



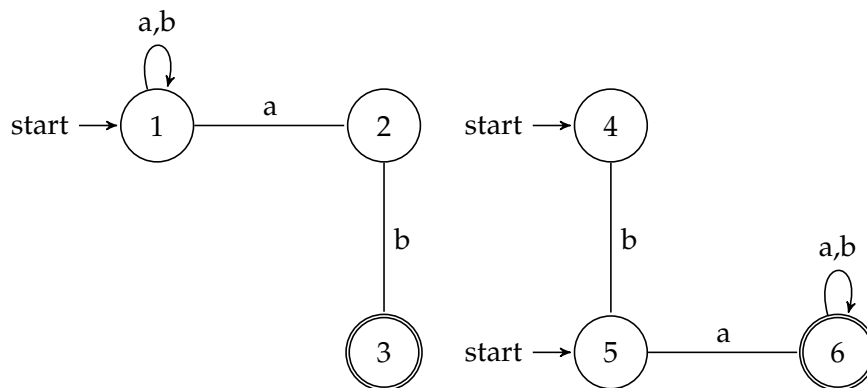
Département d'Informatique

**INFO304 (Théorie des langages et compilation) : Fiche de TD N°2**  
**Année académique 2020-2021**  
Etienne Kouokam

**EXERCICE 1 [Automates non-déterministes et déterminisation]**

**1.1** Construire un automate non déterministe reconnaissant tous les mots sur  $\{a, b, c\}$  qui finissent par aba. Déterminiser l'automate obtenu.

**1.2** Déterminiser l'automate de la figure ci-dessous :



**1.3** Soit  $\Sigma = \{a, b\}$  un alphabet. Donner des automates non-déterministes reconnaissant les langages :

1.  $L_1 = \{w \in \Sigma^* \mid \text{commence / ab, termine / bb et contient 3 occurrences successives de a}\}$
2.  $L_1 = \{w \in \Sigma^* \mid |w|_a \equiv 1(3)\}$
3.  $L_2 = \{w \in \Sigma^* \mid |w|_a \equiv 0(2) \text{ et } |w|_b \equiv 0(2)\}$
4.  $L_3 = \{a^p b^q \mid p \geq q \text{ et } q \leq 5\}$
5.  $L_4 = \{w \in \Sigma^* \mid \text{contient le mot abaaabab}\}$

**1.4** Déterminiser chacun des automates obtenus à la question précédente

**EXERCICE 2 [Les nombres vus comme des mots sur  $\{0, 1\}$ .]**

Un nombre ne commence jamais par un 0, sauf le nombre 0.

Donner des automates déterministes complets reconnaissant les codages en binaire :

- 2.1 Des entiers impairs.
- 2.2 Des puissances de 2.
- 2.3 Des entiers de la forme  $4^n + 3$  pour  $n \geq 0$ .
- 2.4 Des sommes de deux puissances de 4.
- 2.5 Des successeurs des multiples de 3

### EXERCICE 3 [Langage des commentaires.]

Dans notre langage de programmation, les commentaires ont la forme :  $/ * w * /$ , où le commentaire proprement dit  $w$  ne peut pas contenir le facteur  $*/$ , sauf si il est immédiatement précédé du caractère d'échappement  $\%$ . On se restreindra à l'alphabet  $\{/, *, \%, c\}$ ,  $c$  représentant tous les autres caractères.

Donner un automate déterministe reconnaissant le langage des commentaires.

### EXERCICE 4 [langages reconnus par des automates.]

On considère les automates représentés aux figures 1 et 2.

