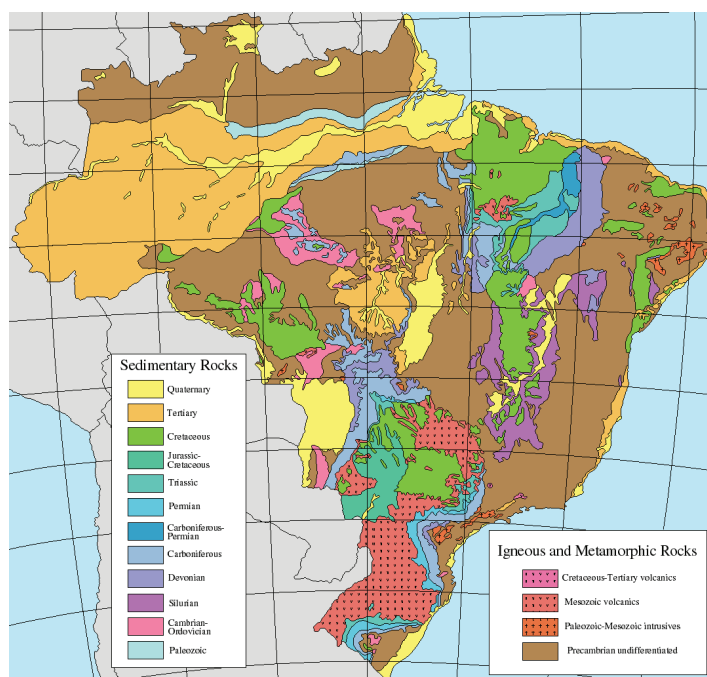


**Figura 19 - Riqueza dos Estados**

Fonte: Revista Veja

### 5.2.5 Cartogramas

Análogo ao pictograma, é uma representação sobre cartas geográficas, sendo que pontos ou legendas representam as quantidades.



**Figura 20**

Fonte: Geology – <http://geology.about.com/>

## Atividades de aprendizagem

1. Na tabela a seguir, retirada do *site* do IBGE, temos 3 conjuntos de dados estatísticos dos estados brasileiros e do Distrito Federal. Iremos utilizar estes dados para fixar os conceitos vistos nesta aula.



Unidades federativas do Brasil por área			
Unidade federativa	Área urbanizada (km²)	Área total (km²)	% do total brasileiro
Acre	49,5	152 581,388	1,79
Alagoas	202,1	27 767,661	0,32
Amapá	69,3	142 814,585	1,67
Amazonas	395,1	1 570 745,680	18,46
Bahia	762,9	564 692,669	6,64
Ceará	471,2	148 825,602	1,72
Distrito Federal	4 894	5 801,937	0,07
Espírito Santo	427,6	46 077,519	0,54
Goiás	1 113,6	340 086,698	3,99
Maranhão	512,3	331 983,293	3,9
Mato Grosso	519,7	903 357,908	10,61
Mato Grosso do Sul	441,3	357 124,962	4,19
Minas Gerais	2 525,8	586 528,293	6,89
Pará	730,6	1 247 689,515	14,66
Paraíba	319,6	56 439,838	0,66
Paraná	1 603,7	199 314,850	2,34
Pernambuco	622,3	98 311,616	1,16
Piauí	277,1	251 529,186	2,97
Rio de Janeiro	1 479,9	43 696,054	0,51



Rio Grande do Norte	269,6	52 796,791	0,62
Rio Grande do Sul	1 647	281 748,538	3,3
Rondônia	226,1	237 576,167	2,8
Roraima	40,6	224 298,980	2,64
Santa Catarina	878,2	95 346,181	1,12
São Paulo	4 971	248 209,426	2,91
Sergipe	118,7	21 910,348	0,26
Tocantins	99,6	277 620,914	3,26

Fonte: (IBGE/Embrapa)

**1.** Neste primeiro exercício de fixação, vamos começar a elaborar um gráfico de linhas relativo aos 8 maiores estados brasileiros sob o aspecto de área urbanizada.

**2.** Agora que você montou o gráfico pedido no exercício 1, queremos que faça uma análise e justifique se este é o gráfico mais adequado para representar este tipo de dado .

**3.** Elabore o gráfico de colunas relativo aos 5 estados com maior Área Total

**4.** Elaborar o gráfico de setor para verificar quanto representa a área dos três maiores estados brasileiros em relação a área total do país.

**6.** Elaborar o gráfico de setor para verificar quanto representa a área dos 10 menores estados brasileiros em relação a área total do país.

Acabamos nossa quinta aula, estamos na metade do nosso material didático. Esperamos que esteja visualizando o crescimento dos seus conhecimentos. É preciso disciplina e determinação.

A nossa sexta aula irá tratar sobre as séries estatísticas.

# Aula 6. Séries estatísticas

## Objetivo:

- identificar a utilização das séries estatísticas.

Nesta aula, abordaremos as séries estatísticas. Detalharemos os principais conceitos deste componente fundamental para a elaboração de tabelas e gráficos estatísticos. Vamos lá!

## 6.1 Séries

Séries estatísticas são um agrupamento ordenado de dados apresentados em tabela ou gráficos em função da época, local ou espécie. Vamos ver a que se referem os termos época, local e espécie.

- Época ou tempo: refere-se a data ou a época em que o fenômeno ocorreu;
- Local ou espaço: refere-se ao local ou região onde o fato ocorreu;
- Espécie: refere-se ao fato ou fenômeno que está sendo investigado e cujos valores numéricos estão sendo apresentados.

Ou seja, dependendo do fator de variação dos elementos da série, podemos classificar as séries em: histórica, geográfica ou específica.

**“Denominamos *série estatística* toda tabela que apresenta a distribuição de um conjunto de dados estatísticos em função da época, do local ou da espécie” (CRESPO, 2002, p.26)**





### 6.1.1 Histórica

Caracteriza-se pelo caráter variável do fator cronológico. O espaço e a espécie são elementos fixos. Também é chamada de temporal, cronológica ou evolutiva.

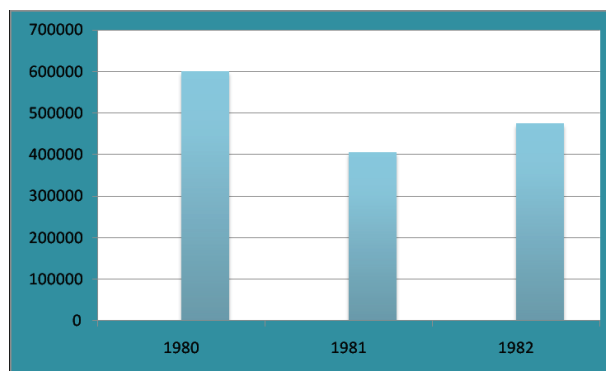
**Tabela Automóveis**

Produção de Automóveis no Brasil 1980-1982	
Ano	Número de Automóveis
1980	600.706
1981	406.016
1982	475.112

Fonte: FGV (1986)

Podemos representar graficamente esta série histórica através de um gráfico de colunas:

**Produção de Automóveis no Brasil 1980-1982**



**Figura 21 - Gráfico Automóveis**

Fonte: FGV (1986)

### 6.1.2 Geográfica

Apresenta como elemento variável o fator geográfico. A época e a espécie são elementos fixos. Chamada também de espacial, territorial ou de localização.

