

Presentación Segundo Parcial Métodos Numéricos

Víctor Uriel Mendoza Salazar

October 2021

1 Problema Planteado Ecuaciones Lineales

Se seleccionó un problema que pudiera realizarse planteando un sistema de ecuaciones lineales. El problema seleccionado consistía en encontrar las corrientes que circulan en un circuito eléctrico de tres mallas. A continuación se muestra una imagen del circuito a resolver.

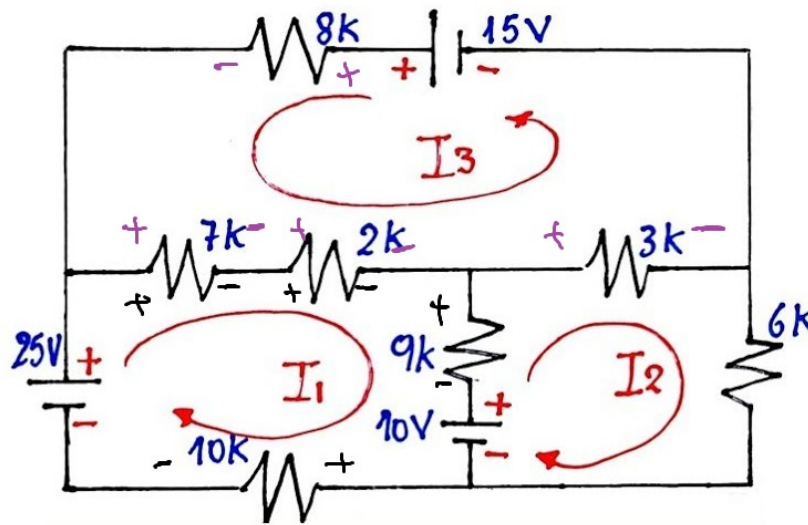
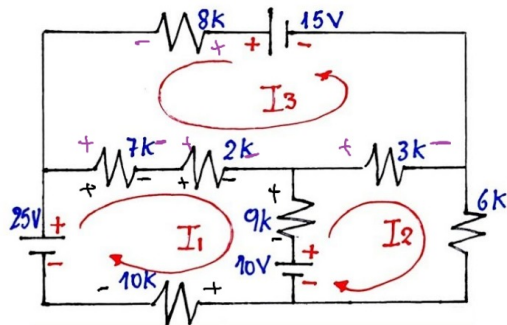


Figure 1: Circuito eléctrico planteado

Para encontrar las corrientes que circulan en el circuito se planteó un sistema de ecuaciones lineales. A continuación se muestra el sistema realizado planteado.



Malla 1:

$$25 - 7I_1 + 2I_1 - 9I_1 - 10 - 10I_1 + 9I_2 - (7+2)I_3 = 0$$

$$15 = 28I_1 - 9I_2 + 9I_3$$

Malla 2:

$$10 = (9+3+6)I_2 - 9I_1 + 3I_3$$

$$10 = 18I_2 - 9I_1 + 3I_3$$

Malla 3:

$$(8+7+2+3)I_3 + (7+2)I_1 + 3I_2 = 15$$

$$15 = 9I_1 + 3I_2 + 20I_3$$

Figure 2: Sistema de ecuaciones lineales planteado.

2 Método de cramer

Para resolver el sistema de ecuaciones lineales se realizó el procedimiento mediante el método de cramer tanto en excel como en MATLAB.

	x	y	z	Término Idp	28x-9y+9=15				
Ec1	28	-9	9	15	18y-9x+3z=10				
Ec2	-9	18	3	10	9x+3y+20z=15				
Ec3	9	3	20	15					
	Determinante X					Determinante S			
	15	-9	9			28	-9	9	
	10	18	3			-9	18	3	
	15	3	20	Det x	4500	9	3	20	Det s
	15	-9	9			28	-9	9	
	10	18	3			-9	18	3	
	Determinante Y								
	28	15	9			x	0.7183908	mA	
	-9	10	3						
	9	15	20	Det y	5420	y	0.86526181	mA	
	28	15	9						
	-9	10	3			z	0.29693487	mA	
	Determinante Z								
	28	-9	15						
	-9	18	10						
	9	3	15	Det z	1860				
	28	-9	15						
	-9	18	10						

Figure 3: Desarrollo del método de Cramer en Excel.