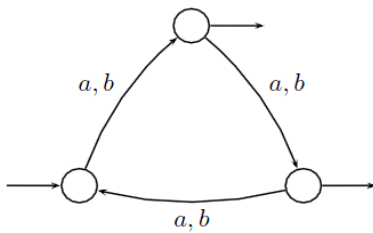


FIGURE 1 – Automate  $A_3$

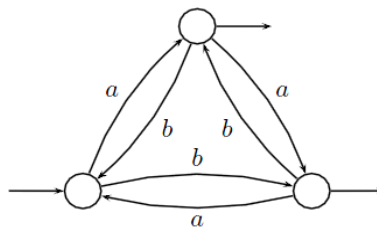


FIGURE 2 – Automate  $A_4$

4.1 Les mots  $abab$ ,  $ababa$  et  $ababab$  sont-ils reconnus par l'automate  $A_3$  ?

4.2 Décrire le langage reconnu par l'automate  $A_3$ .

4.3 Les mots  $a^4b^3$ ,  $a^4b^2$  et  $a^4b$  sont-ils reconnus par l'automate  $A_4$  ?

4.4 Décrire le langage reconnu par l'automate  $A_4$ .

### EXERCICE 5 [Digicode]

On veut écrire 2 automates déterministes qui reconnaissent l'entrée du "mot de passe" d'un digicode. Il n'y a que des chiffres possibles en entrée et le code est **11654**.

5.1 Construire un automate qui lit un code de taille 5, l'accepte si c'est le bon, refuse sinon, et permet ensuite de retenter sa chance.

5.2 Construire un automate qui arrive dans un état final pour toute séquence tapée qui finit par le bon code.

### EXERCICE 6 [Les automates savent-ils compter?]

On veut réaliser un changeur de petite monnaie au moyen d'un automate. L'alphabet sera constitué des pièces jaunes grises (5, 10 et 25 francs CFA).

6.1 Construire un automate qui reconnaît toutes les suites de pièces jaunes dont la somme vaut 100 FCFA.

6.2 Construire l'automate qui reconnaît les suites dont la somme vaut 100 FCFA et qui contiennent une pièce de 25 FCFA.

6.3 Construire un automate qui reconnaît toutes les suites de pièces jaunes dont la somme vaut 60 FCFA et comportant au moins autant de pièces de 5 que de 10 FCFA.

6.4 Supposons qu'il existe un automate reconnaissant toutes les suites de pièces (peu importe la somme totale) comportant au moins autant de pièces de 5 que de 10. Cet automate reconnaît en particulier la suite commençant par autant de pièces de 10 qu'il y a d'états dans l'automate, puis deux fois plus de pièces de 10 que de 5. Que peut-on en déduire ?

### EXERCICE 7 [Le décompte des points au tennis.]

Au tennis, au cours d'un jeu, le score d'un joueur vaut successivement 0, 15, 30 puis 40 au fur et à mesure qu'il marque des points. Si un seul joueur est à 40, il lui suffit de remporter encore un point pour remporter le jeu. En revanche, si les deux sont à 40 (cas dit d'égalité), le joueur qui remporte le point suivant ne gagne qu'un avantage. Il peut alors remporter le jeu s'il gagne également le point suivant; s'il le perd, les joueurs reviennent à égalité.

Construire un automate représentant l'évolution des scores au cours d'un jeu. Les lettres a et b représenteront un point gagné par le joueur A ou par le joueur B.

### EXERCICE 8 [Construction d'automates.]

Donner des automates reconnaissant les langages suivants :

8.1  $L_1 = \{u \in A^* \mid \text{toute occurrence de } b \text{ dans } u \text{ est immédiatement suivie d'au moins deux de } a\}$

8.2  $L_2 = \{u \in A^* \mid u \text{ ne contient pas deux } a \text{ successifs}\}$

8.3  $L_3 = \{u \in A^* \mid \text{le nombre d'occurrences de } a \text{ dans } u \text{ est pair}\}$

8.4  $L_4 = \{u \in A^* \mid \text{les blocs de } a \text{ dans } u \text{ sont alternativement de longueur paire et impaire}\}$

### EXERCICE 9 [Union, intersection, complémentaire ...]

Soit  $\Sigma = \{a, b\}$  et soient deux langages

$$L_1 = \{u \in \Sigma^* \mid |u| \equiv 0 \text{ mod } 3\} \text{ et}$$

$$L_2 = \{u \in \Sigma^* \mid \text{une contient pas le facteur } a^2\}$$

En utilisant les constructions vues en cours, construire les automates reconnaissant les langages suivants :  $L_1 \cap L_2$ ,  $L_1 \cup L_2$  et  $\overline{L_1 \cap L_2}$ ?

### EXERCICE 10 [Intersection de langages et automate produit.]

On considère les automates A, B et C de la figure 3 ci-dessous.