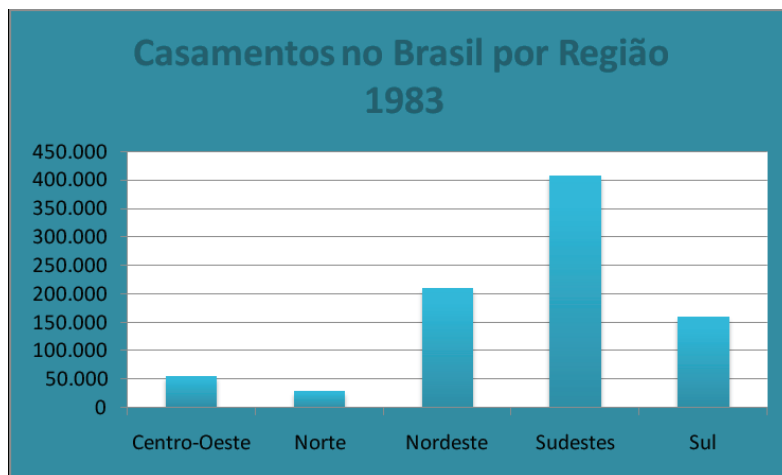
**Tabela Casamentos**

Casamentos no Brasil por Região 1983	
Região	Casamento Registrado
Centro-Oeste	55.706
Norte	30.485
Nordeste	211.162
Sudestes	408.271
Sul	160.566

Fonte: IBGE (1984)



O gráfico para esta série geográfica seria:



**Figura 22 - Gráfico Casamentos**

Fonte: FGV (1986)

### 6.1.3 Específica ou categórica

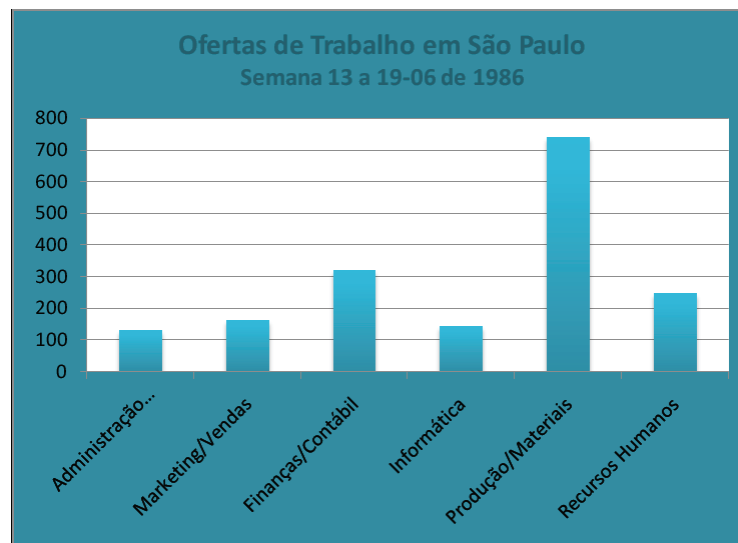
O fenômeno é o estudado, o tempo e o espaço são fixos, o caráter variável é apenas o fato ou espécie.

**Tabela Oferta de Trabalho**

Ofertas de Trabalho em São Paulo Semana de 13-06 a 19-06 de 1986	
Área Especializada	Números de Vagas
Administração Geral/Executivos	130
Marketing/Vendas	163
Finanças/Contábil	321
Informática	145
Produção/Materiais	739
Recursos Humanos	249
Total	1.747

Fonte: Data Folha

O gráfico mais adequado para representar esta série é um gráfico de colunas.



**Figura 23 - Gráfico Oferta de Trabalho**

Fonte: Datafolha

### 6.1.4 Séries conjugadas

É a apresentação em uma única tabela da variação de valores de mais de uma variável, isto é, a série faz a conjugação de duas ou mais séries.

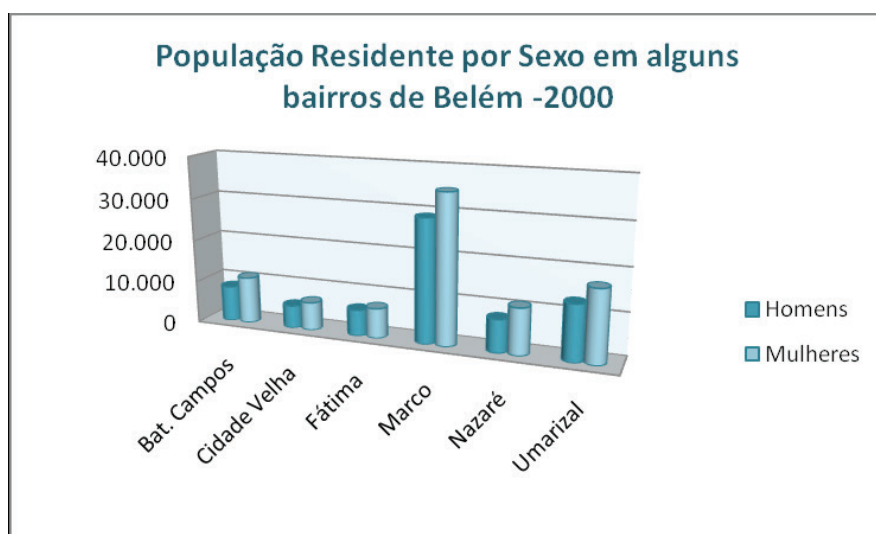
Ao conjugar duas séries em uma única tabela, obtemos uma tabela de dupla entrada. Em uma tabela desse tipo ficam criadas duas ordens de classificação: uma horizontal (linha) e uma vertical (coluna).

**Tabela População bairros - Belém**

População residente por sexo segundo alguns bairros de Belém -2000		
Bairros	Sexo	
	Homens	Mulheres
Bat. Campos	8.375	11.037
Cidade Velha	5.365	6.660
Fátima	6.154	7.052
Marco	29.008	35.008
Nazaré	7.776	10.930
Umarizal	13.120	16.994

Fonte: IBGE/ CENSO 2000

A representação gráfica pode ser feita através de um gráfico de linhas.



**Figura 24 - Gráfico População bairros - Belém**

Fonte: Datafolha

Até aqui, tratamos das séries estatísticas, agora, por meio de nossas atividades de aprendizagem, vamos ao resumo desta aula.

## Atividades de aprendizagem



**1.** Pesquise na internet e elabore uma tabela estatística contendo séries relacionadas ao atual *status* da economia brasileira (PIB e comportamento da Inflação) para o ano de 2012 e monte um gráfico de comparativo de linhas.

**2.** Uma determinada empresa varejista está interessada em comparar o orçamento projetado e o real a cada ano, entre 1990 e 1995. Os dados encontram-se na tabela abaixo:

Ano	Orçamento (Milhões de dólares)	
	Projetada	Real
1990	49,10	50,70
1991	53,70	54,20
1992	59,60	62,50
1993	67,40	67,20
1994	81,20	79,80
1995	78,90	80,10

Fonte: Departamento Financeiro - Empresa

**a)** Construa um título adequado para a tabela;

**b)** Identifique o tipo de série estatística;

**c)** Construa um gráfico adequado.



Ufa!! Mais uma aula termina. Na próxima aula veremos sobre a distribuição de frequências. Vamos em frente!



