Projeto ASL - Análise de 1/4 da Suspenção de um automóvel

Victor Matteus Silva Souza - 202105201

24 de agosto de 2023

Resumo

Este trabalho traz a modelagem matemática de uma possível suspenção de um automóvel, no eixo vertical, bem como a análise de comportamento da mesma no domínio do tempo e da frequência. Para isso, o aluno utilizou de assuntos e ferramentas abordadas em classe para a escrita e tratamento do modelo.

1 Introdução

Sabemos que dentre os inúmeros componentes presentes em um automóvel, aqueles pertencentes ao sistema de suspenção veicular representa um papel fundamental no que diz respeito à direção do mesmo. Isso pois é reponsável por absorver impactos e vibrações do contato dos pneus com o chão, garantindo uma melhor estabilidade durante a condução [1]. Em outras palavras, os principais objetivos desse sistema, conforme descrito em [2], são:

- melhoria do conforto dos passageiros;
- manutenção da integridade das cargas;
- aumento da segurança, proporcionando melhores condições de aderência no contato pneu-piso

Dito isso, tem-se que, ao se analisar 1/4 da suspenção de um automóvel, dois componentes se destacam dentre os demais, sendo eles as molas e os amortecedores. Molas ajudam na sustentação do veículo, fazendo também com que a estrutura do carro não encoste no pneu, enquanto que os amortecedores atuam em conjunto com as molas para absorverem impactos recebidos pelo carro quando trafega pelas ruas [3].
Portanto, para esse projeto, o aluno apresentará a modelagem matemática do 1/4 de suspensão traseira do modelo presente em Fig. 1, bem como a análise dos parâmetros de desempenho do sistema no domínio do tempo e da frequência, para diferentes valores das contantes elástica e de amortecimento. Vale lembrar que o foco da análise se dá para o movimento no eixo y, apenas, descartando-se o estudo do comportamento do sistema em outras direções. Vale ressaltar que, para a simulação e obtenção dos gráficos a serem apresentados a seguir, foram utilizados valores de referência para as constantes de amortecimento e elasticidade presentes no mercado e em pesquisas realizados sobre o assunto, conforme [5] e [6]. Para o caso das massas, foi considerado que a massa total do carro era de 1000kg, portanto, para 1/4 da suspensão, $m_1 = 250kg$ e a massa de m_2 foi considerada em torno de 30kg. Tais informações podem ser encontrados na seção 6.

2 Modelagem matemática

2.1 Diagramas de corpo livre e fluxo de sinal

Para realizar a modelagem matemática do sistema proposto pela Fig. 1, faz-se necessário fazer o diagrama de corpo livre para as massas m1 e m2, conforme evidenciado em Fig. 2.

Assim sendo, tem-se que as equações de movimento no domínio do tempo serão dadas por:

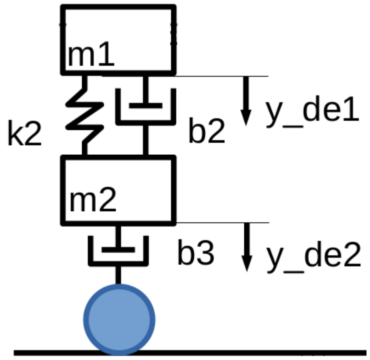


Figura 1: Modelo esquemático de 1/4 de suspensão traseira designada para o trabalho do aluno, sendo composta por dois amortecedores de constantes de amortecimento b2 e b3, e uma mola de constante elástica k2

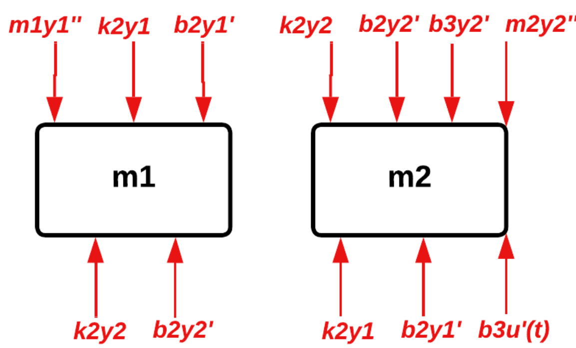


Figura 2: Diagrama de corpo livre que mostra todas as forças sofridas pelas massas m1 e m2 na direção vertical, associando-se às respectivas posições y1 e y2.

$$m_1\ddot{y}_1 = k_2(y_2 - y_1) + b_2(\dot{y}_2 - \dot{y}_1) \tag{1}$$

$$m_2\ddot{y}_2 = k_2(y_1 - y_2) + b_2(\dot{y}_1 - \dot{y}_2) + b_3(\dot{u}(t) - \dot{y}_2) \tag{2}$$

nas quais $u(t)$ é o sinal de excitação da pista.

Primeiramente, para representar o que ocorre com o sistema de forma simples e direta, faz-se as seguintes igualdades:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ \dot{y}_1 \\ y_2 \\ \dot{y}_2 \end{bmatrix} \tag{3}$$

De tal forma que, a partir da Eq. 3, obtemos as seguintes equações:

$$\begin{cases} x_1' &= x_2 \\ x_2' &= \frac{k_2}{m_1}(x_3 - x_1) + \frac{b_2}{m_1}(x_4 - x_2) \\ x_3' &= x_4 \\ x_4' &= \frac{b3}{m_2}\dot{u}(t) + \frac{k_2}{m_2}(x_1 - x_3) - \frac{b_2}{m_2}(x_2 - x_4) - b_3 x_4 \end{cases}$$

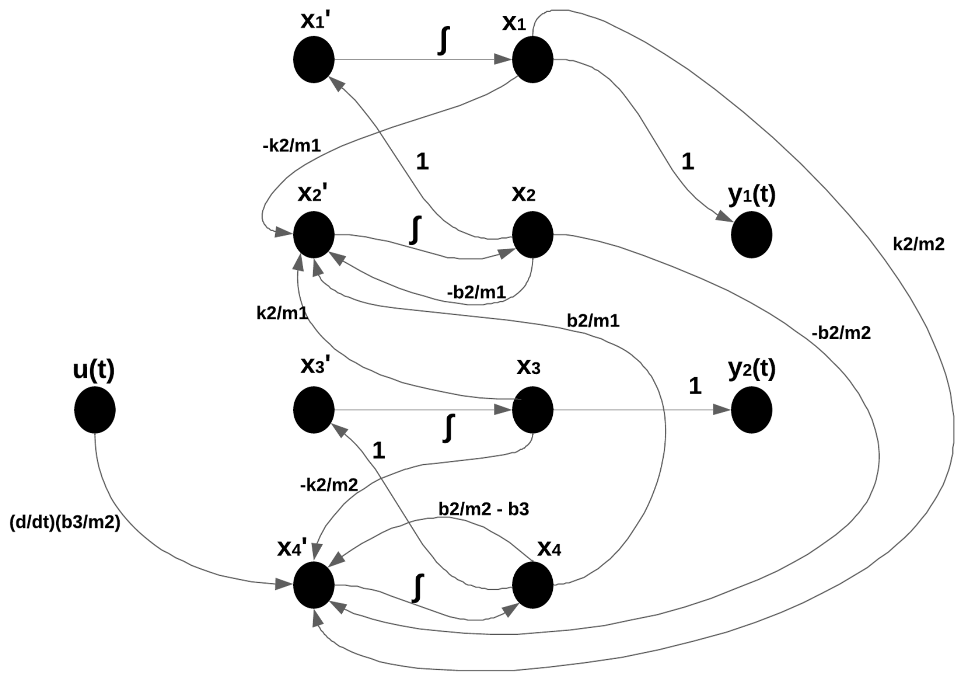


Figura 3: Diagrama de Fluxo de sinal para o modelo de amortecimento proposto pela Fig. 1 obtido por meio das equações 4 e 3.