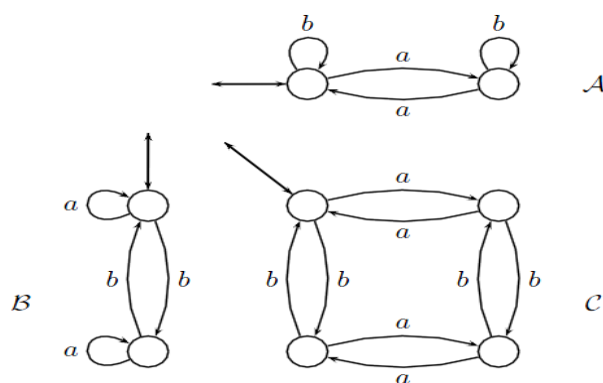


FIGURE 3 – Les automates A, B et C

10.1 Décrire les langages reconnus par les automates A et B.

10.2 Après avoir lu un nombre pair de b, dans quels états peut se trouver l'automate C?

10.3 Décrire le langage reconnu par l'automate C et conclure.

## EXERCICE 11 [Des expressions régulières aux automates.]

Soient donnés les langages et/ou expressions régulières suivants :

$$E_1 = (a + b)^*(abb + \epsilon)$$
$$E_3 = (ab^*a)^*$$

$$E_4 = (a + b)^*ba(a + b)^*$$
$$E_5 = a(a + b + c)^*bc$$

$$E_6 = a^* + a^*ba^* + a^*ba^*ba^*b(a + b)^*$$
$$E_7 = a^*ba^*ba^*$$

Pour chacun de ces cas :

- 11.1 Construire l'automate de Thompson "pur" correspondant
- 11.2 Contruire l'automate obtenu après application de l'algorithme de Glushkov
- 11.3 Transformer les différents automaates ainsi obtenus en AFD s'il y a lieu
- 11.4 Appliquer l'algorithme de minimisation du cours à l'AFD ainsi obtenu
- 11.5 Produire l'automate canonique correspondant
- 11.6 Caractériser le langage décrit par l'expression régulière

## EXERCICE 12 [Lemme de pompage ou Myhill Nerode ?]

Les langages suivants sont-ils réguliers ? Justifier à chaque fois.

12.1  $L_1 = \{0^{2n}/n \geq 1\}$

12.2  $L_2 = \{0^{2^n}/n \geq 1\}$

12.3  $L_3 = \{0^n 1^n/n \geq 1\}$

12.4  $L_4(n) = \{x \in \{0, 1\}^*/n_0(x) \equiv n_1(x) [n]\}$  où  $n_0(x)$  (resp.  $n_1(x)$ ) est égal au nombre de 0 (resp. de 1) dans l'écriture de  $x$ .

12.5  $L_5 = \{x \in \{0, 1\}^*/x \text{ n'a pas 3 zéros consécutifs}\}$

12.6  $L_6 = \{0^n/n \text{ premier}\}$

## EXERCICE 13 [Encore des Automates .]

Pour chacun des automates produits dans la fiche de TD N°2 et celle-ci, donner l'automate minimal et l'automate canonique correspondants.

13.1 Considérons l'alphabet :  $A = \{the, old, man, men, is, are, here, and\}$

- a) Construire un automate sur  $A$  qui accepte le langage :  $\{the\ man\ is\ here\ ,\ the\ men\ are\ here\}$
- b) Idem pour :  $\{the\ man\ is\ here\ ,\ the\ men\ are\ here\ ,\ the\ old\ man\ is\ here\ ,\ the\ old\ men\ are\ here\ ,\ the\ old\ old\ man\ is\ here\ ,\ the\ old\ old\ men\ are\ here\ ,\ \dots\}$
- c) Construire l'automate qui accepte toutes les phrases de b), plus celles obtenues par la conjonction *and*.

13.2 On considère  $A = \{a, b\}$

- a) Construire un automate qui accepte toute suite qui ne contient que des  $a$  (pas la suite vide).
- b) Construire un automate qui accepte toute suite qui contient un nombre impair de  $a$ , suivi d'un nombre arbitraire (éventuellement nul) de  $b$ .
- c) Construire un automate qui accepte à la fois les phrases acceptées par l'automate pour a) et celles acceptées par l'automate pour b).

Bon Courage!!!