# Aula 7. Distribuição de frequências

## Objetivo:

- correlacionar a distribuição de frequências como técnica para executar as análises estatísticas.

Nesta aula, vamos aprofundar mais um pouco os conceitos de tabulação de dados estudando as distribuições de frequências como técnica para a realização de análises estatísticas de grandes volumes de dados. Vamos lá!

## 7.1 Introdução

Imagine que você tenha a tarefa de tabular as notas de todos os alunos de uma escola com a finalidade de se fazer um estudo estatístico sobre o rendimento dos alunos. Dependendo do tamanho da escola a quantidade de dados gerados é muito grande, dificultando a análise estatística dos mesmos. Portanto, antes de se tentar analisar os dados, é necessário que os mesmos sejam organizados e agrupados em subconjuntos que apresentem características similares. Por exemplo, os dados sobre as notas dos alunos poderiam ser agrupados por série, faixa etária dos alunos, professores etc. A melhor forma de agrupamento seria definida pela finalidade do estudo estatístico. Em estatística estes agrupamentos são chamados de classe e o processo de realizar o agrupamento de distribuição de frequências.

Podemos dizer que Distribuição de Frequências é uma forma de apresentação resumida de dados em uma tabela. É um método de se agrupar dados em classes possibilitando o fornecimento de quantidades ou percentuais de dados em cada classe. Isso possibilita a análise dos dados e formulação de conclusões sem levar em conta os valores individuais.

**Distribuição de Frequências é utilizada para racionalizar a apresentação da informação**





Trataremos a seguir, dos tipos de distribuição de frequências

## 7.2 Tipos de distribuição de frequências

- **Absoluta:** é o número de vezes que uma determinada variável assume esse valor.
- **Relativa:** é a percentagem relativa à frequência.
- **Acumulada:** de um valor, é o número de vezes que uma variável assume um valor inferior ou igual a esse valor.
- **Relativa acumulada:** é a percentagem relativa à frequência acumulada.

## 7.3 Distribuição de frequências pontual

A forma mais simples de representação de uma tabela de distribuição de frequências está representada abaixo. Considere a amostra de dados discretos formada por : 9, 8, 7, 5, 4, 5, 6, 2, 2, 3, 4, 7, 9, 2, 5, 6, 7, 1, 4, 3, 7, 2, 4, 6, 3, 1, 5, 7, 9, 5, 1, 4, 8, 2, 1, 9, 9, 9

A distribuição de frequências absoluta para a amostra seria:

**Tabela de distribuição de Frequências**

Valor	Frequência	Frequência Relativa	Frequência Acumulada	Frequência Relativa Acumulada
1	4	10,53%	4	10,53%
2	5	13,16%	9	23,68%
3	3	7,89%	12	31,58%
4	5	13,16%	17	44,74%
5	5	13,16%	22	57,89%
6	3	7,89%	25	65,79%
7	5	13,16%	30	78,95%
8	2	5,26%	32	84,21%
9	6	15,79%	38	100%
Total	38			

O gráfico de frequências absoluta seria:

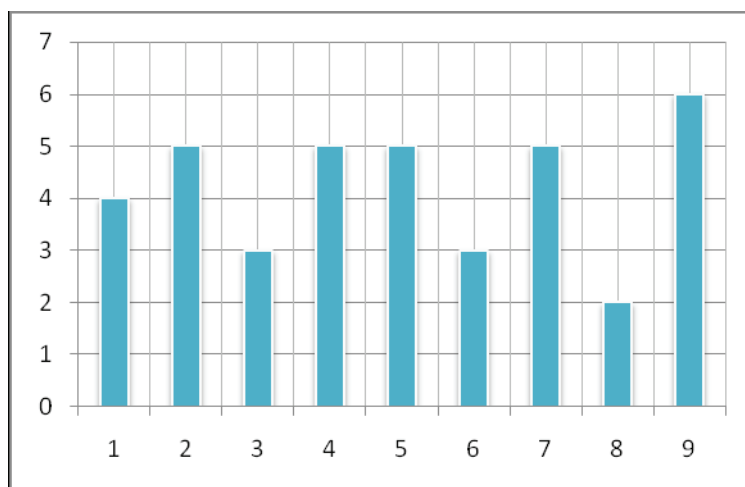


Figura 25 - Gráfico de distribuição de Frequências

Fonte: Datafolha

## 7.4 Distribuição de frequências em intervalo de classe

Quando temos dados contínuos, geralmente a quantidade de dados gerados nas medições são grandes. Neste caso, utiliza o conceito de intervalos de classe. O menor valor da classe é denominado limite inferior (li) e o maior valor da classe é denominado limite superior (Ls).

O intervalo de classe é representado graficamente com as seguintes simbologias:

li -   Ls	Intervalo fechado à direita e aberto à esquerda.
li   - Ls	Intervalo fechado à esquerda e aberto à direita
li   - Ls	Intervalo fechado à esquerda e aberto à direita

O intervalo fechado significa que o valor não participa da classe.

Na elaboração de uma distribuição de frequências em intervalos de classe, devemos observar as seguintes orientações:

- as classes, na medida do possível, deverão ter **amplitudes** iguais.
- o número de intervalos não deve ultrapassar 20 nem ser menor que 5.
- escolher limites que facilitem o agrupamento.
- ao construir o histograma, cada retângulo deverá ter a área proporcional à frequência relativa correspondente.

**A-Z**

**Amplitude de Classe:** é a diferença entre o maior e o menor valor da classe



A quantidade de intervalos de classe que uma distribuição de frequência pode ter pode ser determinado por uma função matemática denominada de Fórmula de Sturges, ela diz:

O número  $k$  de intervalos para cada conjunto de observações com  $n$  valores pode ser calculado como:

$$k = 1 + 3,322(\log_{10} n)$$

O tamanho de cada intervalo pode ser calculado através da razão entre a amplitude total e o número de intervalos.

Vamos entender bem este conceito através do exemplo a seguir: considere o rol disposto no quadro abaixo e calcule quantos intervalos de classe é o ideal para elaborar uma tabela de distribuição de frequências.

**Quadro 7.1**

18	18	19	19	20	21	21	21	22	22	22	22	22
22	23	23	23	23	23	23	23	24	24	24	24	24
24	24	24	24	25	25	25	25	26	26	26	26	26
26	26	26	26	26	26	27	27	27	27	27	27	27
27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	29	29	29
29	29	29	29	29	30	30	30	30	30	30	30	30
30	30	31	31	31	31	31	31	31	32	32	32	32
32	33	33	33	34	34	34	34	34	35	36	36	36
37	37	37	37	37	38	38	38	38	38	39	39	39
40	40	40	40	40	40	41	41	41	42	42	42	42
43	43	43	44	44	44	45	45	45	46	46	47	47
47	47	48	48	48	48	48	48	49	49	50	50	50
51	51	52	52	53	53	53	53	56	61	62	63	63

**a)** calculando o número de intervalos

O rol do quadro 7.1 tem 169 elementos  $\rightarrow n=169$

$$k = 1 + 3,322(\log_{10} n)$$

$$k = 1 + 3,322(\log_{10} 169)$$

$$k = 1 + 3,322 * 2,2279$$

$$k = 7,69$$





Número de intervalos de classe é aproximadamente 8.

