

EXERCÍCIO COMPUTACIONAL: SIMULAÇÃO DE N-CORPOS USANDO QUADTREES

O trabalho consiste da elaboração de um programa que faz a simulação de um problema de n-corpos, usando as leis de Newton para atração gravitacional entre dois corpos.

A força gravitacional entre dois corpos a e b é expressa por

$$F_{a,b} = G \frac{m_a m_b}{r^2}$$

onde $G=6,67300 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$, m_a e m_b são as massas dos corpos e r é a distância entre os corpos. Sujeito a uma força, um corpo é acelerado de acordo com a 2ª lei de Newton,

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

onde m é a massa do corpo e \vec{a} é a aceleração. Para determinar as posições dos corpos ao longo de um certo intervalo de tempo, quando sujeitos às diferentes forças que agem sobre eles, consideramos um intervalo Δt e escrevemos

$$\vec{a} = \frac{\vec{v}^{t+1} - \vec{v}^t}{\Delta t}$$

onde \vec{v}^t e \vec{v}^{t+1} são as velocidades nos tempos t e $t+1$. Logo,

$$\vec{v}^{t+1} = \vec{v}^t + \vec{F} \frac{\Delta t}{m}$$

de onde podemos calcular as novas posições como

$$\vec{x}^{t+1} = \vec{x}^t + \vec{v}^{t+1} \Delta t.$$

O algoritmo usado para a simulação ao longo do tempo pode ser expresso como

```

Para t = 0,...,tmax
  Para i = 1,...,N
    Calcula a força resultante F sobre o corpo i
    v_novo[i] = v[i] + F * dt / m[i]
    x_novo[i] = x[i] + v_novo[i] * dt
  Fim para
  x[1..N] = x_novo[1..N]
  v[1..N] = v_novo[1..N]
Fim para
    
```

Observe que, para reduzir a quantidade de cálculo necessário para se calcular a força resultante \vec{F} sobre um corpo, pode-se utilizar uma “quadtree”, calculando-se apenas as interações entre os centros de massa dos corpos armazenados num dado nodo da “quadtree”. Além disso, como os corpos se movem ao longo do tempo, é bastante provável que eles tenham de ser reposicionados entre nodos da “quadtree”, a cada passo da simulação.

Então, usando uma região de 800×800 pontos, distribua aleatoriamente as partículas (posição das mesmas, no plano XY), com uma quantidade de partículas que deve ser informada pelo usuário.

Compare o tempo obtido com as simulações “força-bruta” e usando uma “quadtree”.