- $x=I_1=0.7183 \text{ mA}$
- $y=I_2=0.8652 \text{ mA}$
- $z=I_3=0.2969 \text{ mA}$

De igual manera se observa que en MATLAB los resultados son muy similares. Los resultados se muestran en la esquina superior derecha enmarcados en un rectángulo rojo.

Se observan los siguientes resultados:

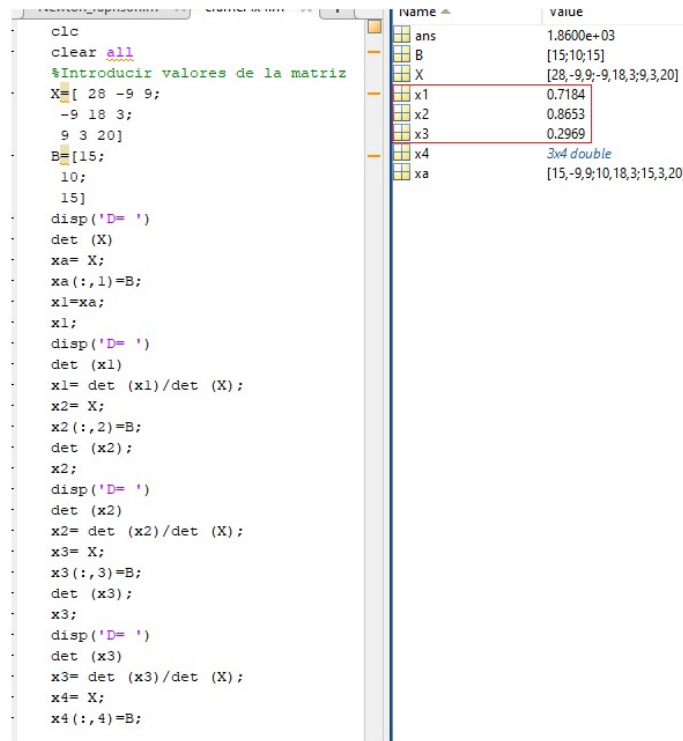


Figure 4: Desarrollo del método de Cramer en MATLAB

3 Método de Gauss

Para resolver el sistema de ecuaciones lineales se realizó el procedimiento mediante el método de Gauss tanto en excel como en MATLAB.

x	y	z	Término Idp		$28x - 9y + 9 = 15$
28	-9	9	15		$18y - 9x + 3z = 10$
-9	18	3	10		$9x + 3y + 20z = 15$
9	3	20	15		
Iteración 1					
28	-9	9	15		
0	$423/28$	$165/28$	$415/28$	x	0.718390805
9	3	20	15		
Iteración 2					
28	-9	9	15		
0	$423/28$	$165/28$	$415/28$	y	0.865261814
0	$165/28$	$479/28$	$285/28$		
Iteración 3					
28	-9	9	15		
0	$423/28$	$165/28$	$415/28$		
0	0	$696/47$	$620/141$		
	z	0.29693487			

Figure 5: Excel Gauss

Se observa en rojo los resultados obtenidos para las corrientes del circuito.

- $x = I_1 = 0.7183 \text{ mA}$
- $y = I_2 = 0.8652 \text{ mA}$
- $z = I_3 = 0.2969 \text{ mA}$