**b)** calculando o tamanho de cada intervalo  $w$

Para calcular o tamanho do intervalo é necessário encontrar o valor da amplitude total:

$$\text{Amplitude} = 63 - 18 = 45$$

$$\frac{\text{Amplitude}}{\text{Número de Intervalos}}$$

$$w = \frac{45}{8} = 5,625 \rightarrow \text{aproximadamente } 6$$

Então, a distribuição de classes para o rol do quadro 7.1 seria:

18 - 23
24 - 29
30 - 35
36 - 41
42 - 47
48 - 53
54 - 59
60 - 65

Número de Intervalos de classe = 8

Amplitude de cada classe = 6



## Atividades de aprendizagem

1. A tabela abaixo mostra as notas de uma amostra de 10 alunos de uma turma de uma escola de segundo grau. Deseja-se montar a tabela e o gráfico de distribuição de frequências, considerando que as classes irão variar a cada ponto, com intervalo fechado no limite superior da classe. Neste exemplo, não será considerada a divisão das notas por matéria.

**Notas de Alunos**

Matrícula	Português	Matemática	História	Biologia	Geografia
53001	4,5	2,5	3,0	3,0	6,0
53002	6,5	4,0	5,5	3,5	5,0
53003	8,5	6,5	9,0	9,3	10,0
53004	8,5	6,0	6,5	7,0	7,0
53002	9,0	7,5	4,0	6,0	10,0
53306	8,5	6,0	5,0	5,0	7,5
53007	7,0	6,5	6,5	5,0	9,0
53008	4,0	3,5	4,5	5,5	6,0
53009	2,0	6,5	7,5	6,5	7,0
53010	5,5	8,0	6,0	3,5	7,5

- Qual o valor da Amplitude Total?
- Qual o número de intervalos de classe para o rol de dados da tabela 7.1?
- Qual a amplitude de cada classe?
- Elabore a tabela de distribuição de frequências.
- Elabore o gráfico da tabela de frequências elaborado no item d. Escolha o tipo de gráfico que mais se adapta aos dados fornecidos. Justifique a escolha.

2. (UNIFRA) Complete a tabela de acordo com os cabeçalhos da coluna.

Classes	Freq. Simples	Frequência relativa Percentual	Frequência Acumulada
150  -154	4		
154  -158	9		
158  -162	11		
162  -166	8		
166  -170	5		
170  -174	3		
Total	40		



3. (UNIFRA) Uma empresa procurou estudar a ocorrência de acidentes com seus empregados e realizou um levantamento por um período de 36 meses. As informações apuradas estão na tabela a seguir:

Número de Empregados Acidentados	Número de Meses
1	1
2	2
3	4
4	5
5	7
6	6
7	5
8	3
9	2
10	1

A porcentagem de meses em que houve menos de 5 empregados acidentados é:

- a) 50%      b) 45%      c) 35%      d) 33%      e) 30%

Finalizamos mais uma aula. Estamos quase no fim do módulo, ainda é preciso um pouco mais de investimento de tempo e dedicação. Lembre-se de revisar o conteúdo, todas as vezes que surgirem dúvidas.

Na aula oito vamos aprender mais sobre o conceito de média aritmética.

Até mais!



# Aula 8. Média aritmética

## Objetivo:

- analisar o conceito de média aritmética, sua aplicação e utilização.

Nesta aula vamos fornecer os elementos que vai lhe oportunizar o cálculo, a interpretação e a compreensão da utilização das medidas de tendência central na análise exploratória de um conjunto de dados. Estudaremos a mais utilizada das medidas de tendência central, a média aritmética.

## 8.1 Introdução

Quando um noticiário de TV afirma que ontem a temperatura média de sua cidade foi de 25°C, isto significa que todo o conjunto de temperatura do dia anterior esta sendo representado por um único valor que, nesse caso, foi a média aritmética dessas temperaturas.

Em situações como esta, o número obtido é a tendência central dos vários números usados. É uma forma útil de descrever um grupo encontrado. Este número representa o que é “médio” ou “típico” naquele conjunto particular de dados. A média aritmética é a mais conhecida e utilizada dentre as medidas de tendência central.

## 8.2 Média aritmética simples

Pode ser entendida como a soma dos valores de todas as observações realizadas dividida pelo número de observações. É utilizada no intuito de expressar, por meio de um único valor, a ideia principal de um grupo de valores. A média aritmética é expressa pela seguinte equação

$$x = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$



ou

$$x = \sum_{i=1}^n x_i \frac{1}{n}$$

## A-Z

A letra  $\Sigma$  é usada na matemática, como símbolo de um somatório (somadas definidas em alguma sequência, como uma progressão aritmética), ou de variáveis estatísticas. É a décima oitava letra do alfabeto grego  
Wikipédia

onde,  $x_i$  é o somatório dos valores que se quer calcular a média e  $n$  é a quantidade de valores a serem somados.

Vamos deixar claro este conceito através de uma série de exemplos:

**1.** Dados os números 10, 8, 15 e 9, qual o valor da média aritmética simples?

$$\frac{10 + 8 + 15 + 9}{4} = \frac{42}{4} = 10,5$$

**2.** (FGV 2010) Dado um conjunto de quatro números cuja média aritmética simples é 2,5. Se incluirmos o número 8 neste conjunto, quanto passará a ser a nova média aritmética simples?

**Como vimos, média aritmética é a soma de um conjunto de números, dividida pela quantidade de elementos deste conjunto. Então temos:**

$$\frac{Soma}{4} = 2,5 \rightarrow Soma = 2,5 \cdot 4 = 10$$

**Ao incluirmos o número 8 neste conjunto de números, a soma dos mesmos passará de 10 para 18 e, como agora teremos 5 números ao invés de 4, a média dos mesmos será 18 dividido por 5 que é igual a 3,6:**

$$\frac{10 + 8}{4 + 1} = \frac{18}{5} = 3,6$$

## 8.3 Média aritmética ponderada

Existe um grande perigo no cálculo da média aritmética simples. Se um ou mais valores for muito diferente do conjunto, pode distorcer a tendência apresentada pela média. Esta distorção pode ser amenizada aplicando-se pe-



sos “as observações”, isto possibilita atribuir peso ou importância diferente a cada valor, quando isto ocorre, temos a **média aritmética ponderada**.

$$xp = \frac{x1 * p1 + x2 * p2 + \dots + xn * pn}{p1 + p2 + \dots + pn}$$

Vamos fixar estes conceitos através de dois exemplos:

**1.** Em uma unidade escolar, a média anual de cada matéria é calculada de acordo com os princípios da média ponderada. O peso das notas está relacionado ao número do bimestre. Assim, temos peso 1, 2, 3, 4 respectivamente para cada um dos quatro bimestres do ano. Determine a média anual de um aluno cujas notas estão relacionadas na tabela acompanhado dos respectivos pesos.

Bimestre	Peso	Nota do Aluno
1º Bimestre	1	7,0
2º Bimestre	2	5,5
3º Bimestre	3	8,3
4º Bimestre	4	7,5

$$\frac{7,0 * 1 + 5,5 * 2 + 8,3 * 3 + 7,5 * 4}{1 + 2 + 3 + 4} = \frac{7,0 + 11 + 24,9 + 30}{10} = \frac{72,9}{10} = 7,29$$

A média anual do aluno corresponde a 7,29

**2.** Uma prefeitura realizou uma pesquisa de satisfação com 500 usuários em relação à prestação de serviços públicos da prefeitura. As notas disponibilizadas aos entrevistados no intuito de avaliar o nível de satisfação compreendem a notas inteiras de 1 a 10. Os resultados da pesquisa estão tabulados na tabela a seguir.

