

Reporte práctica 2: Autómata celular

Eduardo Valdés
14 de agosto de 2017

1. INTRODUCCIÓN

En esta práctica se analiza una simulación del juego de la vida mediante autómatas celulares. En un inicio, se sitúan celdas vivas con una probabilidad *prob_vivo* en una cuadrícula, el resto se consideran muertas. En un siguiente paso, se consideran como celdas vivas aquellas que tengan exactamente 3 de sus 8 vecinos inmediatos vivos. Repitiendo el proceso, todas las celdas pueden morir o llegar a configuraciones que vivirán eternamente. Se busca estudiar el número de iteraciones necesarias para que todas las celdas estén muertas, en función de la probabilidad de celdas vivas al inicio.

2. AJUSTE DE PARÁMETROS PREVIO

Para realizar el experimento sólo se deben considerar aquellos datos que correspondan a las cuadrículas donde todas las celdas están muertas. Es decir, hay que separar las configuraciones de vida eterna. En la codificación, se puso un *tope* máximo de iteraciones y se contabilizó las cuadrículas que alcanzaran el tope. Estas tienen dos opciones: o son eternas o el tope cortó la evolución de la cuadrícula prematuramente. Probando con un tamaño de cuadrícula 20×20 y probabilidades de celdas vivas al inicio de $\{0, 0.1, \dots, 1\}$, 50 replicas y un tope muy grande de 200 iteraciones; se encontró que el promedio de cuadrículas con configuraciones eternas no sobrepasaba el 10% del total. Así que se utilizó este valor para disminuir el valor de *tope* comparando que el número de configuraciones cortadas no pasara de 10%, disminuyendo el

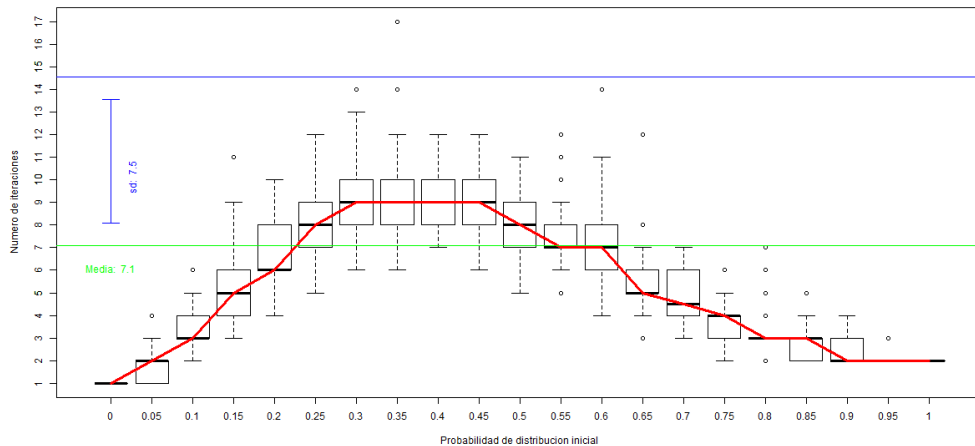


Figura 3.1: Diagrama de bigotes iteraciones vs probabilidad inicial

tope hasta 15. De este modo se evita que se hagan iteraciones innecesarias en las configuraciones de vida eterna. Estas configuraciones fueron clasificadas y no serán consideradas en el análisis en adelante.

3. EXPERIMENTO

Se realizó un experimento variando las probabilidades de inicio de celdas vivas en $\{0, 0.05, 0.1, \dots, 0.95, 1\}$. El tamaño de la cuadrícula es de 20×20 , se realizaron 50 replicas. La Figura 3.1 muestra el diagrama de bigotes del número de iteraciones contra la probabilidad inicial. Además se gráfico la tendencia de las medianas en color rojo. Como apoyo al ajuste de la variable *tope*, la línea verde muestra la media de las iteraciones y la azul la media mas una desviación estandar; mostrando que gran porcentaje de las iteraciones están por debajo de 15.

