



# **Perceptron**

**Professor Ciniro Nametala**  
**Bacharelado em Engenharia de Computação**  
**Instituto Federal de Minas Gerais – Campus Bambuí**

**Código da disciplina: BiSuCOM.553**  
**Oferta: 2-2025**



**<https://tinyurl.com/aula3rnaciniro>**

# Agenda

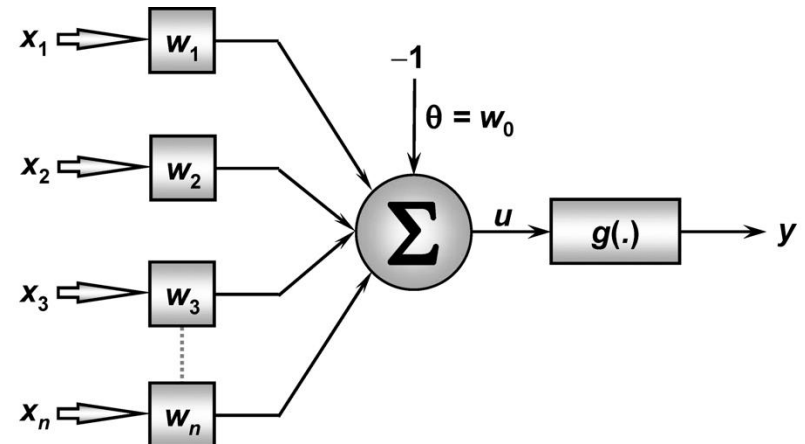
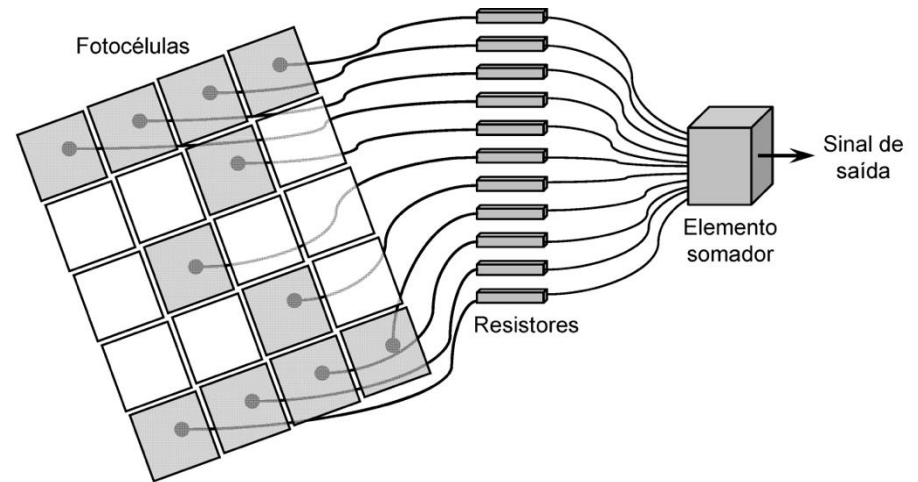
1. Implementação em hardware
2. Perceptron
  1. Análise matemática
  2. Regra de Hebb
3. Projeto

# Introdução

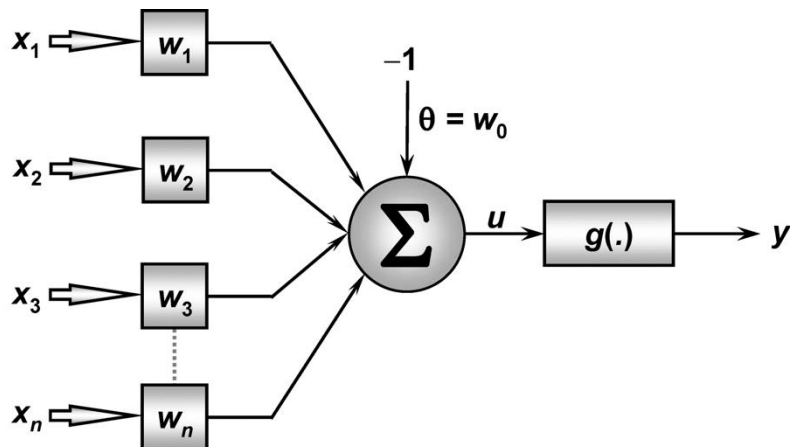
A **Perceptron** foi idealizada por Rosenblatt em 1958. Seu algoritmo de treinamento foi elaborado por Hebb em 1959.