Nota	Número de Entrevistados
1	8
2	30
3	20
4	125
5	100
6	80
7	85



8	35
9	10
10	7
Total	500

$$\frac{1 \cdot 8 + 2 \cdot 30 + 3 \cdot 20 + 4 \cdot 125 + 5 \cdot 100 + 6 \cdot 80 + 7 \cdot 85 + 8 \cdot 35 + 9 \cdot 10 + 10 \cdot 7}{8 + 30 + 20 + 125 + 100 + 80 + 85 + 35 + 10 + 7}$$

$$\frac{8 + 60 + 60 + 500 + 500 + 480 + 595 + 280 + 90 + 70}{500}$$

$$\frac{2643}{500} = 5,286$$

A média de satisfação dos usuários do município em questão foi igual a aproximadamente 5,3

## 8.4 Média harmônica

É utilizada quando estamos trabalhando com grandezas inversamente proporcionais. É definida como sendo o número de termos dividido pela soma do inverso dos termos.

$$x_h = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} \dots + \frac{1}{x_1}}$$



Inverso da média aritmética, dos seus inversos.

## 8.5 Gráfico

Dados os valores 2 e 3, a média harmônica é:

$$x_h = \frac{2}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}} = \frac{12}{5} = 2,4$$

Vamos trabalhar com um exemplo mais complexo para esclarecer mais o porquê da utilização da média harmônica.





**1.** (Brasil Escola) Em uma determinada viagem, um carro desenvolveu duas velocidades distintas, durante a metade do percurso ele manteve a velocidade de 80 km/h e durante a metade restante sua velocidade foi de 100 km/h. Vamos determinar a velocidade média do veículo durante o percurso.

$$Mh = \frac{2}{\frac{1}{80} + \frac{1}{100}} = \frac{2}{\frac{5}{400} + \frac{4}{400}} = \frac{2}{\frac{9}{400}} = \frac{800}{9} = 88,8 \text{ km/h}$$

A velocidade média do veículo durante todo o percurso será de aproximadamente 88,8 km/h. Caso calculássemos a velocidade média utilizando a média aritmética chegaríamos ao resultado de 90 km/h. Esse valor demonstra que a velocidade e o tempo de percurso nos dois trechos seriam iguais. Mas precisamos considerar que no primeiro trecho o automóvel levou um tempo maior para o percurso, pois a velocidade era de 80 km/h e no segundo trecho o tempo decorrido foi menor, devido à velocidade de 100 km/h. Nesse momento, observamos a relação inversa entre velocidade e tempo e, para que não ocorra erro, é aconselhável nessas condições a utilização da média harmônica.

## Atividades de aprendizagem



**1.** Em uma escola de Ensino Médio as notas do aluno Pedro no primeiro bimestre nas matérias: matemática, português, inglês, física, química e biologia foram respectivamente 8,4; 9,1; 7,2; 6,8; 8,7 e 7,5. Determine a nota média do aluno no primeiro bimestre.

**2.** Em uma livraria de seminovos foram adquiridos 6 livros a R\$ 25,00 cada um, 4 livros a R\$ 15,00 e 2 livros a R\$ 40,00. O preço médio por livro foi de:

**3.** Uma avaliação com seis questões foi realizada com os alunos de uma escola. Os resultados foram tabulados e apresentados na tabela a seguir. Determine a média dos acertos.

Número de Acertos	Frequência Absoluta
0	3
1	5
2	7
3	20
4	9
5	12
6	5



4. Os valores das frequências das faixas salariais de uma empresa estão relacionados na tabela abaixo. Determine a média dos salários.

Salário	Média dos Salários	Frequência
0  -500	250	15
500  -1000	750	20
1000  -1500	1250	18
1500  -2000	1750	10
2000  -2500	2250	8
2500  -3000	2750	4
3000  -3500	3250	2

5. (FUVEST 1998) Sabe-se que a média aritmética de 5 números inteiros distintos, estritamente positivos, é 16. O maior valor que um desses inteiros pode assumir é:

- a) 16      b) 20      c) 50      d) 70      e) 100

6. (UFU 2008) Um concurso avaliou  $n$  candidatos atribuindo-lhes notas de 0 a 100 pontos. Sabe-se que exatamente 20 deles obtiveram nota máxima e, nesse caso, a média aritmética foi de 80 pontos. Agora, se consideradas apenas as notas inferiores a 100 pontos, a média passa a ser de 70 pontos. Nessas condições, pode-se afirmar que  $n$  é igual a:

- a) 70  
b) 60  
c) 80  
d) 40

# Aula 9. Moda e mediana

## Objetivo:

- identificar a utilização da moda e mediana.

Já vimos como é indispensável sintetizar adequadamente dados estatísticos, através de tabelas e gráficos, para termos uma compreensão maior das informações sobre o fato ou fenômeno estudado. Nesta aula iremos continuar os estudos das medidas de tendência central trabalhando os conceitos da moda e mediana.

## 9.1 Moda

Mas, o que é moda?

Moda é o dado que ocorre com maior frequência em um conjunto de dados. É o valor que mais aparece, e, ao contrário da média aritmética não é afetada por valores extremos. É utilizada apenas para fins descritivos, uma vez que é, dentre as medidas de tendência, a mais variável de amostra para amostra.

Observe a tabela a seguir. Ela demonstra a temperatura média, registrada de hora em hora, das 6h às 12h em uma cidade.

Dia do Mês	Temperatura ° C
6	14
7	18
8	18
9	19
10	22
11	24
12	26

Podemos notar que a temperatura de 18° C se repetiu duas vezes. Dessa forma dizemos que a moda das temperaturas obtidas é 18° C.



A moda não é necessariamente única, como ocorre na média ou na mediana. Dependendo da quantidade será classificada em:

- Amodal: não possui moda
- Bimodal: possui dois valores modais
- Multimodal: possui mais do que dois valores modais

## 9.2 Mediana

Mediana é o valor central que divide uma série ordenada de dados em duas partes iguais. Ocupa a posição central em uma série ordenada de dados (Rol). Caracteriza-se por ser uma medida de tendência central que não é afetada por valores extremos.

O cálculo da mediana é realizado pelas seguintes equações:

- Em uma amostra de dados ordenados de tamanho  $n$ , se  $n$  for ímpar, a mediana será o elemento central

$$\frac{(n + 1)}{2}$$

- Se  $n$  for par, a mediana será o resultado da média simples entre os elementos

$$\frac{n}{2} \text{ e } \frac{n}{2} + 1$$

Observe os dois exemplos a seguir:

1. Para a seguinte população ordenada  $\{1, 3, 5, 7, 9\}$  a posição da mediana será:

Como  $n$  é ímpar temos:



$$\frac{(n+1)}{2} = \frac{(5+1)}{2} = 3$$

Logo, a mediana é o 3º elemento -> 5

2. Para a seguinte população ordenada {1, 2, 4, 8, 9, 10} a posição da mediana será:

Como n é par temos:

$$\frac{n}{2} = \frac{6}{2} = 3^\circ \text{ elemento} = 4$$

$$\frac{n}{2} + 1 = \frac{6}{2} + 1 = 4^\circ \text{ elemento} = 8$$

$$\left( \frac{4+8}{2} \right) = 6$$

A mediana é igual a 6.