Las configuraciones que tienen una vida más larga son aquellas generadas a partir de una probabilidad inicial en el intervalo $[0.3, 0.45]$. Una prueba de Kruskal y Wallis, muestra que no existe diferencia estadística entre el numero de iteraciones de estas configuraciones

Kruskal-Wallis rank sum test

```
data:  datos$iteracion[datos$infinito == 0 & (datos$prob_vivo ==
0.3 |  datos$prob_vivo == 0.35 | datos$prob_vivo == 0.4 |
datos$prob_vivo == 0.45)] by datos$prob_vivo[datos$infinito == 0
& (datos$prob_vivo == 0.3 | datos$prob_vivo == 0.35 |
datos$prob_vivo == 0.4 | datos$prob_vivo == 0.45)]
Kruskal-Wallis chi-squared = 0.83619, df = 3, p-value = 0.8408
```

El número de iteraciones es creciente en $[0, 0.3]$ y decreciente en $[0.45, 1]$. En particular, las configuraciones que inician con casi todas sus celdas vivas ($prob_vivo \in [0.95, 1]$) necesitan sólo 2 iteraciones para que todas las celdas mueran.

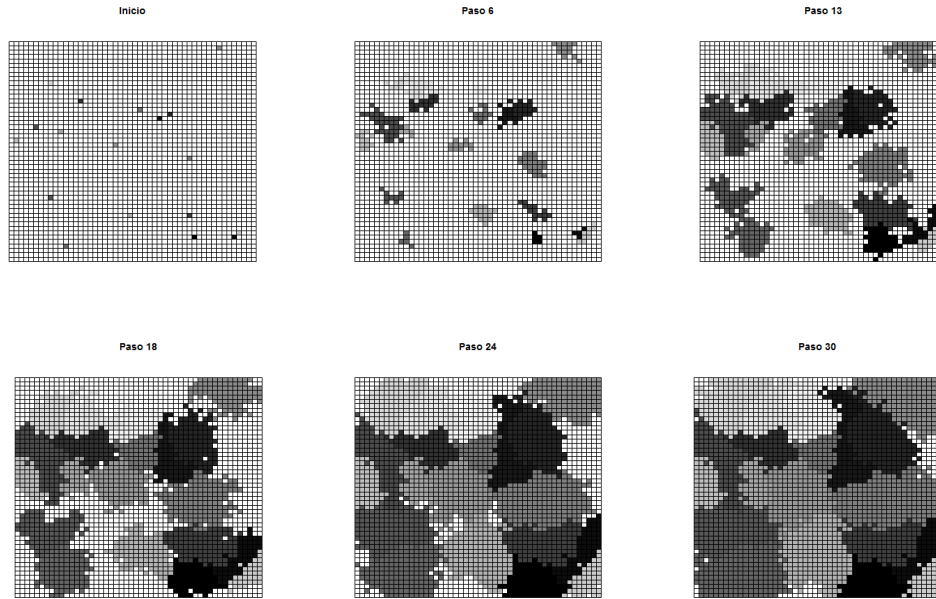


Figura 4.1: Imágenes de la simulación

4. RETO 1

El primer reto consiste en simular la cristalización de la microestructura de un material. En la simulación, el material es representado mediante una cuadrícula. Varios núcleos son generados al azar y se expanden con la misma tasa de crecimiento hacia sus vecinos, únicamente si no pertenecen a otro núcleo. Cuando la cuadrícula está completamente ocupada por los núcleos tenemos nuestra cristalización. Se desea estudiar la distribución de los tamaños alcanzados por los núcleos al finalizar la simulación. En esta simulación se consideró una cuadrícula de 50×50 y una tasa de crecimiento del 50%, la Figura 4.1 muestra imágenes de la evolución de la cristalización, considerando 20 núcleos. La evolución completa puede verse en la imagen `R1_crecimiento.gif`.