É a **configuração mais simples** possível de uma RNA.

Seu objetivo inicial era simular uma retina humana **identificando padrões geométricos**.



# Função de ativação

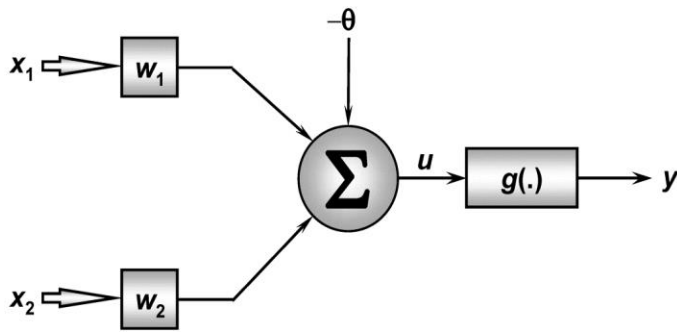


$$y = g\left[\left(\sum_{i=1}^n w_j \cdot x_i\right) - \theta\right]$$

Na Perceptron clássica a **função de ativação será sempre uma degrau ou degrau bipolar**, logo é possível realizar a classificação de **apenas dois padrões**:

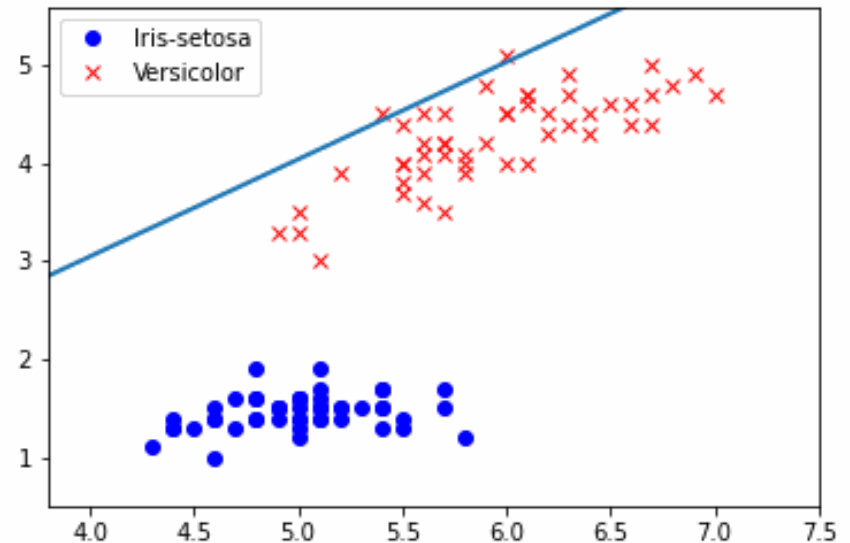
**Degrau: 0 ou 1**  
**Degrau bipolar: -1 ou 1**

# Separabilidade de amostras



Sistema de separabilidade

$$y = \begin{cases} 1, & \sum w_j \cdot x_i - \theta \geq 0 \\ -1, & \sum w_j \cdot x_i - \theta < 0 \end{cases}$$