## Atividades de aprendizagem

1. (ENEM 2011) Uma equipe de especialistas do centro meteorológico de uma cidade mediu a temperatura do ambiente, sempre no mesmo horário, durante 15 dias intercalados, a partir do primeiro dia de um mês. Esse tipo de procedimento é frequente, uma vez que os dados coletados servem de referência para estudos e verificação de tendências climáticas ao longo dos meses e anos. As medições ocorridas nesse período estão indicadas no quadro:



Dia do Mês	Temperatura °C
1	15,5
3	14,0
5	13,5
7	18,0
9	19,5
11	20,0



13	13,5
15	13,5
17	18,0
19	20,0
21	18,5
23	13,5
25	21,5
27	20,0
29	16,0

Em relação à temperatura, os valores da média, mediana e moda são, respectivamente, iguais a:

- a) 17°C, 17°C e 13,5°C
- b) 17°C, 18°C e 13,5°C
- c) 17°C, 13,5°C e 18°C
- d) 17°C, 18°C e 21,5°C
- e) 17°C, 13,5°C e 21,5°C

**2.** (ENEM 2010) Suponha que a etapa final de uma gincana escolar consista em um desafio de conhecimento. Cada equipe escolheria 10 alunos para realizar uma prova objetiva, e a pontuação da equipe seria dada pela mediana das notas obtidas pelos alunos. As provas valiam, no máximo, 10 pontos cada. Ao final, a vencedora foi a equipe ômega, com 7,8 pontos, seguida pela equipe Delta, com 7,6 pontos. Um dos alunos da equipe Gama, a qual ficou na terceira e última colocação, não pode comparecer, tendo recebido nota zero na prova. As notas obtidas pelos 10 alunos da equipe Gama foram: 10; 6,5; 8; 10; 7; 6,5; 7; 8; 6; 0.

Se o aluno da equipe Gama que faltou tivesse comparecido, essa equipe.

- a) teria a pontuação igual a 6,5 se ele obtivesse nota 0
- b) seria a vencedora se ele obtivesse nota 10
- c) seria a segunda colocada se ele obtivesse nota 8



**d)** permaneceria na terceira posição, independentemente da nota obtida pelo aluno

**e)** empataria com a equipe ômega na primeira colocação se o aluno obtivesse nota 9

**3.** (FGV 2008) Sejam os números 7, 8, 3, 5, 9, 5 seis números de uma lista de nove números inteiros. O maior valor possível para a mediana dos nove números da lista é:

**a)** 5

**b)** 6

**c)** 7

**d)** 8

**e)** 9

**4.** Considere o rol de dados abaixo, calcule a moda e a mediana:

(1100, 1200, 1210, 1250, 1300, 1420, 1450, 1500, 1600, 1980)

**5.** Elabore uma tabela de distribuição de frequências com as seguintes características:

**a)** a moda seja do tipo bimodal;

**b)** a distribuição de frequências tenha 8 classes.

Acabamos nossa aula sobre moda e mediana, esperamos que você tenha conseguido absorver esses conceitos. Na próxima aula iremos trabalhar com nosso último conhecimento dessa disciplina: medidas de dispersão.





# Aula 10. Medidas de dispersão

## Objetivo:

- identificar as medidas de dispersão: amplitude total, variância e desvio padrão.

Nas duas últimas aulas estudamos as medidas de tendência central. Nesta aula vamos tratar da variação ou dispersão do conjunto de dados.

## 10.1 Introdução

As medidas de dispersão medem a variabilidade dos dados. Complementam a informação fornecida pelas medidas de tendência central. Um problema que ocorre com as medidas de tendência central é que estas descrevem somente a tendência central do conjunto de dados, não permitindo medir a variabilidade dos dados. As medidas de dispersão servem para avaliar o quanto os dados são semelhantes. Medem o grau de homogeneidade do conjunto.

Imagine a seguinte situação que exemplifica bem a função e utilidade das medidas de dispersão. Um professor aplica uma avaliação valendo 30 pontos em duas turmas, com a finalidade de avaliar o nível geral das turmas. As notas da avaliação estão relacionadas na tabela a seguir:

Tabela 10.1

Turma A	Turma B
10	1
11	5
11	6
10	9
12	11
12	12
12	12
12	15
12	18
14	21
14	22



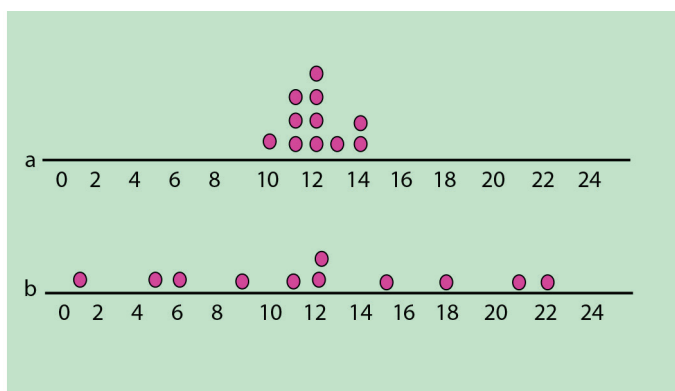
Se calcularmos as medidas de tendência central das duas turmas iremos obter:

**Tabela 10.2**

	Turma A	Turma B
Média	12	12
Moda	12	12
Mediana	12	12

Observando a tabela 10.2 em que foram calculadas as medidas de tendência central para as turmas A e B, observa-se que todos os valores encontrados são iguais a 12. Uma análise baseada nessa tabela não leva a nenhuma conclusão sobre o *status* geral das turmas.

É evidente que os dois conjuntos possuem diferenças. Se distribuirmos os valores das notas em um diagrama de dispersão podemos observar essas diferenças.



**Figura 26 -diagrama de dispersão**

Fonte: autor

Analisando o diagrama percebemos que a turma A é bem mais homogênea que a turma B. Na turma A as notas estão concentradas entre 10 e 14 pontos. Na turma B, as notas estão bastante dispersas, tendo alunos com pontuação próxima a zero e alunos que quase atingiram a nota máxima.

Com estes dados em mãos, conclui-se que o professor deve usar técnicas diferentes para melhorar o desempenho das duas turmas de alunos. Na turma A, ele pode utilizar uma mesma técnica para toda a turma, porque as notas dos alunos são mais homogêneas. Na turma B, ele terá que buscar estratégias diferenciadas para melhorar o rendimento dos alunos mais fracos, procurando homogeneizar as notas da turma.



O diagrama de dispersão é muito útil para fazer este tipo de análise. Mas quando temos uma quantidade muito grande de dados, fica difícil representá-los no gráfico. Mas, este mesmo estudo pode ser realizado calculando-se as medidas de dispersão. O valor dessas medidas, permitem chegar às mesmas conclusões encontradas na análise do gráfico. Quanto maior o valor encontrado para as medidas de dispersão, mais heterogêneo é o conjunto de dados.

Iremos estudar as 3 principais medidas de dispersão, iniciando com a Amplitude.

## 10.2 Amplitude total

É a diferença entre o maior e o menor valor de um conjunto de dados.

**Amplitude = Valor máximo - Valor mínimo**

se calcularmos a amplitude total dos dois conjuntos de dados da fig.10.1 teremos:

- **Conjunto a** -> Amplitude = 14 - 10 = 4
- **Conjunto b** -> Amplitude = 22 - 1 = 21

Isto mostra que o conjunto b é mais disperso que o conjunto a.