Tais equações podem ser ainda representadas por meio de uma equação matricial, conforme descrito abaixo:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{k_2}{m_1} & -\frac{b_2}{m_1} & \frac{k_2}{m_1} & \frac{b_2}{m_1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k_2}{m_2} & -\frac{b_2}{m_2} & -\frac{k_2}{m_2} & \frac{b_2}{m_2} - b_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{b3}{m_2}\frac{d}{dt} \end{bmatrix} u(t) \tag{4}$$

Em posse de Eq. 4, é possível obter o diagrama de fluxo de sinal do sistema de amortecimento. Tal diagrama é explicitado através da Fig. 3, na qual o nó u(t) é a entrada do sistema, advinda da pista e os nós y1(t) e y2(t) são as saídas do sistema para as massas m1 e m2.

2.2 Função de Transferência

Para encontrar a função de transferência no domínio da frequência a partir das equações 1 e 2, considerando condições iniciais nulas, aplica-se a transformada de Laplace. Desta forma, obtém-se as seguintes equações no domínio da frequência:

$$Y_1(s)(m_1 s^2 + k_2 + b_2 s) - Y_2(s)(k_2 + b_2 s) = 0 \tag{5}$$

$$Y_2(s)(m_2 s^2 + k_2 + b_2 s + b_3 s) - Y_1(s)(k_2 + b_2 s) = b_3 s U(s) \tag{6}$$

Para encontrar a função de transferência no domínio da frequência a partir das equações 1 e 2, foi utilizado um programa em linguagem Python para resolver o sistema linear e encontrar ambas as funções de transferência. Logo, para a massa suspensa $m1$, tem-se que a função de transferência será:

$$G_1(s) = \frac{Y_1(s)}{U(s)} = \frac{b_3(b_2 s + k_2)}{m_1 m_2 s^3 + (b_2 m_1 + b_2 m_2 + b_3 m_1)s^2 + (b_2 b_3 + k_2 m_1 + k_2 m_2)s + b_3 k_2} \tag{7}$$

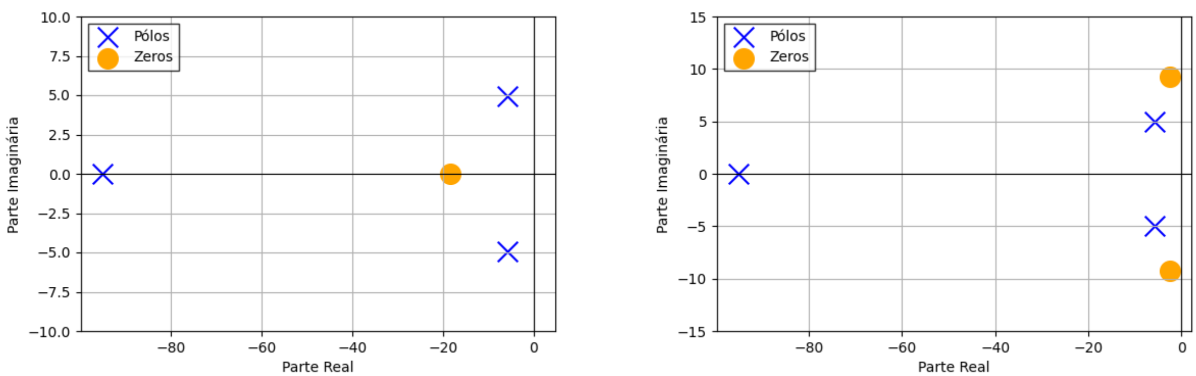
Enquanto que para o caso da massa $m2$, tem-se que a função de transferência será:

$$G_2(s) = \frac{Y_2(s)}{U(s)} = \frac{b_3(m_1 s^2 + b_2 s + k_2)}{m_1 m_2 s^3 + (b_2 m_1 + b_2 m_2 + b_3 m_1)s^2 + (b_2 b_3 + k_2 m_1 + k_2 m_2)s + b_3 k_2} \tag{8}$$

3 Análise no domínio do tempo

3.1 Mapa de pólos e zeros

Sabe-se que um dos principais fatores a serem observados para um sistema é a sua estabilidade. A partir de sua análise é possível então saber se os sistema construído é viável ou não, a depender de seu objetivo. Uma das maneiras então muito utilizadas nesse quesito é a análise do mapa de pólos e zeros, obdito através da função de transferência, na qual os pólos são as raízes do polinômio característico da função(ou simplismente o denominador), enquanto, por sua vez, os zeros são as raízes do numerador.
Logo, em posse das funções de transferência expressas pelas equações 7 e 8, foi possível obter para $G_1(s)$ e $G_2(s)$ os seguintes mapas presentes pelas Figuras 4a e 4b.



(a) Mapa de pólos e zeros para a função de transferência $G_1(s)$

(b) Mapa de pólos e zeros para a função de transferência $G_2(s)$

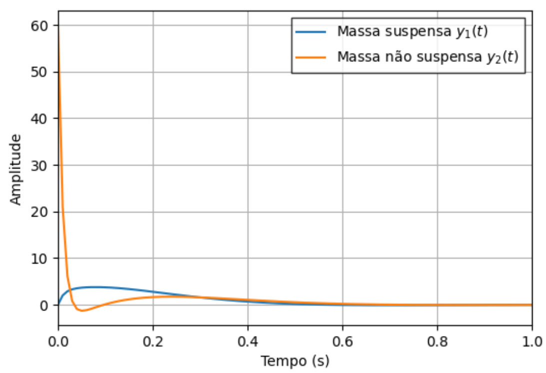
Figura 4: Mapa de pólos e zeros das funções de transferência dadas a partir das equações 7 e 8

Nota-se a partir da Figura 4a, no qual há a presença de um pólo simples, um pólo dominante e um zero simples, que não existem pólos no semiplano direito, o que configura a estabilidade do sistema para $G_1(s)$. O mesmo ocorre para $G_2(s)$, representado pela 4b, com a diferença que esta possui um zero conjugado.

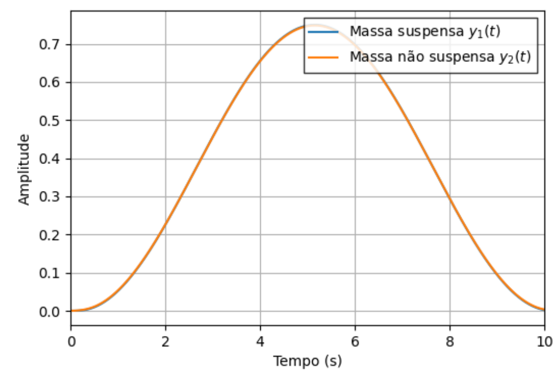
3.2 Comportamento do sistema para diferentes entradas

Uma vez que o sistema é construído, é necessário submetê-lo a testes que simulem situações sobre as quais ele será exposto. Logo, foram realizados testes simulados através das funções de transferência do sistema 1 e 8, demostrando como as respostas $y_1(t)$ e $y_2(t)$ se comportam quando submetidas a certas entradas, conforme explicitado na Fig. 5.