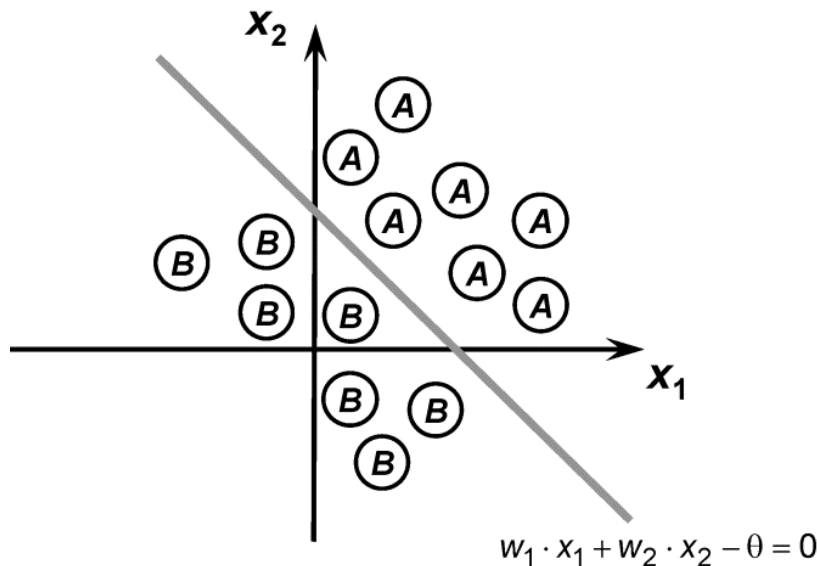


Equação da reta de separabilidade

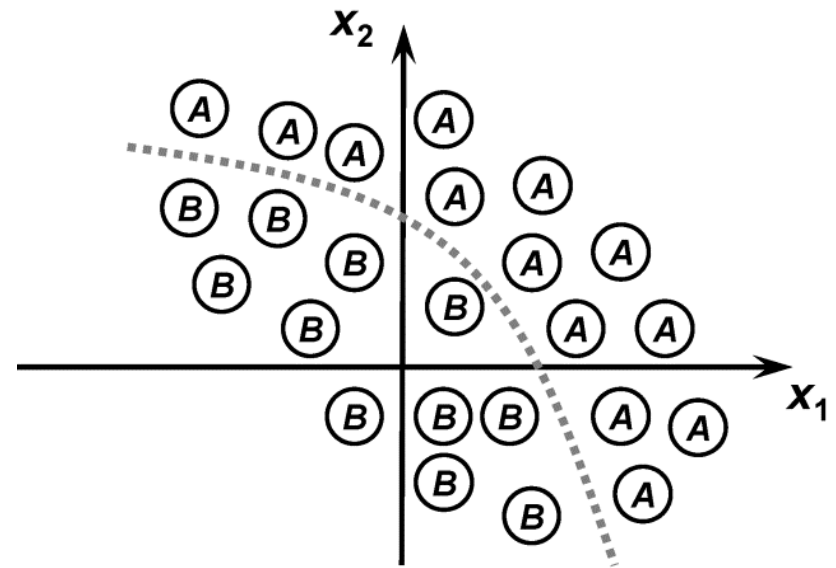
$$w_1 \cdot x_1 + w_2 \cdot x_2 - \theta = 0$$

# Separação linear e não linear

Problema com **classificação possível** de ser realizado com uma Perceptron: **Linear**



Problema com **classificação impossível** de ser realizado com uma Perceptron: **Exige uma função não linear**



# Aprendizado Supervisionado

## Treinamento com Regra de Hebb

A Regra de Hebb é baseada em duas premissas:

- 1. Ajuste excitatório:** Se a saída produzida pela rede está coincidente com a saída esperada, os pesos sinápticos serão então incrementados proporcionalmente aos valores dos sinais de entrada.
- 2. Ajuste inibitório:** Se a saída produzida pela rede é diferente da saída esperada, os pesos sinápticos serão então decrementados proporcionalmente aos valores dos sinais de entrada.

$$\boxed{\bar{\omega}_i} = \bar{\omega}_{i-1} + \eta \cdot (y - \hat{y}) \cdot \bar{x}_i$$

O **vetor de pesos** da **época atual** (indicada por  $i$ ) que serão atualizados



# Aprendizado Supervisionado

## Treinamento com Regra de Hebb

A Regra de Hebb é baseada em duas premissas:

- 1. Ajuste excitatório:** Se a saída produzida pela rede está coincidente com a saída esperada, os pesos sinápticos serão então incrementados proporcionalmente aos valores dos sinais de entrada.
- 2. Ajuste inibitório:** Se a saída produzida pela rede é diferente da saída esperada, os pesos sinápticos serão então decrementados proporcionalmente aos valores dos sinais de entrada.

$$\bar{\omega}_i = \boxed{\bar{\omega}_{i-1}} + \eta \cdot (y - \hat{y}) \cdot \bar{x}_i$$

O **vetor de pesos** da **época anterior** (indicada por  $i-1$ )

# Aprendizado Supervisionado

## Treinamento com Regra de Hebb

A Regra de Hebb é baseada em duas premissas:

- 1. Ajuste excitatório:** Se a saída produzida pela rede está coincidente com a saída esperada, os pesos sinápticos serão então incrementados proporcionalmente aos valores dos sinais de entrada.
- 2. Ajuste inibitório:** Se a saída produzida pela rede é diferente da saída esperada, os pesos sinápticos serão então decrementados proporcionalmente aos valores dos sinais de entrada.

$$\bar{\omega}_i = \bar{\omega}_{i-1} + \boxed{\eta} \cdot (y - \hat{y}) \cdot \bar{x}_i$$

A **taxa de aprendizagem** que determina a velocidade e qualidade da **convergência do erro**

# Aprendizado Supervisionado

## Treinamento com Regra de Hebb

A Regra de Hebb é baseada em duas premissas:

- 1. Ajuste excitatório:** Se a saída produzida pela rede está coincidente com a saída esperada, os pesos sinápticos serão então incrementados proporcionalmente aos valores dos sinais de entrada.
- 2. Ajuste inibitório:** Se a saída produzida pela rede é diferente da saída esperada, os pesos sinápticos serão então decrementados proporcionalmente aos valores dos sinais de entrada.

$$\bar{\omega}_i = \bar{\omega}_{i-1} + \eta \cdot (y - \hat{y}) \cdot \bar{x}_i$$

**$\Delta$ , erro, tolerância:** a diferença entre o valor esperado  $y$  e o valor previsto  $\hat{y}$

# Aprendizado Supervisionado

## Treinamento com Regra de Hebb

A Regra de Hebb é baseada em duas premissas:

- 1. Ajuste excitatório:** Se a saída produzida pela rede está coincidente com a saída esperada, os pesos sinápticos serão então incrementados proporcionalmente aos valores dos sinais de entrada.
- 2. Ajuste inibitório:** Se a saída produzida pela rede é diferente da saída esperada, os pesos sinápticos serão então decrementados proporcionalmente aos valores dos sinais de entrada.

$$\bar{\omega}_i = \bar{\omega}_{i-1} + \eta \cdot (y - \hat{y}) \cdot \boxed{\bar{x}_i}$$

O vetor com os valores de entrada na época atual  $i$

# Perceptron de camada simples

## Fases de treinamento

Fase *forward*:

$$u = \sum_{i=1}^n w_i \cdot x_i - \theta$$

$$y = g(u)$$

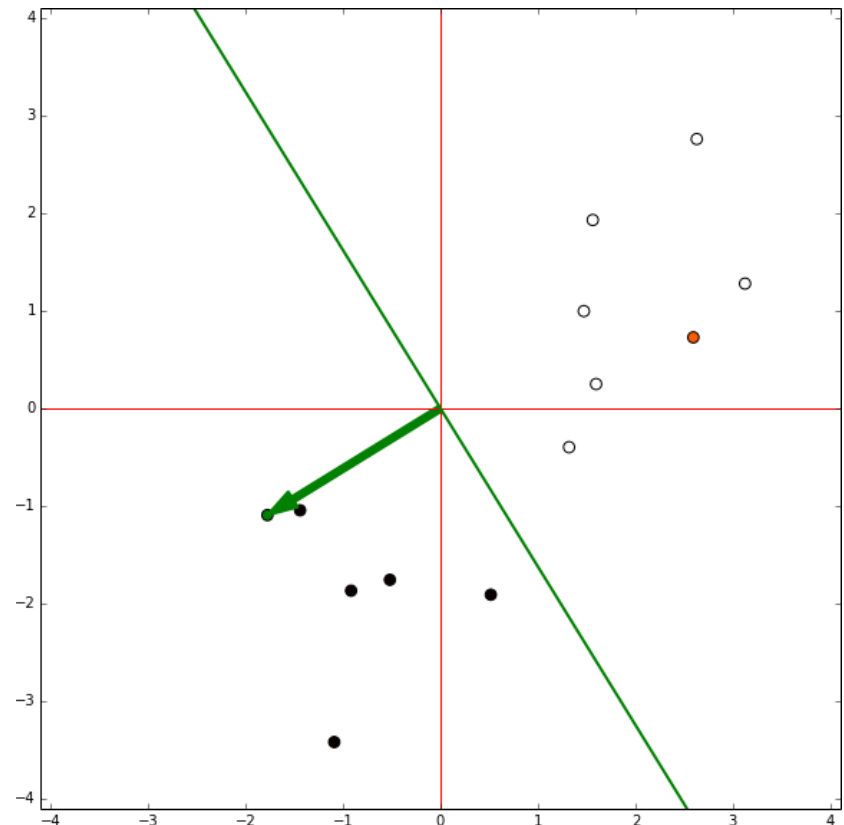
Fase *backward*:

$$\bar{w}_i = \bar{w}_{i-1} + \eta \cdot (y - \hat{y}) \cdot \bar{x}_i$$

# Perceptron de camada simples

## Pseudocódigo do treinamento

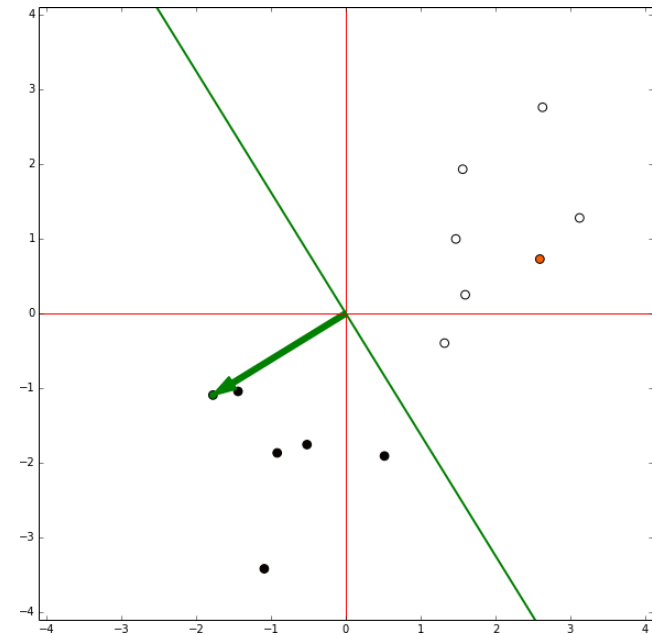
```
1 Obter o conjunto de amostras de treinamento  $\mathbf{x}$ ;  
2 Do vetor de saídas  $\mathbf{y}$ , associar a saída esperada  $y_i$  para cada  $x_i$ ;  
3 Inicializar o vetor de pesos  $\mathbf{w}$  com valores aleatórios entre  $-1$  e  $1$ ;  
4 Definir a taxa de aprendizagem  $\eta$  com valor entre  $0$  e  $1$ ;  
5  $n \leftarrow$  número de amostras em  $\mathbf{x}$ ;  
6  $tolerancia \leftarrow 0.01$ ;  
7  $erro\_medio \leftarrow 1$ ;  
8  $erros\_epocas \leftarrow []$ ;  
9  $epoca \leftarrow 0$ ;  
10  $maxepocas \leftarrow 100$ ;  
11  $criterioerro \leftarrow Verdadeiro$ ;  
12  $criterioepocas \leftarrow Verdadeiro$ ;  
13 enquanto ( $criterioerro$  e  $criterioepocas$ ) faça  
14    $erro \leftarrow 0$ ;  
15    $epoca \leftarrow epoca + 1$ ;  
16   Embaralha as amostras do conjunto de treinamento  $\mathbf{x}$ ;  
17   para  $i \leftarrow 1$  até  $n$  faça  
18     Calcular potencial:  $u \leftarrow \mathbf{w}^\top x_i$ ;  
19     Calcular saída:  $\hat{y} \leftarrow degrau(u)$ ;  
20     Calcular erro da amostra:  $e \leftarrow y_i - \hat{y}$ ;  
21     Aplica a regra de Hebb:  $\mathbf{w} \leftarrow \mathbf{w} + \eta e x_i$ ;  
22      $erro \leftarrow erro + |e|$ ;  
23   fim  
24   Calcular erro médio:  $erro\_medio \leftarrow \frac{erro}{n}$ ;  
25   Armazenar o erro médio da época:  
      $erros\_epocas[epoca] \leftarrow erro\_medio$ ;  
26   Atualizar o critério de erro:  
      $criterioerro \leftarrow erro\_medio \geq tolerancia$ ;  
27   Atualizar o critério de épocas:  
      $criterioepocas \leftarrow epoca \leq maxepocas$ ;  
28 fim
```



# Perceptron de camada simples

## Pseudocódigo da operação

- 1 Obter o vetor de pesos treinados  $\mathbf{w}$ ;
- 2 Obter o conjunto de amostras para previsão  $\mathbf{x}$ ;
- 3  $n \leftarrow$  número de amostras em  $\mathbf{x}$ ;
- 4 Inicializar vetor de previsões  $\hat{\mathbf{y}}$  com tamanho  $n$ ;
- 5 **para**  $i \leftarrow 1$  **até**  $n$  **faça**
- 6     Calcular potencial:  $u \leftarrow \mathbf{w}^\top x_i$ ;
- 7     Calcular previsão:  $\hat{y}_i \leftarrow \text{degrau}(u)$ ;
- 8     Armazenar  $\hat{y}_i$  no vetor de previsões  $\hat{\mathbf{y}}$ ;
- 9 **fim**
- 10 Retornar vetor  $\hat{\mathbf{y}}$  com as previsões;