**Desvantagem: tem o inconveniente de só levar em conta os dois valores extremos da série, com isso tem a função de apenas indicar aproximadamente a dispersão do conjunto de dados.**



## 10.3 Variância

A variância é uma medida de dispersão que pode ser calculada pelas equações relacionadas a seguir.

$$\begin{aligned} \text{Variância (população)} &= \sum \frac{(x_i - \text{Média})^2}{n} \\ \text{Variância (amostra)} &= \sum \frac{(x_i - \text{Média})^2}{n - 1} \end{aligned}$$



sendo,  $x_i$  -> elemento do conjunto, Média -> média do conjunto e  $n$  -> número de observações.

As equações dizem que a variância representa a soma dos quadrados a distância média dividida pelo número de observações do conjunto menos um. Vamos esclarecer isso observando o cálculo da variância no exemplo a seguir:

Dada a seguinte amostra de um conjunto 8, 7, 5, 4, 2, calcule a variância.

Passo 1 - vamos calcular a média aritmética do conjunto

$$\text{Média} = \frac{8 + 7 + 5 + 4 + 2}{5} = \frac{25}{5} = 5$$

Passo 2 - calcular a variância

$$\begin{aligned} & \sum \frac{(x_i - \text{Média})^2}{n} \\ & \frac{(8 - 5)^2 + (7 - 5)^2 + (5 - 5)^2 + (4 - 5)^2 + (2 - 5)^2}{5} \\ & = \frac{9 + 4 + 0 + 1 + 9}{5} = \frac{23}{5} = 4,6 \end{aligned}$$

A variância da população é 4,6

**Importante:** foi calculada a variância da população. Se desejássemos calcular a variância de uma determinada amostra a fórmula seria um pouco diferente. O valor de  $n$  deveria ser subtraído de um ( $n-1$ ).

Dando continuidade às medidas de dispersão, vamos tratar do desvio padrão.

## 10.4 Desvio padrão

Desvio padrão é a medida mais comum da dispersão estatística (representado pelo símbolo sigma,  $\sigma$ ). Ele mostra o quanto de variação ou "dispersão" existe em relação à média (ou valor esperado). Um baixo desvio padrão indica que os dados tendem a estar próximos da média; um desvio padrão alto indica que os dados estão espalhados por uma gama de valores. Wikipédia



É a mais utilizada das medidas de dispersão. É calculada através das seguintes equações:

$$\text{Desvio Padrão da População} = \sqrt{\sum \frac{(xi - Média)^2}{n}}$$
$$\text{Desvio Padrão da Amostra} = \sqrt{\sum \frac{(xi - Média)^2}{n - 1}}$$

Podemos observar que o desvio padrão é a raiz quadrada da variância. Vamos acompanhar o exemplo a seguir para entendermos o processo de cálculo do desvio padrão:

Dada a seguinte amostra de um conjunto 8, 7, 5, 4, 2, calcule o desvio padrão da população de dados.

Observe que este exemplo contém o mesmo conjunto de dados do exemplo de variância. O valor calculado para a variância foi de 4,6. Vamos utilizar este valor para o cálculo do desvio padrão, sabendo que:

$$\text{Desvio Padrão} = \sqrt{\text{Variância}} = \sqrt{4,6} = 2,14$$

Agora é sua vez de praticar.

## Atividades de aprendizagem

1. As análises dos níveis de colesterol HDL no sangue de cinco pacientes foram de 30, 48, 59, 64 e 65 mgdL de sangue. Determinar:

- a) o desvio médio
- b) o desvio padrão
- c) a variância das amostras
- d) a amplitude total

2. Em uma classe com 12 alunos de um curso de inglês, os alunos indicaram o número de outras línguas, além do português e inglês, com que tinham alguma familiaridade. O resultado foi o seguinte: 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2 e 4. Determine:



a) a variância

b) o desvio padrão

## 10.5 Integração de conceitos

Agora, vamos reunir todo o conteúdo trabalhado em um estudo de caso mais elaborado, consolidando assim, os conhecimentos adquiridos.

Neste primeiro estudo de caso, iremos trabalhar com uma tabela estatística retirada do *site* do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística.

**Tabela 11.1 - Estrutura de Servidores Públicos da Administração Direta e Indireta dos Estados - Brasil - 2011**

UF	População	Administração Direta			Administração Indireta		
		Estatutários	CLT	Comissionados	Estatutários	CLT	Comissionados
Acre	733.559,00	23.486,00	82,00	996,00	3.663,00	558,00	575,00
Alagoas	3.120.494,00	35.062,00	0,00	2.179,00	4.903,00	1.519,00	354,00
Amazonas	3.483.985,00	47.903,00	4,00	2.724,00	16.616,00	417,00	1.229,00
Amapá	669.526,00	21.585,00	0,00	1.432,00	178,00	560,00	320,00
Bahia	14.016.906,00	85.859,00	309,00	6.514,00	12.693,00	7.364,00	2.726,00
Ceará	8.452.381,00	57.651,00	0,00	689,00	6.306,00	0,00	61,00
Distrito Federal	2.570.160,00	108.633,00	1.574,00	6.464,00	5.851,00	5.384,00	497,00
Espírito Santo	3.514.952,00	29.025,00	16,00	2.243,00	3.299,00	262,00	1.005,00
Goias	6.003.788,00	74.541,00	351,00	7.265,00	4.901,00	1.288,00	2.911,00
Maranhão	6.574.789,00	59.727,00	372,00	3.381,00	2.442,00	3.508,00	532,00
Mato Grosso	3.035.122,00	53.300,00	0,00	2.237,00	0,00	0,00	1.237,00
Mato Grosso do Sul	2.449.024,00	34.494,00	70,00	1.373,00	7.186,00	47,00	533,00
Minas Gerais	19.597.330,00	216.767,00	0,00	3.104,00	24.623,00	0,00	1.349,00
Pará	7.581.051,00	75.631,00	0,00	2.173,00	8.501,00	1.548,00	791,00
Paraíba	3.766.528,00	44.273,00	0,00	4.121,00	4.627,00	4.724,00	1.613,00
Paraná	10.444.526,00	127.617,00	1.038,00	2.378,00	30.056,00	40,00	1.588,00
Piauí	3.118.360,00	48.973,00	3,00	1.448,00	4.623,00	865,00	557,00
Pernambuco	8.796.448,00	91.504,00	21,00	2.475,00	13.229,00	5.502,00	915,00
Rio Grande do Norte	3.168.027,00	46.608,00	68,00	807,00	3.736,00	3.206,00	413,00
Rio Grande do Sul	10.693.929,00	116.050,00	447,00	2.138,00	1.045,00	24.873,00	218,00
Rio de Janeiro	15.989.929,00	119.110,00	2,00	5.367,00	79.944,00	2.705,00	3.414,00
Rondônia	1.562.409,00	40.561,00	1.594,00	2.367,00	5.814,00	199,00	1.160,00
Roraima	450.479,00	12.579,00	0,00	4.400,00			
São Paulo	41.262.199,00	466.757,00	9.953,00	1.657,00	26.368,00	59.517,00	6.090,00
Santa Catarina	6.248.436,00	77.214,00	16,00	1.212,00	8.128,00	20.557,00	384,00
Sergipe	2.068.017,00	30.138,00	298,00	2.505,00	4.970,00	1.741,00	346,00
Tocantins	1.383.445,00	31.369,00	266,00	1.092,00	1.974,00	1,00	291,00

Fonte : IBGE



## 10.6 Estudo de caso:

1. A primeira atividade que iremos fazer, baseados na tabela 11.1 é a construção de uma nova tabela baseada em uma amostra contendo os 10 estados que possuem o maior número de funcionários comissionados na administração direta. A tabela que você irá confeccionar deverá ter todas as colunas da tabela 11.1

2. Para a tabela confeccionada no item 1 deste estudo de caso, calcule a razão entre a quantidade de servidores estatutários e comissionados .