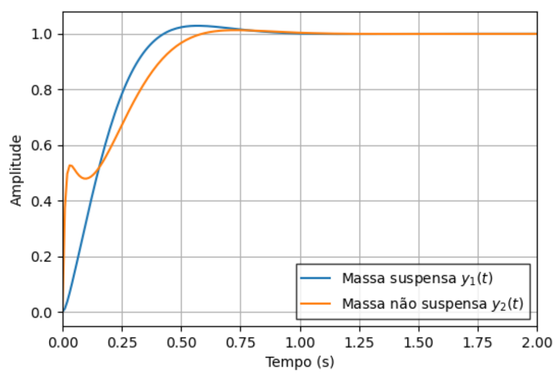
Nota-se a partir da análise da Figura 5a , que representa uma pertubação repentina ao sistema, que ambas as massas são elevadas a amplitudes de aproximadamente 5 metros ou mais em relação ao chão. Tal comportamento é devido ao fato da função impulso tender ao infinito quanto o tempo tende a zero. Observa-se, no entanto, que há a convergência para a amplitude zero após um tempo de cerca de 0.6 segundos. Para o caso da resposta para uma entrada parabólica (Figura 5b, evidencia-se que ambas as massas respondem aproximadamente da mesma forma a este sinal de entrada.



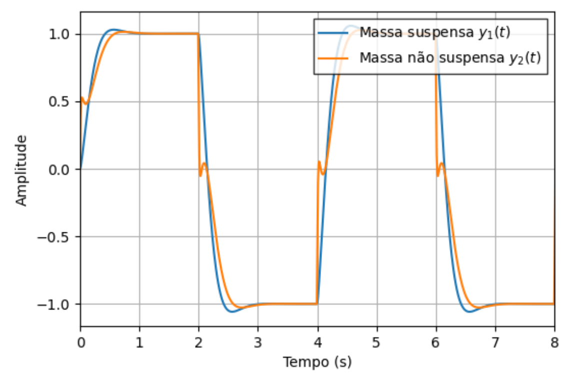
(a) Repostas do sistema para uma entrada impulso.



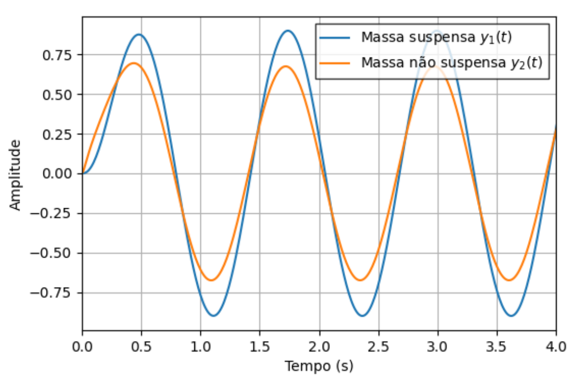
(b) Repostas do sistema para uma entrada parabólica.



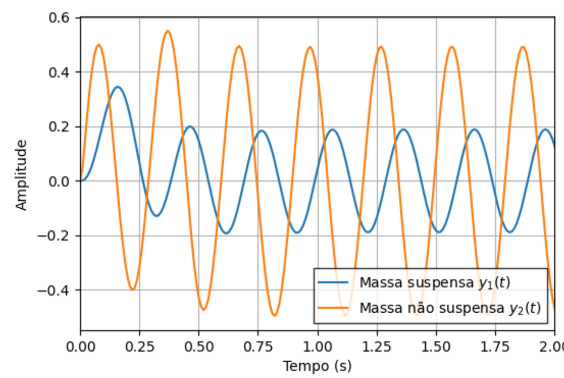
(c) Repostas do sistema para uma entrada rampa-unitária



(d) Repostas do sistema para uma entrada da forma onda-quadrada.



(e) Repostas do sistema para uma onda de baixa frequência de oscilação



(f) Repostas do sistema para uma onda de alta frequência de ondulação.

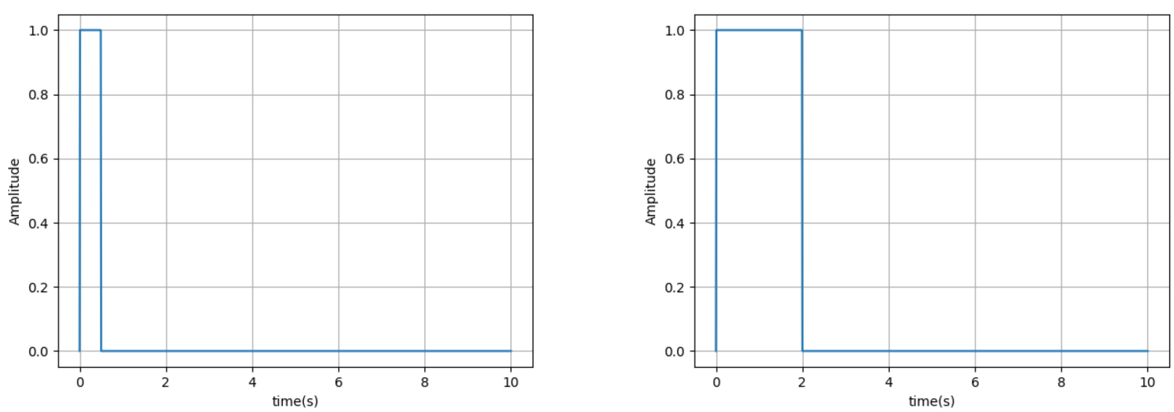
Figura 5: Respostas para diferentes entradas

Quanto às figuras 5c e 5d, nota-se que as respostas evidenciam comportamento similar, a diferir pelo fato de que, para a onda quadrada, há uma repetição no tempo. Tal similaridade é percebidada pela subida conjunta de ambas as funções $y_1(t)$ e $y_2(t)$ e estabilização em um tempo muito pequeno. Vale destacar também que, para o caso da função $y_2(t)$, que possui uma pequena pertubação durante a subida do gráfico. Tal pertubação é explicada ao se analisar o Diagrama de Bode (Figura 13) para $Y_2(s)$, no domínio da frequência, no qual há a presença de uma inversão de fase em seu comportamento.

Por último, faz-se a análise para as figuras 5e e 5f, no qual percebe-se um comportamento oposto. Para baixas frequências 5e, $y_1(t)$ apresenta uma maior amplitude em relação a $y_2(t)$, enquanto que para altas frequências 5f, ocorre oposto. Tal comportamento é novamente explicado por meio da análise dos sistemas no domínio da frequência com o auxílio dos diagramas de bode 12 e 13. Embora ambas as funções atenuem frequências $w > 100rad/s$, para frequências baixas($w < 10rad/s$), a função $y_1(t)$ tem maior amplitude em relação a $y_2(t)$, o que a configura um melhor filtro passa-baixo. Quanto às frequências intermediárias($10rad/s < w < 100rad/s$), nota-se pelo diagrama que a função $y_2(t)$ as amplifica, antes de novamente voltar a atenuar para as frequências altas. Tais comportamentos e pertubações são explicados fisicamente por meio da conservação de energia feita pela mola ligada entre as massas. Ao contrário da massa 2 que recebe o efeito de excitação da pista diretamente, para o caso da massa 1 há a presença da mola de constante k_2 que armazena energia e impede que o sistema sofra variações bruscas.

