

Ejercicios. Clasificador distancia euclídea

1. Se pretende discriminar entre dos tipos de objetos empleando las características x_1 y x_2 . Para ello se han realizado medidas en cuatro muestras de cada clase, con los siguientes resultados:

$$\alpha_1 : \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}; \quad \alpha_2 : \left\{ \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 \\ -2 \end{pmatrix} \right\}$$

Se pide:

- Calcula las funciones discriminantes del clasificador de la distancia euclídea.
 - Pinta la frontera de indecisión entre las clases.
2. Dado un problema de clasificación con el siguiente universo de trabajo

$$\alpha_1 : \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}; \quad \alpha_2 : \left\{ \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -5 \\ 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -5 \\ -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ -5 \end{pmatrix} \right\},$$

se pide:

- Representa gráficamente los datos y comprueba que no es posible construir una función discriminante lineal de la forma $f(\mathbf{x}) = \mathbf{w}^\top \mathbf{x}$, donde $\mathbf{w}^\top = (w_1, w_2, w_3)$ es el vector de parámetros que estima el algoritmo en el proceso de aprendizaje y $\mathbf{x}^\top = (x_1, x_2, 1)$ es el vector de características discriminantes ampliado.
- Define una función vectorial $\boldsymbol{\phi}(\mathbf{x})^\top = (\phi_1(\mathbf{x}), \phi_2(\mathbf{x}), 1)$ que permita construir una función discriminante lineal $g(\mathbf{x}) = \mathbf{w}^\top \boldsymbol{\phi}(\mathbf{x})$ que resuelva el problema de clasificación.
- Las componentes $(\phi_1(\mathbf{x}), \phi_2(\mathbf{x}))$ definen un nuevo espacio de trabajo para el clasificador. Representa gráficamente los datos en el nuevo espacio y la frontera de indecisión que establece $g(\mathbf{x})$ en dicho espacio.