Para cambiar la simulación del juego de la vida a una de cristalización sólo se modificó la función `paso` cambiar el valor de `actual[fila,columna]` al de algún núcleo vecino seleccionado.

```
paso <- function(pos){
  fila <- floor((pos - 1) / dim) + 1
  columna <- ((pos - 1) %% dim) + 1
  if(actual[fila,columna]>0){ #si ya tiene un nucleo asignado
    return(actual[fila,columna]) #... dejar igual
  }else{
    vecindad <- actual[max(fila - 1, 0) : min(fila + 1, dim),
      max(columna - 1, 0): min(columna + 1, dim)]
    vecindad=sample(vecindad) #desordenar vecindad
```

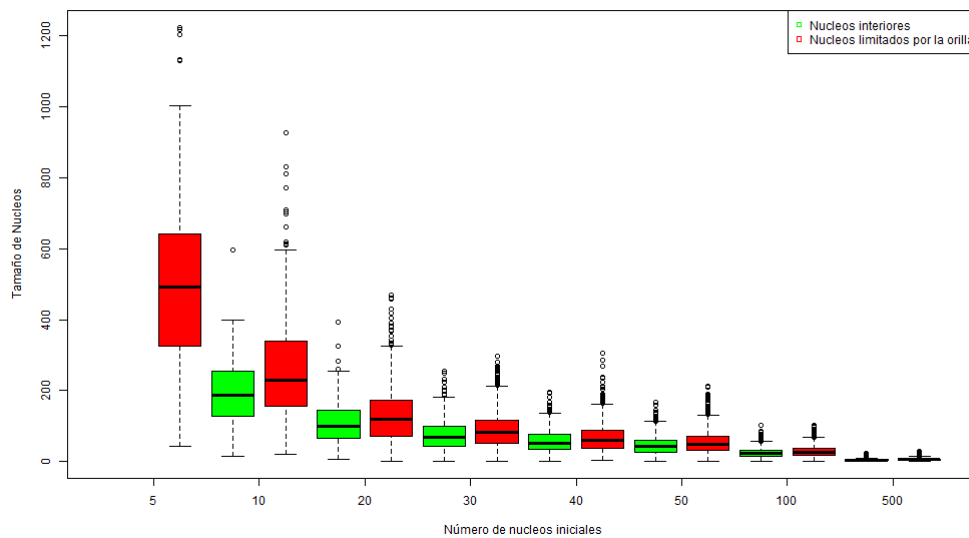


Figura 4.2: Cajas de bigotes del tamaño final de los núcleos

```

for(v in vecindad){ #buscar vecino
  if(v>0){
    if(runif(1)<tasa){ #si pasa la tasa de crecimiento
      return(v) #cambiar a vecino seleccionado
    }
  }
}
#si no se pudo asignar a algun nucleo... dejar igual
return(actual[filas,columna])
}
}

```

Para estudiar la distribución de los tamaños alcanzados por los núcleos, se probó con 5, 10, 20, 30, 40, 50, 100 y 500 núcleos sobre la cuadrícula de 50×50 , con 50 réplicas. Se hizo diferenciación sobre los núcleos que crecen *libremente* (núcleos interiores) y sobre aquellos que se ven limitados por las orillas de la cuadrícula. La Figura 4.2 muestra las cajas de bigotes que comparan los tamaños de los núcleos de ambos tipos, puede observarse como existe una mayor variabilidad en los tamaños alcanzados para un menor número de núcleos, lo cual era de esperarse; además de que los núcleos interiores se ven limitados por los de las orillas, siendo estos últimos mas grandes. La razón de este comportamiento puede explicarse en la cuarta imagen de la evolución de la Figura 4.1, donde en la esquina inferior izquierda se observa que solamente los núcleos que la cercaron podrán expandirse en esa dirección.