3.3 Variação das constantes

Além disso, é importante observar como o sistema se comporta para diferentes valores das constantes de amortecimento e elasticidade. Para isso, submeteu-se o sistema a duas entradas forçadas e quadradas, conforme as figuras 6a e 6b.



(a) Pulso unitário de curta duração

(b) Pulso unitário de longa duração

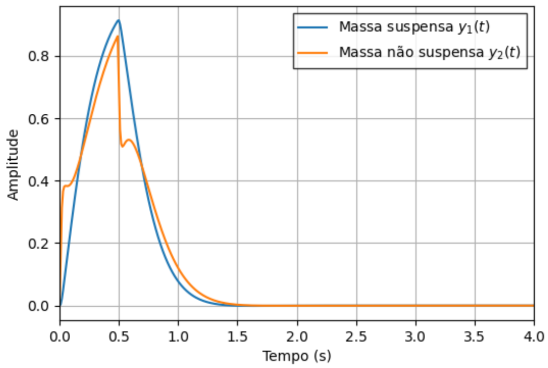
Figura 6: Pulsos unitários utilizados para os testes de comportamento das funções para diferentes parâmetros, conforme figuras 7a, 7b, 7c, 7d, 8a e 8b.

Nota-se a partir das figuras 7a, 7b que, para um pulso unitário curto, não há grandes alterações na resposta do sistema com relação à amplitude. O fenômeno a ser observado é a acentuação das pertubações durante a subida e descida de $y_2(t)$ quando $b_3 > b_2$. Quando se faz a mesma comparação utilizando-se de um pulso de longa duração, (Figuras 7c, 7d), é que há uma redução do tempo de estabilizaão de ambas as funções e um aumento do sobressinal durante a subida quando $b_3 > b_2$. Ao se analisar o que ocorre quando se varia a constante elástica (Figura 8a e 8b) é apenas um sutil aumento do sobressinal de subida de ambas as funções quando $k_2 = 17000N/m$ em relação a quando $k_2 = 23000$. Isso ocorre pois, quando menor o valor de k, maior será a oscilação a qual o sistema estará sujeito.

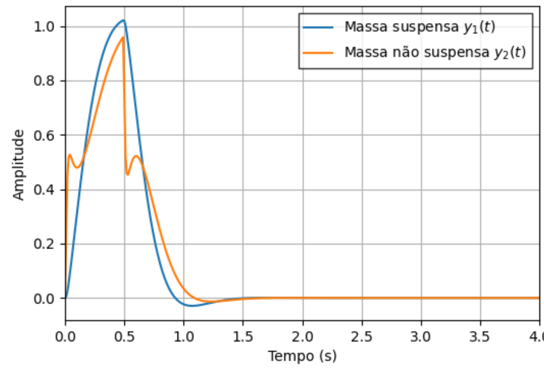
3.4 Resposta do sistema considerando velocidade horizontal do veículo

Outro critério a ser analisado em sistemas de suspensão é velocidade horizontal do veículo no momento em que este é submetido a uma entrada de excitação da pista. Ou seja, para diferentes velocidades o sistema terá diferentes comportamentos.

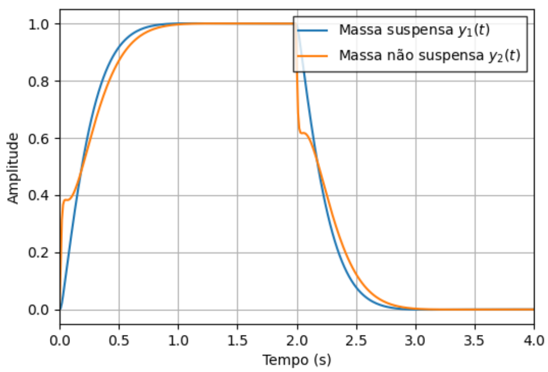
Considere, então, o seguinte modelo em que o sistema sobe um degrau em dois momentos, sendo que no momento t_1 a velocidade do sistema é v, inteiramente horizontal, e o sistema não subiu o degrau, enquanto



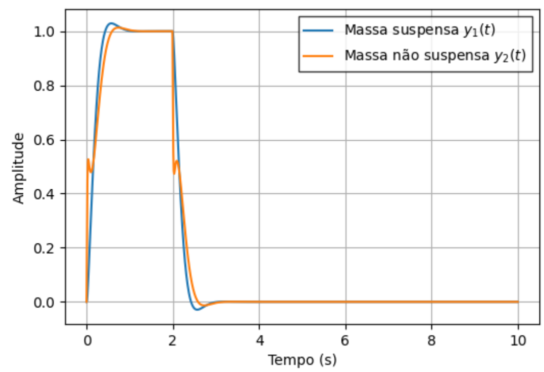
(a) Resposta do sistema ao pulso unitário da figura 6a para $b_2 > b_3$, no qual $b_2 = 1800N/(m/s)$ e $b_3 = 1250N/(m/s)$.



(b) Resposta do sistema ao pulso unitário da figura 6a para $b_3 > b_2$, no qual $b_2 = 1250N/(m/s)$ e $b_3 = 1800N/(m/s)$.



(c) Resposta do sistema ao pulso unitário da figura 6b para $b_2 > b_3$, no qual $b_2 = 1800N/(m/s)$ e $b_3 = 1250N/(m/s)$.



(d) Resposta do sistema ao pulso unitário da figura 6b para $b_3 > b_2$, no qual $b_2 = 1250N/(m/s)$ e $b_3 = 1800N/(m/s)$.

Figura 7: Repostas do sistema a pulsos unitários conforme variação das constantes de amotecimento b_2 e b_3.

que no momento t_2 a velocidade é v_2, inteiramente vertical, e o sistema está prestes a completar a subita. Tal representação pode ser observada a partir da Figura 9.