3. Calcule o percentual de servidores estatutários, comissionados e CLT em relação ao total de servidores de cada um dos estados contidos na tabela confeccionada no item 1 deste estudo de caso.

4. Baseado na tabela confeccionada no item 1, elabore um gráfico de linhas contendo as seguintes séries:

- Série 1 - Servidores estatutários da administração direta
- Série 2- Total de servidores estatutários
- Série 3 - Servidores comissionados da administração direta
- Série 4 - Total de servidores comissionados

5. Elabore um gráfico de barras múltiplas considerando as mesmas séries do item 4, mas utilizando somente os 5 maiores estados em número de servidores estatutários da administração direta.

6. Baseado na análise dos gráficos elaborados nos itens 4 e 5, justifique: qual é o gráfico mais adequado ao tipo de dado mostrado.

7. Elabore um gráfico de setor, escolhendo da amostra selecionada no item 1, o estado que possui maior razão entre servidores estatutários e comissionados. O gráfico de setor deverá demonstrar os percentuais de servidores estatutários, comissionados e CLT, tanto da administração direta e indireta, em relação ao total de servidores do estado selecionado.

8. Elabore um cartograma, utilizando o mapa do Brasil, contendo o percentual de servidores públicos ( administração direta e indireta) em relação a



população do respectivo estado. Utilizar somente os estados selecionados na amostra do item 1;

**9.** Elabore uma série geográfica, contendo os 10 estados mais populosos do Brasil .

**10.** Elaborar uma tabela de distribuição de frequências do total de servidores comissionados da administração direta e indireta, considerando:

- tabela 11.1
- calcular os intervalos pela Fórmula de Sturges
- calcular a amplitude de cada classe usando a relação

$$\frac{\textit{Amplitude Total}}{\textit{Número de Intervalos}}$$

- Elabore o gráfico, escolhendo o que mais se adapta aos dados.

**12.** Calcule a média aritmética, a moda e a mediana da quantidade de servidores da administração direta da tabela elaborada no item 1.

**13.** Calcule o desvio padrão da quantidade de servidores comissionados da administração direta e indireta da amostra selecionada no item 1.

Acabou. Parabéns pelo seu esforço, empenho e disciplina!





## Palavras Finais

Chegamos ao final da disciplina 'Fundamentos de Estatística'. Queremos cumprimentá-lo pelo esforço e dedicação.

Esperamos que o tipo de abordagem considerada para esta disciplina tenha contribuído para agregar mais conhecimentos à sua formação profissional.

Enfim, mais uma etapa vencida das muitas que virão, pois temos certeza que você dará continuidade aos seus estudos. Lembre-se que a aprendizagem é um processo contínuo. Sucesso!





## Referências

ABNT. **NBR 14724**: informação e documentação: trabalhos acadêmicos: apresentação. Rio de Janeiro, 2002. 6 p.

ABNT. **NBR 6022**: informação e documentação: artigo em publicação periódica científica impressa: apresentação. Rio de Janeiro, 2003. 5 p.

ABNT. **NBR 6023**: informação e documentação: elaboração: referências. Rio de Janeiro, 2002. 24 p.

ADAMI, Antonio. **Mídia, Cultura e Comunicação**. São Paulo: Arte e Ciência, 2004. Portal do INEP

BOTELHO, E. M. D.; MACIEL, A. J. **Estatística Descritiva (Um Curso Introductório)**. Viçosa: Universidade Federal de Viçosa, 1992. 65p.

COMARELLA, Rafaela Lunardi. **Educação superior a distância: evasão discente**. Florianópolis, 2009. 125 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia e Gestão do Conhecimento) – Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2009.

COSTA, S. F. **Introdução Ilustrada à Estatística (com muito humor!)**. 2.ed. São Paulo: Harbra, 1992. 303p.

CUNHA, Suzana Ezequiel. **Iniciação a Estatística**. Belo Horizonte: Lê, 1979.

DAL MOLIN, Beatriz Helena et al. **Mapa referencial para construção de material didático para o Programa e-Tec Brasil**. Florianópolis: UFSC, 2008. 73 p.

DESCARTES, René. **Discurso do método**; As paixões da alma; Meditações; Objeções e respostas. Introdução de Gilles-Gaston Granger. Prefácio e notas de Gerard Lebrun. Tradução J. Guinsburg e Bento Prado Júnior. 5. ed. São Paulo: Nova Cultural, 1991. (Os pensadores).

FARIA, E.S. de. **Estatística**. Edição 97/1. (Apostila)

FERREIRA, D. F. **Estatística Básica**. Lavras: UFLA, 2005, 664p.

FREUND, J. E., SIMON, G.A. **Estatística Aplicada**. Economia, Administração e Contabilidade. 9.ed. Porto Alegre: Bookman, 2000.404p.

PIMENTEL GOMES, F. **Iniciação à Estatística**. São Paulo: Nobel, 1978. 211p.

REIDY, John & DANCEY, Christine. **Estatística sem matemática para psicologia**. Local ARTMED, ano.

SILVEIRA JÚNIOR, P. et al. **Curso de Estatística**. v.1, Pelotas: Universidade Federal de Pelotas, 1989. 135p.



SPIEGEL, M.R. **Estatística**. São Paulo: McGraw-Hill, 1972. 520p.

TOLEDO, Geraldo. **Estatística Básica**. São Paulo: Atlas, 2008.

Sistema Galileu de Educação Estatística. Disponível em: <<http://www.galileu.esalq.usp.br>>.



## Obras Consultadas

CRESPO, Antonio Arnot. **Estatística Fácil**. [S.l.]: Saraiva, 1999. Disponível em:< <http://pt.scribd.com/doc/19754940/Estatistica-Parte-1-e-2>> Acesso em: 19 ago. 2013.

**ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 10520:** informação e documentação: apresentação de citações em documentos. Rio de Janeiro, 2002. 7 p. Disponível em: < [http://www.sei.ba.gov.br/images/releases\\_mensais/pdf/norma\\_tabular/normas\\_apresentacao\\_tabular.pdf](http://www.sei.ba.gov.br/images/releases_mensais/pdf/norma_tabular/normas_apresentacao_tabular.pdf) > Acesso em 19 ago. 2013.

**IBGE:** Normas de apresentação tabular. 3. ed. Rio de Janeiro, 1993. 61 p. Disponível em: <[http://www.sei.ba.gov.br/images/releases\\_mensais/pdf/norma\\_tabular/normas\\_apresentacao\\_tabular.pdf](http://www.sei.ba.gov.br/images/releases_mensais/pdf/norma_tabular/normas_apresentacao_tabular.pdf) > Acesso em 19 ago. 2013