A medida que el número de núcleos aumenta se reduce el tamaño alcanzado y la variabilidad disminuye, formándose núcleos de tamaños similares. Sin embargo, estadísticamente, siempre son de mayor tamaño los núcleos que están en las orillas. La figura 4.3 muestra una gráfica de la distribución de los tamaños en dependencia del número de núcleos, para una mejor

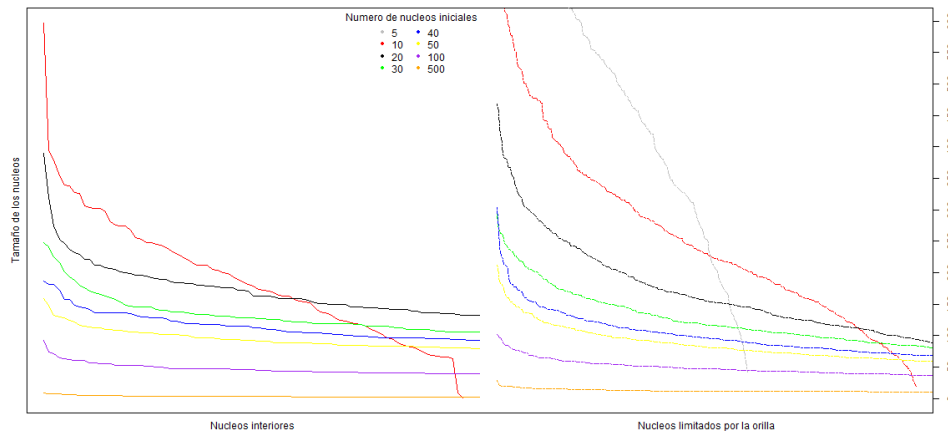


Figura 4.3: Distribución del tamaño de los núcleos interiores o delimitados por las orillas

visualización, los datos fueron ordenados descendientemente. Note como la estabilidad de los tamaños cuando son muchos núcleos hace parecer a la distribución como uniforme.

Por último, hacemos una comparación de la cantidad de núcleos interiores contra los delimitados por la orilla. La Figura 4.4 muestra las cajas de bigotes correspondientes. Observe como la probabilidad de que un núcleo sea interior aumenta conforme aumenta el número de núcleos.

5. RETO 2

El segundo reto corresponde a hacer una pequeña diferencia en la simulación anterior. EL objetivo es estudiar el comportamiento de los tamaños de los núcleos permitiendo que nuevos de estos puedan surgir en cualquier momento. Por supuesto, esperamos que haya un cambio significativo en los tamaños finales. Para realizar el experimento agregamos un núcleo en cada paso de la simulación, siempre y cuando sea posible. Una simulación completa de este fenómeno puede verse en la imagen `R2_crecimiento.gif`.

```
while(TRUE){
  #Agregar nuevo nucleo
  m=sample(actual)
  for(i in 1:length(actual)){
    if(m[i]==0){
      k=k+1
      m[i]=k
      break
    }
  }
}
#continua codigo...
```