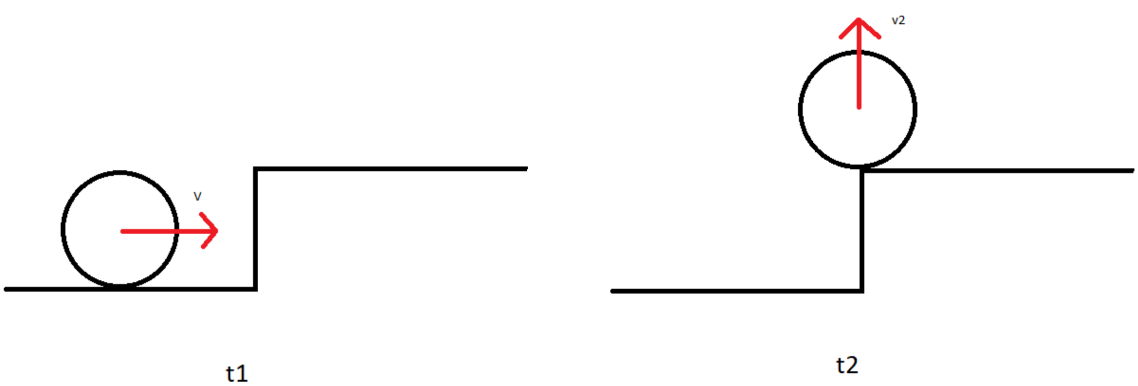
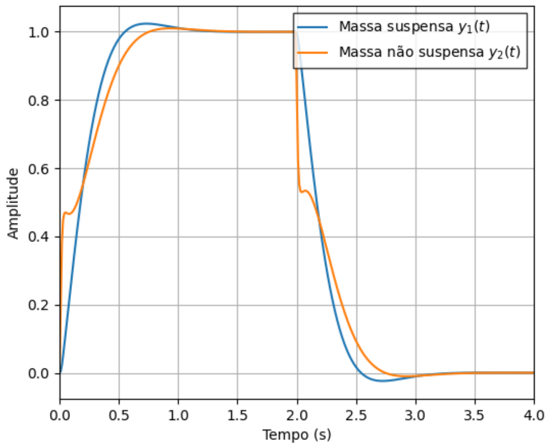
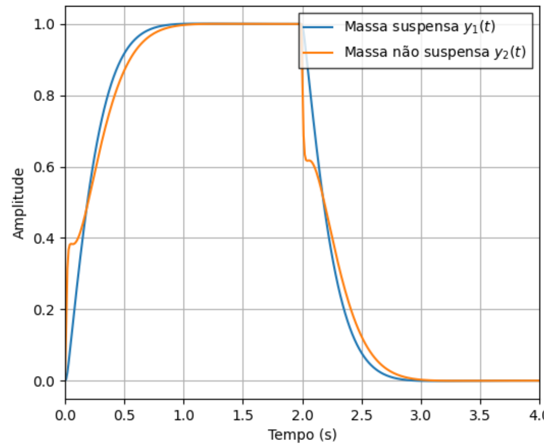


Figura 9: Ilustração da roda um instante antes de iniciar a subida do degrau e um instante antes de completar a subida do degrau.



(a) Resposta do sistema ao pulso unitário da figura 6b para $k_2 = 17000N/m$, no qual $b_2 = 1500N/(m/s)$ e $b_3 = 1500N/(m/s)$.



(b) Resposta do sistema ao pulso unitário da figura 6b para $k_2 = 23000N/m$, no qual $b_2 = 1500N/(m/s)$ e $b_3 = 1500N/(m/s)$.

Figura 8: Repostas do sistema a pulsos unitários conforme variação da constante elástica k_2.

Por meio da lei de conservação da quantidade de movimento, assumindo-se que a colisão seja perfeitamente elástica, tem-se que o módulo das velocidades v e v_2 serão iguais. Dessa forma, percebe-se que a velocidade v_2 é equivalente a x' , ou seja, a variação de x é equivalente a velocidade de aproximação do sistema, dada por v. Isso justifica a possibilidade de se aproximar o modelo degrau como uma rampa, conforme a Figura 10, que representa o gráfico de subida para diferentes valores de velocidade. Portanto, utilizando tal modelo, pode-se avaliar as respostas do sistema para as funções $y_1(t)$ e $y_2(t)$, conforme as Figuras 11a e 11b.

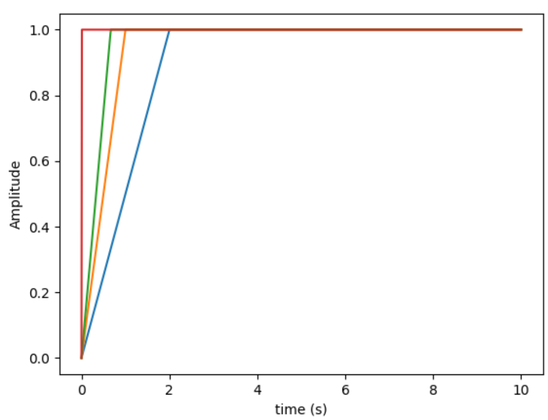
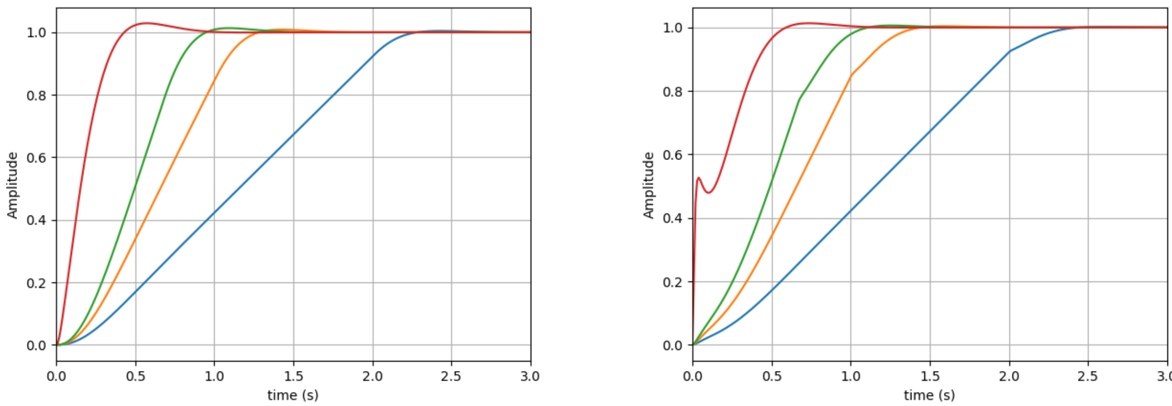


Figura 10: Gráfico da rampa-modelo de resposta do sistema para diferentes velocidades.

Nota-se a partir destes gráficos, 11a e 11b, que quanto maior a velocidade horizontal do veículo no momento em que recebe o estímulo da pista, mais rápida será a reação do sistema ao alcançar a amplitude da entrada degrau. Porém, maior será o sobressinal do mesmo, ou seja, a suspensão levantará as massas a uma altura maior que o degrau da pista. O contrário, no entanto, garante que o sistema reaja mais lentamente à entrada, mas, por sua vez, com menor sobressinal.



(a) Gráfico de Resposta da função $y_1(t)$ a uma entrada em rampa para diferentes valores de velocidades horizontais do sistema.

(b) Gráfico de Resposta da função $y_2(t)$ a uma entrada em rampa para diferentes valores de velocidades horizontais do sistema.

Figura 11: Repostas do sistema a entradas em rampas considerando a velocidade horizontal associdada ao sistema.

4 Análise no domínio da frequência

4.1 Critério de Estabilidade de Routh-Hurwitz

Assim como abordado na seção 3, as características de estabilidade são de suma importância para a análise de um sistema. Dito isso, a fim de realizar a mesma investigação, agora no domínio da frequência, foi realizado o teste de estabilidade de Routh-Hurwitz, bem como descrito em [4], e explicitado na Tabela 1.

Tabela 1: Tabela de Routh-Hurwitz para o sistema

s^3	m_1m_2	$k_2m_1 + k_2m_2$
s^2	$b_2m_1 + b_2m_2 + b_3m_1$	k_2b_3
s	$\frac{k_2(m_1+m_2)(b_2m_1+b_2m_2)}{b_2m_1+b_2m_2+b_2m_1}$	0
0	k_2b_3	

Observando a primeira coluna da tabela nota-se que não há inversão de sinal em nenhum dos resultados, dado que todas as constantes presentes são de valores maiores que zero. Portanto, é possível concluir que o sistema não apresenta pólos do lado direito do plano complexo, o que configura estabilidade, tal como previsto pelos mapas de pólos e zeros das Figuras 4a e 4b.