El resultado obtenido para el programa de Gauss en MATLAB es el siguiente mostrado a continuación.

```

1 - clear
2 - clc
3 - %x = [2 1 0; 6 5 -2];
4
5 - x = [28 -9 9 15; -9 18 3 10;
6 -      9 3 20 15];
7
8 - %x = [1 3 1 10; 1 -2 -1 -6; 2 1 2 10];
9 - % x = [2 -1 4 1 -1 7;
10 -      -1 3 -2 -1 2 1;
11 -      5 1 3 -4 1 33;
12 -      3 -2 -2 -2 3 24;
13 -      -4 -1 -5 3 -4 -49];
14
15 - for n = 1:(length(x)-1)
16 -     % Step 1: make the row N's Nth term 1 by dividing
17 -     % the whole row by it
18 -     A = x(n,:);
19 -     A = A/A(n);
20 -     x(n,:) = A;
21
22 -     % Step 2: for every other row add to it -1 * that rows Nth term *
23 -     % the Nth row
24 -     for k = 1:(length(x)-1)
25 -         if n~=k
26 -             x(k,:) = A*(-1*x(k,n)) + x(k,:);
27 -         end
28 -     end
29 - end
30
31 - y = x(:,length(x))';
32 - y

```

Command Window

```

y =
    0.7184    0.8653    0.2969

```

Figure 6: Desarrollo del método de Gauss en MATLAB

4 Método de Seidel

Para resolver el sistema de ecuaciones lineales se realizó el procedimiento mediante el método de Seidel tanto en excel como en MATLAB.

28x-9y+9=15		x	y	z	Término Idp	
18y-9x+3z=10		28	-9	9	15	
9x+3y+20z=15		-9	18	3	10	
		9	3	20	15	
Iteración	x	y	z	Error x	Error y	Error z
0	0	0	0	0	0	0
1	0.53571429	0.8234127	0.38541667	1	1	1
2	0.67649872	0.82956881	0.32114025	0.20810747	0.00742085	0.2001506
3	0.69913775	0.85160105	0.30764785	0.03238135	0.02587156	0.04385663
4	0.71055639	0.85955911	0.30131576	0.01606999	0.00925829	0.02101481
5	0.71514965	0.86291109	0.298746	0.0064228	0.0038845	0.00860184
6	0.71705306	0.86429109	0.29768246	0.0026545	0.00159669	0.00357273
7	0.71783849	0.86486106	0.29724352	0.00109415	0.00065903	0.00147669
8	0.71816278	0.86509636	0.2970623	0.00045156	0.00027199	0.00061006
9	0.71829666	0.8651935	0.29698748	0.00018639	0.00011228	0.00025193
10	0.71835194	0.86523361	0.29695659	7.6947E-05	4.6354E-05	0.00010402
11	0.71837476	0.86525017	0.29694383	3.1767E-05	1.9137E-05	4.2948E-05
12	0.71838418	0.86525701	0.29693857	1.3115E-05	7.9009E-06	1.7731E-05
13	0.71838807	0.86525983	0.29693639	5.4145E-06	3.2619E-06	7.3206E-06
14	0.71838968	0.86526099	0.2969355	2.2354E-06	1.3467E-06	3.0223E-06
15	0.71839034	0.86526148	0.29693513	9.229E-07	5.5599E-07	1.2478E-06
16	0.71839061	0.86526167	0.29693497	3.8103E-07	2.2954E-07	5.1516E-07
17	0.71839073	0.86526176	0.29693491	1.5731E-07	9.4768E-08	2.1269E-07
18	0.71839077	0.86526179	0.29693488	6.4946E-08	3.9126E-08	8.7809E-08
19	0.71839079	0.8652618	0.29693487	2.6813E-08	1.6153E-08	3.6252E-08
20	0.7183908	0.86526181	0.29693487	1.107E-08	6.6689E-09	1.4967E-08
21	0.7183908	0.86526181	0.29693487	4.5703E-09	2.7533E-09	6.1792E-09
22	0.7183908	0.86526181	0.29693487	1.8869E-09	1.1367E-09	2.5511E-09
23	0.7183908	0.86526181	0.29693487	7.7901E-10	4.693E-10	1.0532E-09
24	0.7183908	0.86526181	0.29693487	3.2162E-10	1.9375E-10	4.3484E-10
25	0.7183908	0.86526181	0.29693487	1.3278E-10	7.9992E-11	1.7952E-10
26	0.7183908	0.86526181	0.29693487	5.4819E-11	3.3025E-11	7.4117E-11
27	0.7183908	0.86526181	0.29693487	2.2633E-11	1.3635E-11	3.06E-11
28	0.7183908	0.86526181	0.29693487	9.344E-12	5.6291E-12	1.2633E-11
29	0.7183908	0.86526181	0.29693487	3.8577E-12	2.3241E-12	5.2156E-12
30	0.7183908	0.86526181	0.29693487	1.5927E-12	9.5938E-13	2.1534E-12
31	0.7183908	0.86526181	0.29693487	6.5743E-13	3.9609E-13	8.8893E-13
32	0.7183908	0.86526181	0.29693487	2.7153E-13	1.6372E-13	3.6735E-13
33	0.7183908	0.86526181	0.29693487	1.122E-13	6.7491E-14	1.5161E-13
34	0.7183908	0.86526181	0.29693487	4.6208E-14	2.7843E-14	6.244E-14
35	0.7183908	0.86526181	0.29693487	1.9163E-14	1.1548E-14	2.5986E-14
36	0.7183908	0.86526181	0.29693487	7.7272E-15	4.6192E-15	1.0282E-14
37	0.7183908	0.86526181	0.29693487	3.3999E-15	2.053E-15	4.4867E-15
38	0.7183908	0.86526181	0.29693487	1.3909E-15	1.0265E-15	2.4303E-15
39	0.7183908	0.86526181	0.29693487	4.6363E-16	2.5662E-16	1.8695E-16
40	0.7183908	0.86526181	0.29693487	3.0909E-16	0	3.7389E-16
41	0.7183908	0.86526181	0.29693487	0	0	0