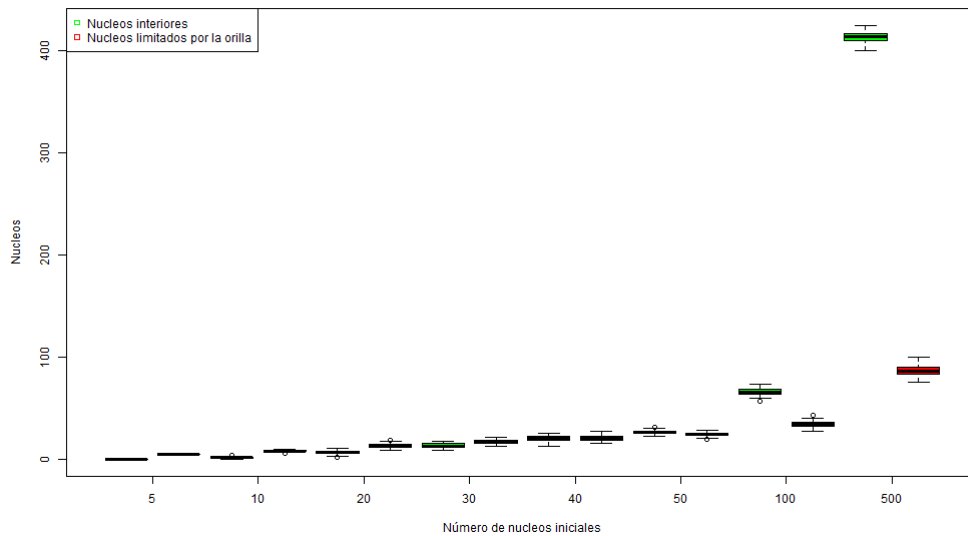


Figura 4.4: Cantidad de núcleos interiores vs delimitados por la orilla

Es notable la distribución que tienen los tamaños alcanzados por los núcleos, como se aprecia en la Figura 5.1. Todas, salvo cuando el número de núcleos iniciales es muy grande se comportan muy similar y desaparece la semejanza con la distribución uniforme.

Como puede comprobarse en las cajas de bigotes (véase Figura 5.2), la distribución es muy similar sin importar el número de núcleos iniciales. Más aún, no hay diferencia estadística entre los tamaños de los núcleos generados con 5, 10 y 20 núcleos al inicio y para 30, 40 y 50. Esto tanto para los núcleos interiores como los delimitados por la orilla.

Wilcoxon `rank sum` test with continuity correction

`data:` o50 and o30

W = 3954900, p-value = 0.03895

alternative hypothesis: true location shift is not equal to 0

Por último observe, en contraste con la Figura 4.4, como la cantidad de núcleos interiores contra delimitados se mantiene casi constante excepto para 500 núcleos iniciales (véase Figura 5.3). Este análisis reafirma las conclusiones obtenidas para los grupos de tratamientos {5, 10, 20} y {30, 40, 50}, para los cuales no existe diferencia estadística.

Wilcoxon `rank sum` test with continuity correction

`data:` `as.numeric(centro[1,])` and `as.numeric(centro[2,])`

W = 1067.5, p-value = 0.2096

alternative hypothesis: true location shift is not equal to 0

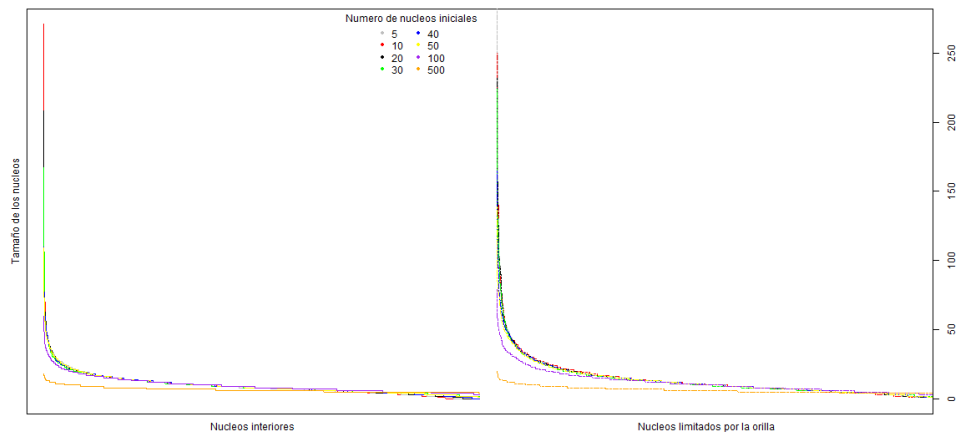


Figura 5.1: Distribución del tamaño de los núcleos interiores y delimitados por las orillas cuando se incluyen nuevos núcleos