4.2 Diagrama de Bode

Somado às outraas técnicas de análise do sistema, tem-se ainda o Diagrama de Bode, muito utilizado quando se deseja saber como o sistema se comporta no domínio da frequência. Em outras palavras, é utilizado para realizar a verificação da ação/resposta do sistema sobre determinandas faixas de frequências. Desta forma, foram feitos dois Diagramas de Bode neste trabalho, um para $Y_1(s)$ e outro para $Y_2(s)$, conforme explicitado nas figuras 12 e 13.

Nota-se a partir da análise destes diagramas que o sistema por formado pela função de transferência $G_1(s)$ pode ser considerado um filtro passa-baixo, uma vez que atenua as frequências altas enquanto preserva as frequências baixas. Com relação ao sistema formado por $G_2(s)$, nota-se que, assim como $G_1(2)$, preserva frequências baixas e atenua as altas. Porém, além disso, possui características de um filtro passa faixa, pois amplifica as frequências intermediárias.

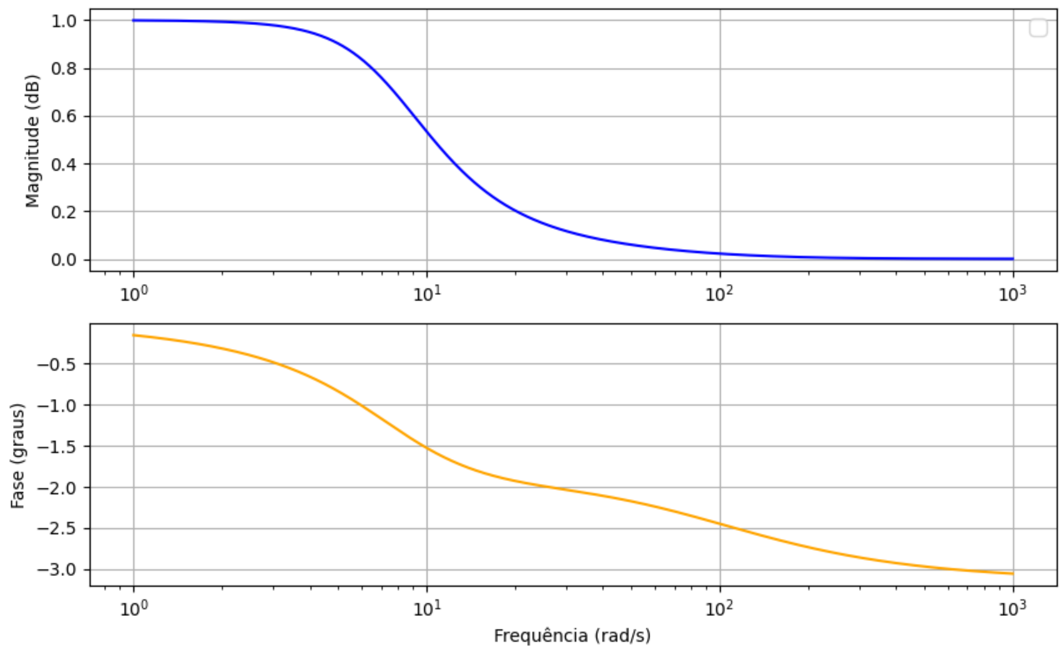


Figura 12: Diagrama de Bode para a $Y_1(s)$.

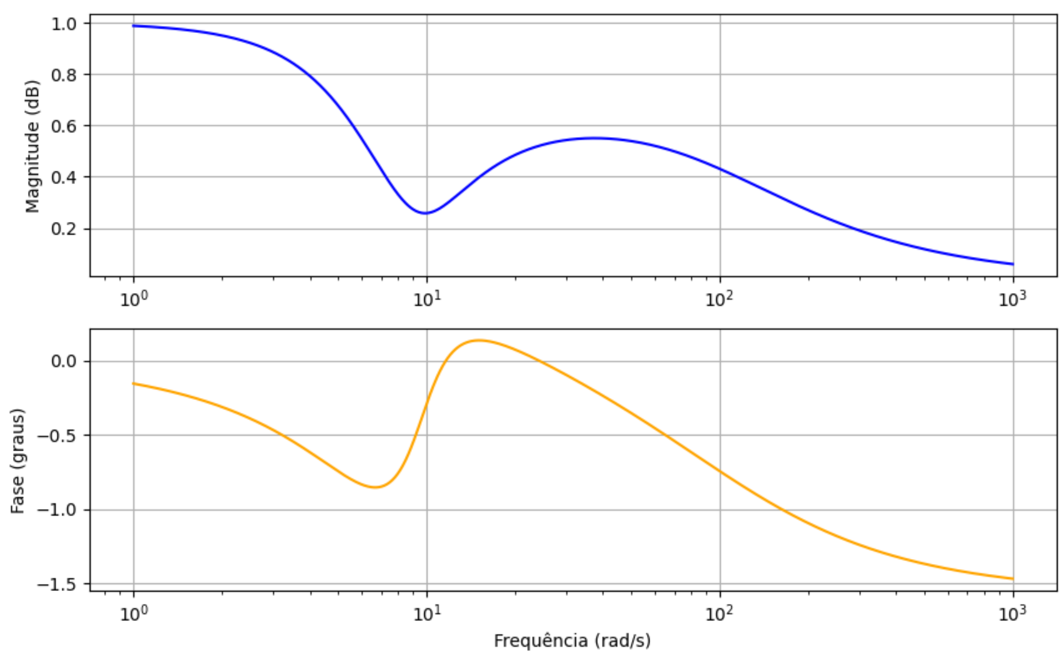


Figura 13: Diagrama de Bode para a $Y_2(s)$.

5 Conclusão

Por fim, pode-se concluir que o sistema como um topo é filtro passa-baixo, uma vez que ambas as funções $Y_1(s)$ e $Y_2(s)$ preservam frequências baixas e amplificam frequências altas. Tal característica leva a conclusão de que a suspensão em questão pode ser bastante útil para terrenos cujo relevo é composto de muitas ondulações e acidentes. Além disso, por meio dos gráficos de testes para diferentes entradas(5), nota-se que o tempo mínimo de estabilização está em média próximo a 2 segundos. Quanto à estabilidade, conclui-se a partir dos testes de estabilidade que o sistema é estável, uma vez que não há a presença de pólos no semiplano direito complexo.

6 Apêndices

6.1 Informações Técnicas das Constantes

Tabela 2: Constantes utilizadas

Constantes utilizadas			
m_1 (kg)	m_2 (kg)	b (N/(m/s))	k (N/m)
250	30	1250	17000
		1500	23000
		1800	

Referências

[1] Posto Cidade de Marília. (12/08/2023). Importância da suspensão para seu veículo. Recuperado de https://postocidadedemarilia.com.br/importancia-da-suspensao-para-seu-veiculo/

[2] Freitas Jr., Luís Mauro Pereira. "Estudo da dinâmica vertical de uma suspensão veicular do tipo MacPherson."Dissertação de mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2006.

[3] Webmotors. (12/08/2023). Suspensão de carro: o que é, quando é como trocar. Recuperado de https://www.webmotors.com.br/wm1/dicas/suspensao-de-carro-o-que-e-quando-e-como-trocar

[4] Dorf, R. C. and Bishop, R. H. (1998). *Sistemas de Controle Moderno*. Editora LTC, Cidade da Editora.