# Classificação de flores

## *Dataset IRIS*

**iris setosa**



petal

sepal

**iris versicolor**



petal

sepal

**iris virginica**



petal

sepal

WIDTH

LENGTH



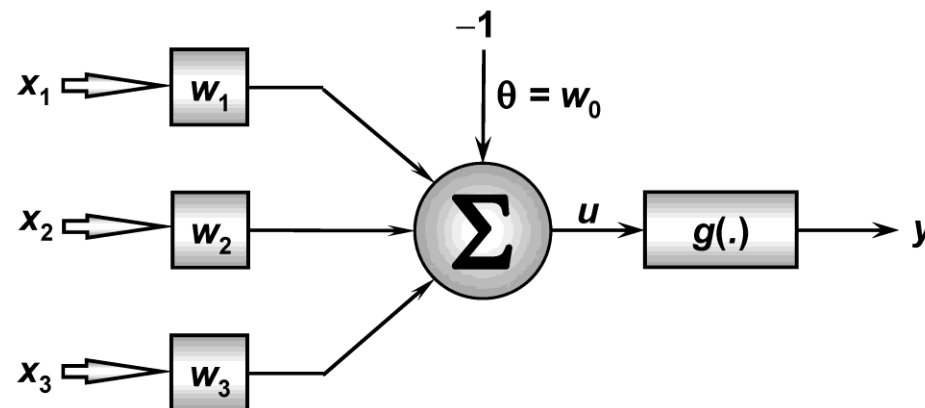
# Atividade: Perceptron

## Classificação de óleo

Pela análise de um processo de destilação fracionada de petróleo observou-se que determinado óleo poderia ser classificado em duas classes de pureza (P1 ou P2) a partir da medição de três grandezas ( $x_1$ ,  $x_2$  e  $x_3$ ), que representam algumas das suas propriedades físico-químicas. A equipe de engenheiros e cientistas pretende usar uma rede Perceptron para executar a classificação automática dos óleos.

Assim, baseado nas informações coletadas do processo, formou-se o conjunto de treinamento apresentado na tabela do slide a seguir, tomando-se por convenção o valor -1 para óleo pertencente a classe P1 e o valor 1 para óleo da classe P2.

Para tanto, o neurônio Perceptron a ser usado terá três entradas e uma saída conforme ilustrado a seguir:



# Atividade: Perceptron

## Classificação de óleo

Utilizando o algoritmo de aprendizado de Hebb, e assumindo-se a taxa de aprendizagem como 0.01, faça as seguintes atividades:

- 1) Treine a rede Perceptron cinco vezes, sempre iniciando o vetor de pesos  $w$  com valores aleatórios entre 0 e 1. Garanta que em cada uma das cinco tentativas de treinamento os pesos iniciais do vetor  $w$  sejam diferentes. Garanta que o erro seja baixo testando diferentes números de épocas.
- 2) Registre os resultados dos pesos antes e depois dos treinos, em cada um dos cinco treinos conforme a tabela a seguir:

TREINO	Vetor de pesos iniciais				Vetor de pesos após o treinamento				TOTAL DE ÉPOCAS
	W0	W1	W2	W3	W0	W1	W2	W3	
1									
2									
3									
4									
5									

# Atividade: Perceptron

## Classificação de óleo

3) Após o treinamento dos modelos de Perceptrons, aplique-os separadamente na classificação das amostras de óleo da tabela abaixo. Anote na tabela os resultados das saídas (classes) para cada amostra e para cada modelo.

AMOSTRA	X1	X2	X3	Y (T1)	Y (T2)	Y (T3)	Y (T4)	Y (T5)
1	-0,3665	0,0620	5,9891					
2	-0,7842	1,1267	5,5912					
3	0,3012	0,5611	5,8234					
4	0,7757	1,0648	8,0677					
5	0,1570	0,8028	6,3040					
6	-0,7014	1,0316	3,6005					
7	0,3748	0,1536	6,1537					
8	-0,6920	0,9404	4,4058					
9	-1,3970	0,7141	4,9263					
10	-1,8842	-0,2805	1,2548					

# Atividade: Perceptron

## Classificação de óleo

- 4) Qual sua taxa de acerto para cada modelo?
- 5) Qual o efeito do número de épocas na qualidade dos resultados?
- 6) Qual o efeito da taxa de aprendizagem na qualidade dos resultados?
- 7) Discorra se é possível afirmar se as suas classes, neste problema, são linearmente separáveis.

**Gere um relatório contendo os seus resultados e respostas para cada uma das perguntas. Depois envie no AVA até a data limite.**