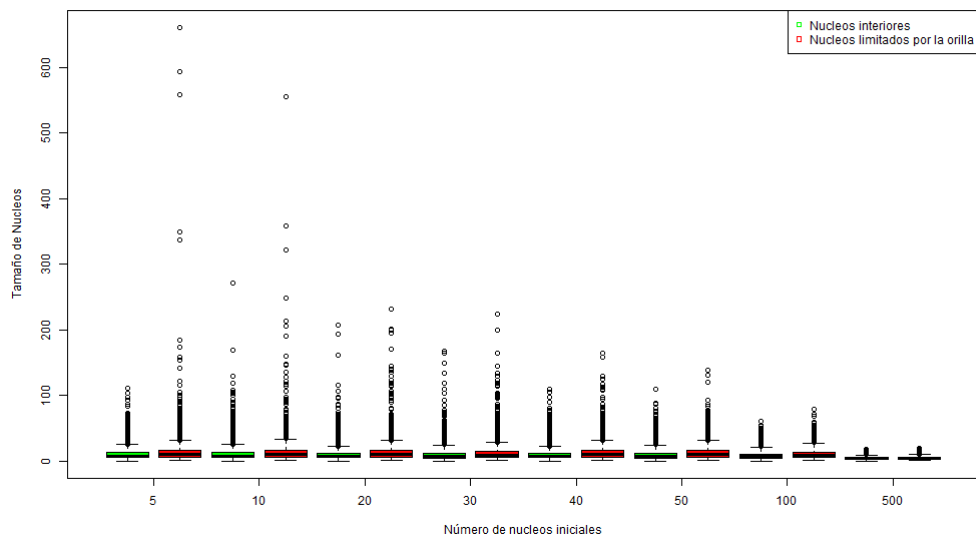


Figura 5.2: Cajas de bigotes del tamaño final de los núcleos cuando aparecen nuevos núcleos

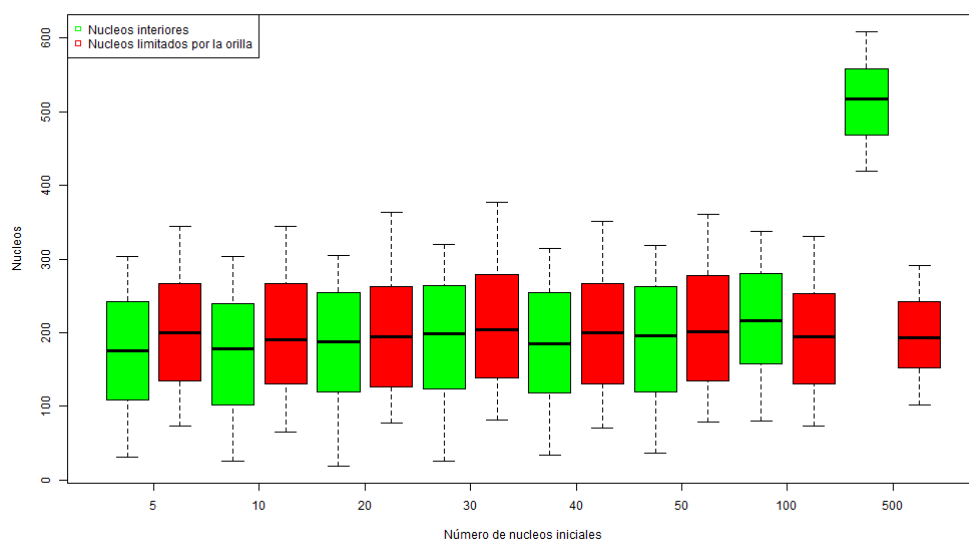


Figura 5.3: Cantidad de núcleos interiores vs delimitados por la orilla cuando aparecen nuevos núcleos