Figure 7: Desarrollo del método de Seidel en Excel

Se observa en rojo los resultados obtenidos para las corrientes del circuito calculadas mediante el excel son las siguientes.

- $x=I1=0.7183$ mA
- $y=I2=0.8652$ mA
- $z=I3=0.2969$ mA

El resultado obtenido para el programa de Gauss en MATLAB es el siguiente mostrado a continuación.

```

1      %% Gauss Seidel Method
2      A= input('A = ');
3      b= input('b = ');
4      x= input('x = ');
5      n=size(x,1);
6      normVal=Inf;
7      tol=1e-5; itr=0;
8      while normVal>tol
9          x_old=x;
10
11         for i=1:n
12
13             sigma=0;
14
15             for j=1:i-1
16                 sigma=sigma+A(i,j)*x(j);
17             end
18
19             for j=i+1:n
20                 sigma=sigma+A(i,j)*x_old(j);
21             end
22
23             x(i)=(1/A(i,i))*(b(i)-sigma);
24         end
25
26         itr=itr+1;
27         normVal=norm(x_old-x);
28     end
29     fprintf('Solution of the system is : \n%f\n%f\n%f in %d iterations',x,itr);

```

```

>> Gauss_siedel
A =[28 -9 9; -9 18 3; 9 3 20]
b = [ 15; 10; 15]
x = [0 0 0]'
Solution of the system is :
0.718388
0.865260
0.296936
fx 13.000000 in >> |

```

Figure 8: Desarrollo del método de Seidel en MATLAB

Se observa en rojo los resultados obtenidos para las corrientes del circuito calculadas mediante el programa de Matlab son las siguientes.

- $x=I1=0.7183$ mA
- $y=I2=0.8652$ mA
- $z=I3=0.2969$ mA

5 Problema Planteado Ecuaciones no lineales

El problema nos plantea una reacción química de descomposición, es necesario encontrar el número de moles al equilibrio de cada elemento químico presente en la misma, pero para ello primero es necesario encontrar el grado de avance de la misma. El problema plantea un par de reacciones reversibles que cuentan con un valor de $Kp1=0.0004$ y $Kp2= 0.037$. Lo que nos indica que esta reacción puede llevarse a cabo. A continuación se muestra el enunciado del problema a mano, así como el planteamiento del sistema de ecuaciones que se utilizó.