[5] Fernando Rodrigues Demboski. *Estudo para Utilização de Componentes de Suspensão de Motocicleta em Veículo Minimalista Urbano*. UFSC, CEM, Engenharia Automotiva, Joinville, 2014.

[6] Calvo, J.A., Dı¬az, V. and San Roma¬n, J.L. (2005) 'Establishing inspection criteria to verify the dynamic behaviour of the vehicle suspension system by a platform vibrating test bench', *Int. J. Vehicle Design*, Vol. 38, No. 4, pp. 290–306.

Trabalho Conjunto

Para modelar o sistema de amortecimento em conjunto, dividiu-se da seguinte forma: Primeiro, analiza-se uma lateral contendo dois amortecedores ligados por uma barra de tamanhho d e centro de gravidade localizado na metade da distancia dos amortecedores, isso garante que as massas do carro sejam distribuidas igualmente para m_1 e m_2. O sistema é descrito na imagem a seguir, o valor de $k_1 = 23000\frac{N}{m}$ e $b_1 = 1250\frac{Ns}{m}$:

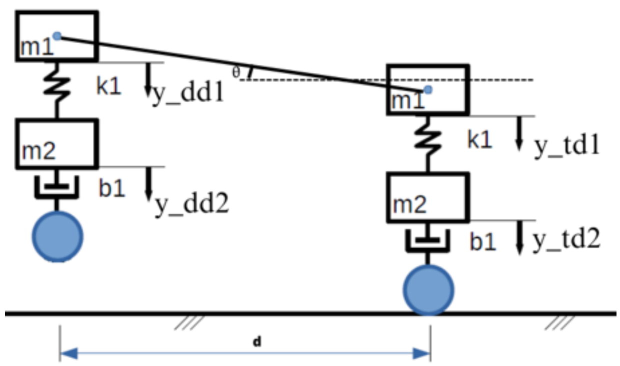


Figure 17: Sistema de amortecimento lateral

Dessa forma, tem-se uma entrada em rampa no sistema dianteiro dado pelo seguinte grafico, em função da velocidade de encontro da rampa:

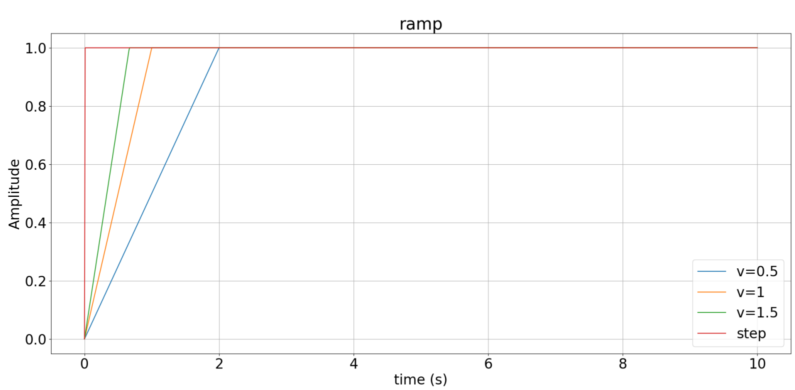


Figure 18: graficos de rampa para $v = 0.5$, $v = 1$, $v = 1.5$ e degrau unitario

Assim, tem-se um angulo θ formado pela inclinação do chassi e a horizontal. O chassi é rigido e é perpendicular ao sistema de amortecimento e a massa do chassi é uniforme com centro de massa localizado a $\frac{d}{2}$, dessa forma pode-se distribuir as massas do carro para as massas m_1, como mostra a figura 17. Analizando o sistema, nota-se que a movimentação na massa m_1 dianteira gera uma força e torque na massa m_1 traseira, entretanto, será considerado que o angulo θ é menor que 5°, assim pode-se desprezar os efeitos de força e de torque. Assim, o valor de θ é dado por:

$$\theta = \arctan(\frac{y_{dd1}}{d})$$

Considerando a aproximação de pequenos angulos:

$$\theta = \frac{y_{dd1}}{d}$$

E usando o angulo θ, pode-se obter a variação da posição do centro de gravidade do chassi em y, dado por δ_{cg}:

$$y_{cg} = \frac{y_{dd1}}{2}$$

Usando a d como a distancia entre eixos do carro Celta Spirit 1.0 [5], tem-se os seguintes graficos:

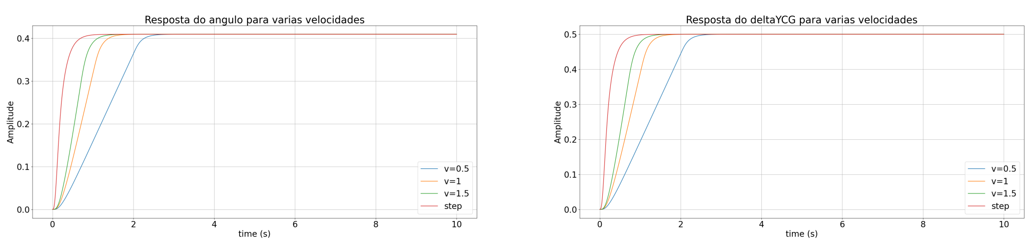


Figure 19: Graficos de θ e δ_{CG}

Dessa forma, tem-se que o tempo de estabilização para essas velocidades, dado por t_e. Analizando para um segundo momento, o amortecedor trazeiro tambem recebe a mesma entrada dada pelo grafico da figura 18. Entretanto, para desprezar os efeitos de força e torque adicionais no sistema a entrada rampa no amortecedor trazeiro deve ser feito apos o tempo de estabilização do amortecedor frontal. Assim, como a velocidade v é constante, tem-se a segunda restrição do sistema:

$$\frac{d}{v} > t_e$$

Nesse caso, o cateto oposto ao angulo θ é descrito por $1 - y_{td1}$, já que y_{dd1} estabiliza em 1. Dessa forma o angulo θ e δ_{cg} são dados por:

$$\theta_2 = \frac{1 - y_{td1}}{d}$$

$$\delta_c g = \frac{1 + y_{td1}}{2}$$

Com os seguintes graficos:

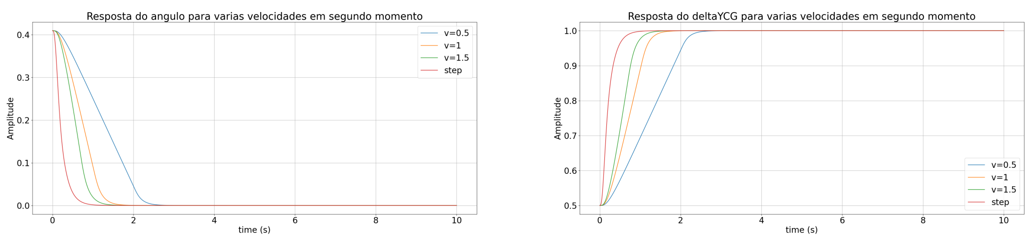


Figure 20: Graficos de θ e δ_{CG} no segundo momento

Assim, para uma lateral do carro, tem-se o seguinte grafico para θ e δ_{cg} ao longo do tempo:

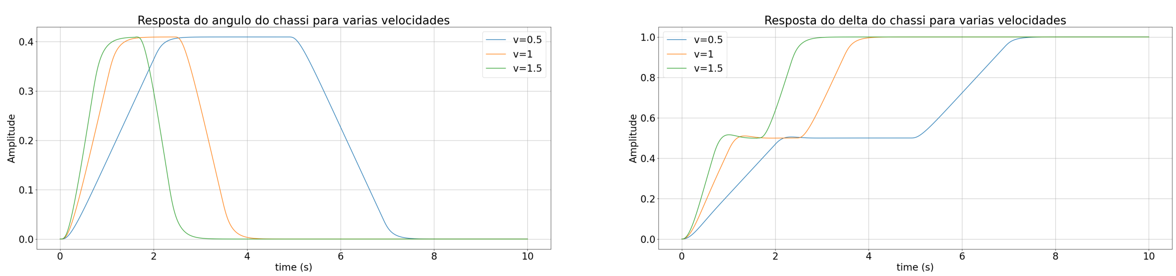


Figure 21: Graficos de θ e δ_{CG} completos

O mesmo pode ser feito para a outra lateral do carro:

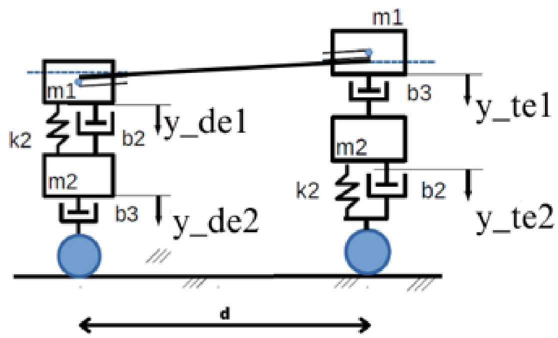


Figure 22: Sistema de amortecimento lateral esquerdo

Com os seguintes graficos para o angulo θ e δ_{cg}

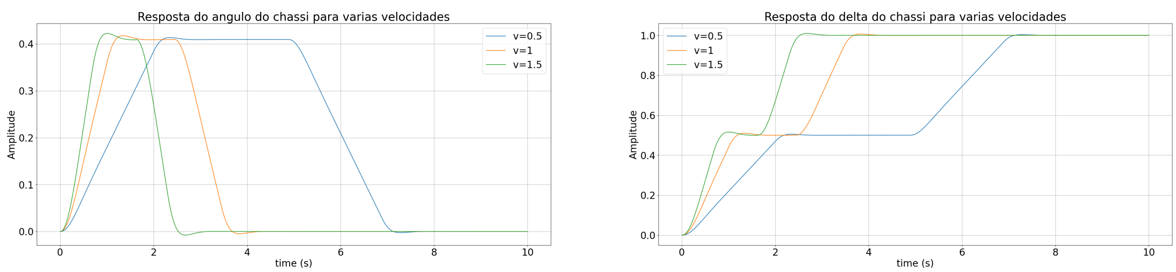


Figure 23: Graficos de θ e δ_{CG} completos para a lateral direita

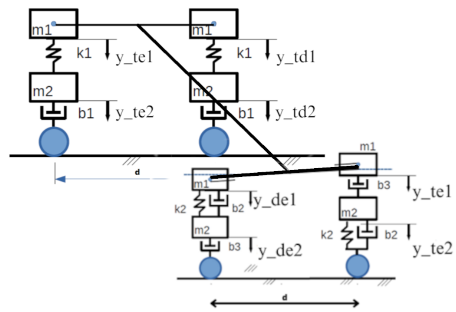


Figure 24: Sistema unido

Como o sistema está unido pelo centro de gravidade, as massas podem ser distrbuidas nas pontas. Considerando a distância das laterais como $l = 1.626m$, usando o valor da ficha tecnica do carro Celta Spirit 1. Ainda com o ângulo α sendo o ângulo formado pelo eixo central com a horizontal.

Considerando que o caso em que os amortecedores do lado direito e esquerdo recebem a entrada ao mesmo tempo (ou seja, lado direito e esquerdo dianteiros recebem a mesma entrada e depois os amortecedores traseiros do lado direito e esquerdo), considerando tambem as restrições de $\theta < 5°$ e de $\frac{d}{v} > t_e$

$$\alpha = \frac{\delta_{CG1} - \delta_{CG2}}{l}$$

Assim, tem-se os seguintes resultados para os valores dos angulos e delta das laterais:

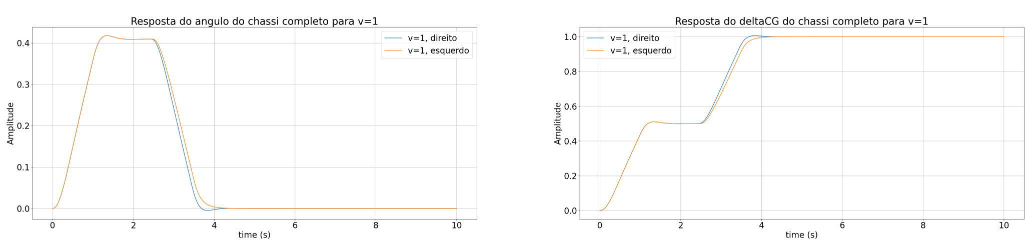


Figure 25: Graficos de θ e δ_{CG} do chassi

E para α:

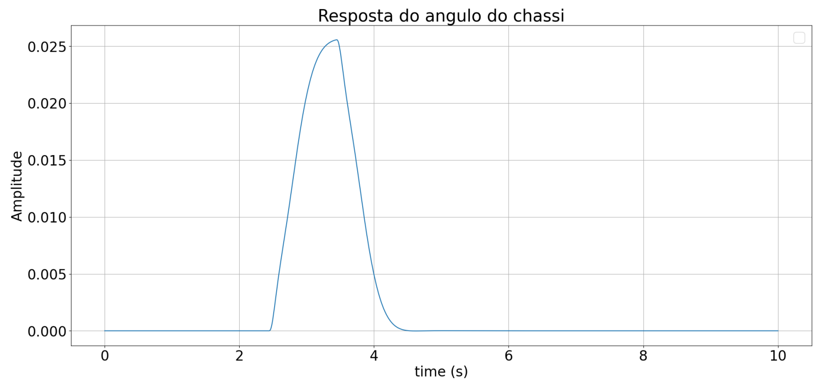


Figure 26: graficos de α

7 Referências bibliográficas

References

[1] NUSSENZVEIG, Herch Moysés. Curso de física básica: Mecânica (vol. 1). Editora Blucher, 2013.

[2] DORF, R. C.; BISHOP, R. H. Sistemas de Controle Moderno; 8ª. Ed, LTC, Rio de Janeiro, 2001.

[3] Calvo, J. & Diaz, V. & San Román, J.. (2005). Establishing inspection criteria to verify the dynamic behaviour of the vehicle suspension system by a platform vibrating test bench. International Journal of Vehicle Design - INT J VEH DES. 38. 10.1504/IJVD.2005.007623.

[4] DEMBOSKI, Fernando Rodrigues et al. Estudo para utilização de componentes de suspensão de motocicleta em veículo minimalista urbano. 2015..

[5] Celta Spirit 1.0 MPFI 8V FlexPower 3p - Ficha Técnica, Vrum, 2010. Disponivel em: ¡https://www.vrum.com.br/fichatecnica/chevrolet/celta/2010/004320-6/¿. Acesso em: 22/08/2023