# **Teoria Dos Conjuntos**

#### Teoria dos Conjuntos

- Teoria matemática que trata das propriedades dos conjuntos
- George Cantor

#### **Conjunto**

- Conjunto é uma coleção, sem repetição ou ordenação, de um grupo de elementos

#### Elemento:

 Objeto contido em um conjunto. Pode ser concreto ou uma entidade abstrata.

#### Definição de um Conjunto

- Denotação por Extensão:
  - Define um conjunto listando os seus elementos.
  - Exemplo:

Vogais = 
$$\{a, e, i, o, u\}$$

- Denotação por Compreensão:
  - Notação: {x | p(x)}
  - Define um conjunto através de uma propriedade.
  - Exemplo:

Pares =  $\{x \mid x \in \text{números pares}\}\$ 

## <u>Pertinência</u>

a pertence ao conjunto A

b não pertence ao conjunto B

 $a \in A$ 



#### **Conjuntos Importantes**

- Conjunto Vazio:
  - Conjunto que não possui elementos
  - Notação: {} ou Ø
- Conjunto Unitário:
  - Conjunto que tem só 1 elemento
  - Exemplo: Números pares e primos = {2}
- Conjuntos Importantes Famosos:

 $\mathbb{Z}$  inteiros

 $\mathbb{N}$  naturais

 $\mathbb{R}$  reais

I irracionais

 $\mathbb{Q}$  racionais

# <u>Tipos de Conjuntos</u>

- Conjunto Finito:
  - Pode ser denotado por extensão.
  - Exemplo:  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x>4 \text{ e } x<6\}$
- Conjunto Infinito:
  - Obrigatoriamente deve ser denotado por compreensão.
  - Exemplo:  $A = \{x \mid x \in \mathbb{R}\}$

## Definição de uma Linguagem Normal

#### - Alfabeto

- Conjunto finito de símbolos;
- Cada elemento pode ser chamado de caractere;
- Notação: Conjunto Alfabeto

#### - Palavra

- Sequência finita de caracteres de um alfabeto;
- Também podem ser chamados de cadeia de caracteres ou sentença.
- Notação para 'Palavra Vazia': Palavra vazia
   Notação para 'Conjunto com todas as palavras possíve
- Notação para 'Conjunto com todas as palavras possíveis de um alfabeto:

  Conjunto de todas as possíveis palavras sobre o alfabeto

#### - Linguagem

- Conjunto de palavras de um alfabeto:
- Exemplo:

Suponha o alfabeto:

$$\Sigma = \{a, b\}$$

O conjunto vazio e o conjunto formado pela palavra vazia, são possíveis linguagens sobre o alfabeto. Logicamente:

$$\phi \neq \{\varepsilon\}$$

- Exemplo 2:

Outro exemplo de linguagem é o conjunto de todos os palíndromos (palavras idênticas quando lidas da esquerda para a direita ou no sentido inverso).  $Palindromos = \{\varepsilon, a, b, aa, bb, aaa, aba, bab, bbb, \ldots\}$ 

# <u>Subconjunto</u>

#### - Contido

 Quando todos os elementos de A, também fazem parte de B, dizemos que A está contido em B:

$$A \subseteq B$$

- Quando esta afirmação for verdadeira, diz-se que: 'A é um subconjunto de B'.

#### - Contido Propriamente

 Quando todos os elementos de A também fizerem parte de B, mas existir algum elemento de B que não faz parte de A, dizemos que A está contido propriamente em B:

$$A \subseteq B$$
, mas existe  $b \in B$  e  $b \notin A$   $A \subset B$ 

- Quando esta afirmação for verdadeira, diz-se que: 'A é um subconjunto próprio de B'.

#### Conjunto Potência

- Notação: 2^A, sendo A um conjunto;
- Apresenta todos os possíveis subconjuntos de A.
- Exemplo:

**p** para 
$$A = \{0, 1, 2\}$$
 temos:

$$2^A = \{\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{2\}, \{0, 1\}, \{0, 2\}, \{1, 2\}, \{0, 1, 2\}\}$$

# Igualdade de Conjuntos

 Dois conjuntos são considerados iguais quando têm exatamente os mesmos elementos. - Exemplo:

$$\{x \in \mathbb{N} \mid x > 3 \ e \ x < 8\} = \{4, 5, 6\}$$
 (1)

$$\{4,5,6\} = \{4,4,5,5,5,6\} \tag{2}$$

# Lógica Matemática

#### **Proposição**

- Proposição é uma frase a qual pode-se atribuir juízo (verdadeira ou falsa)

#### Leis Fundamentais

- **Meio Excluído:** Uma proposição só pode ser VERDADEIRA ou FALSA, não existe meio termo.
- Contradição: Uma proposição não pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo.
- **Funcionalidade:** O valor lógico de uma proposição composta só depende dos valores lógicos de suas proposições constituintes

## Álgebra Booleana

- Variáveis só podem assumir dois valores (Verdadeiro ou Falso);
- Proposição → Variável Booleana
- **Proposição Atômica:** não pode ser decomposta em proposições menores.
- Proposição Composta: Proposições criadas a partir de mais de 1 Proposição Atômica combinadas por um conectivo (e, ou, não, etc);

# Conjunção (e)

 $a \wedge b$ 

- Notação:

- Retorna 'V' apenas quando as duas entradas forem 'V';
- Tabela Verdade:

а	b	$a \wedge b$
F	F	F
F	V	F
V	F	F
V	V	V

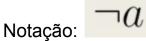
# Disjunção (ou)



- Notação:
- Retorna 'V' quando qualquer uma das duas for 'V';
- Tabela Verdade:

а	b	$a \lor b$
F	F	F
F	V	V
V	F	V
V	V	V

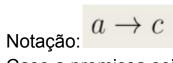
## Negação (não)



- Retorna o contrário;
- Tabela Verdade:

а	$\neg a$
F	V
V	F

# Condição (se... então)



- Caso a premissa seja 'F', o resultado é 'V';
- Caso a premissa seja 'V' e a conclusão seja 'V', o resultado é 'V';
- Caso a premissa seja 'V' e a conclusão seja 'F',
- Tabela Verdade:

а	С	$a \to c$
F	F	V
F	V	V
V	F	F
V	V	V

#### **Bicondição**

- Notação:  $a \leftrightarrow d$
- V quando as duas forem iguais;
- Tabela Verdade:

а	d	$a \leftrightarrow d$
F	F	V
F	V	F
V	F	F
V	V	V

# Fórmula Lógica

- Sentença corretamente escrita utilizando somente:
  - Conectivos;
  - Parênteses;
  - Identificadores (variáveis);
  - Constantes.
- O resultado depende somente de suas variáveis;
- Ordem de Precedência:
  - Parênteses (mais Interno para mais Externos);
  - Negação;
  - Conjunção e Disjunção;
  - Condição;
  - Bicondição.

## **Tatulogia**