$$\begin{aligned}
 &2H_2 + OH \rightleftharpoons H_2O & K_1 = \frac{H_2O}{2H_2^2 (OH)} \\
 &H_2 + O \rightleftharpoons H_2O & K_2 = \frac{H_2O}{H_2 (O)} \\
 & & K_1 = 4 \times 10^{-4} \\
 & & K_2 = 3.7 \times 10^{-2} \\
 &n_{H_2} = 50 \quad n_{OH} = 20 \quad n_{H_2O} = 5 \quad n_O = 10 \\
 &H_2 = 50 - 2x - y & H_2O = 5 + x + y \\
 &OH = 20 - x & O = 10 - y \\
 &F_1(x, y) = \frac{5 + x + y}{(50 - 2x - y)^2 (20 - x)} - 4 \times 10^{-4} \\
 &F_2(x, y) = \frac{(5 + x + y)}{(50 - 2x - y) (10 - y)} - 3.7 \times 10^{-2}
 \end{aligned}$$

Figure 9: Desarrollo del segundo problema a mano

6 Newton-Raphson

		Valor inicial	3,3						
f1		$(5 + x(1) + x(2)) / (50 - 2 * x(1) - x(2)) ^ 2 / (20 - x(1)) - 0.0004$	x	y	f1	f2	h1	h2	
f2		$(5 + x(1) + x(2)) / (50 - 2 * x(1) - x(2)) / (10 - x(2)) - 0.037$	3	3	-1.50751E-05	0.23129268	-0.05837966	0.45558654	
			2.901020337	3.45558641	1.15847E-07	0.24174191	-0.07559264	-0.132774	
			2.825427695	3.3228119	-1.43486E-05	0.23473376	-0.07351135	0.1312363	
derivada f1 (x)		$(8 * x(1)^3 + 16 * x(1)^2 * x(2) - 220 * x(1)^2 + 8 * x(1) * x(2)^2 - 520 * x(1) * x(2) - 2800 * x(1) + x(2)^3 + 3600 * x(2) + 62500 - 155 * x(2)^2) / ((50 - 2 * x(1) - x(2))^2) * (20 - x(1))$	2.751916341	3.45404821	-1.43007E-05	0.23603572	-0.07139249	0.1275094	
derivada f1 (y)		$(x(2) * 60) / (20 - x(1)) * (50 - 2 * x(1) - x(2))^3$	2.680523846	3.58155763	-1.42543E-05	0.23730093	-0.06937096	-0.123944	
			2.611152889	3.45761393	-2.71741E-05	0.23087862			
derivada f2 (x)		$((-2 * x(1)^2 - 4 * x(1) * x(2) - 20 * x(1) + 55 * x(2) + 850 - x(2)^2) / ((50 - 2 * x(1) - x(2))^2) * (10 - x(1)) * 2$							
derivada f2 (y)		$(-x(1) + 55) / (10 - x(1)) * (50 - 2 * x(1) - x(2))^2$							
			Iteración						
			x	y	B				
			2.68052385	9.70178E-05	5.4311E-05	1.42543E-05			
			3.84710664	3.853417825	0.17523063	-0.237300928			
			Inversa						
			-911.321971	0.28245431	-0.08001689	Inversa *B			
			0.505402709	0.505456567	0.09539168				

Figure 10: Desarrollo del sistema en Excel y resultados.

En la tabla de abajo se muestran los resultados de los moles al equilibrio que se calcularon mediante los valores de grado de avance encontrados a través de Excel.

Elemento Químico	Número de moles al equilibrio
H_2	41.33
OH	17.39
H_2O	11.06
O	6.55

Figure 11: Resultados de moles al equilibrio con los valores de grado de avance encontrados con Excel.

Elemento químico	Número <u>de moles</u> al equilibrio
H_2 (hidrógeno)	40.68
OH (ion-hidroxilo)	16.69
H_2O (agua)	11.001
O (oxígeno)	7.30

Figure 12: Resultados de moles al equilibrio con los valores de grado de avance encontrados con MATLAB