SBVESDD: Estruturas de Dados

Aula 10: Estruturas de Dados Não-Lineares - Filas de Prioridades

Bacharelado em Ciência da Computação
Prof. Dr. David Buzatto

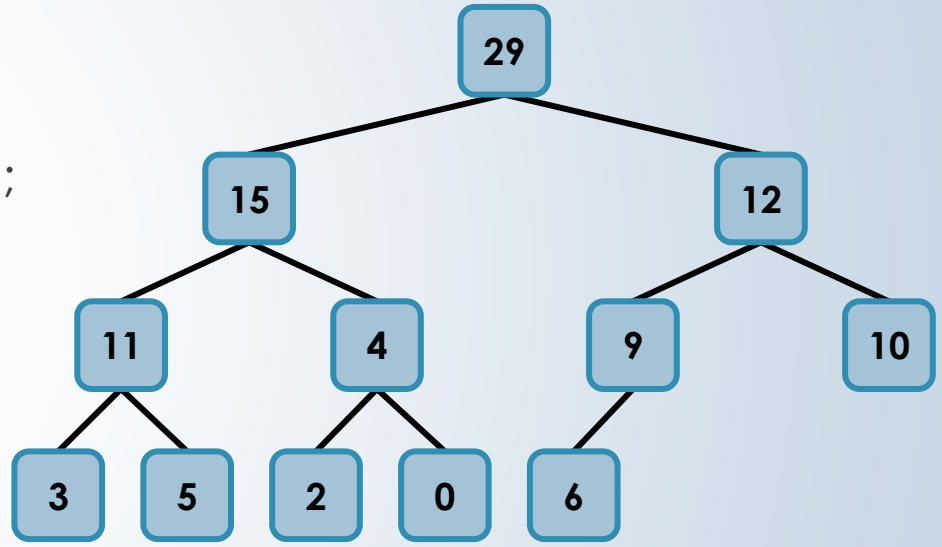
INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
SÃO PAULO
Campus São João da Boa Vista

Filas de Prioridades
Contextualização e Aplicação

- As filas de prioridades são usadas quando há a necessidade de se obter chaves em ordem, mas não necessariamente mantê-las numa ordenação completa;
- A ideia é processar os elementos armazenados nela de acordo com a forma que esse ordenação sob demanda está implementada;
- Uma das aplicações mais conhecidas das filas de prioridades é manter os processos do sistema operacional em uma ordem em que os que têm maior prioridade serão escolhidos primeiro para serem executados (*job scheduling*);
- Outro uso é a aplicação em sistemas de simulação em que as chaves correspondem à ordem cronológica de eventos, os quais precisam ter uma ordem para serem processados.

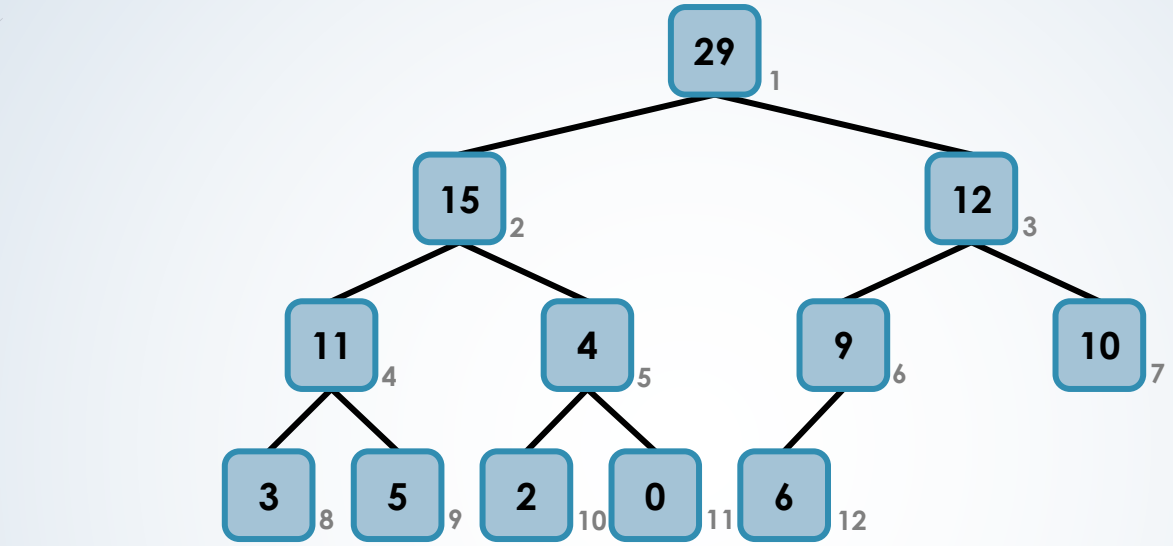
Filas de Prioridades
Heap Binário

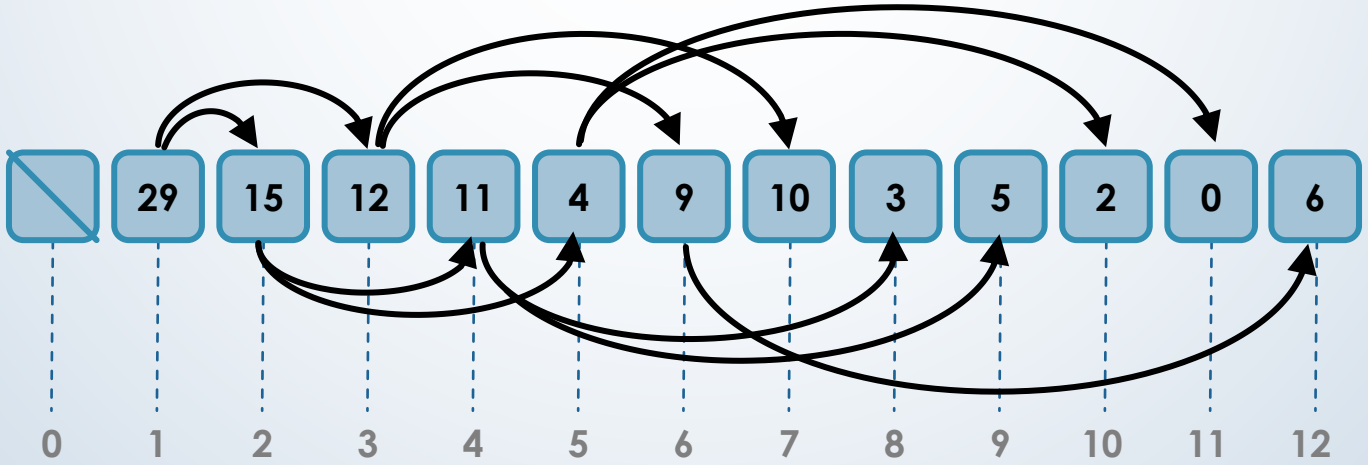
- Heap (monte) binário (árvore binária completa):
  - **Armazenamento direto em array:**
    - Raiz na posição 1;
    - Último elemento na posição $tamanho - 1$;
  - **Manipulação dos índices:**
    - **Pai:** $posição\ do\ filho\ /\ 2$;
    - **Filho da esquerda:** $posição\ do\ pai * 2$;
    - **Filho direita:** $posição\ do\ pai * 2 + 1$.



Filas de Prioridades

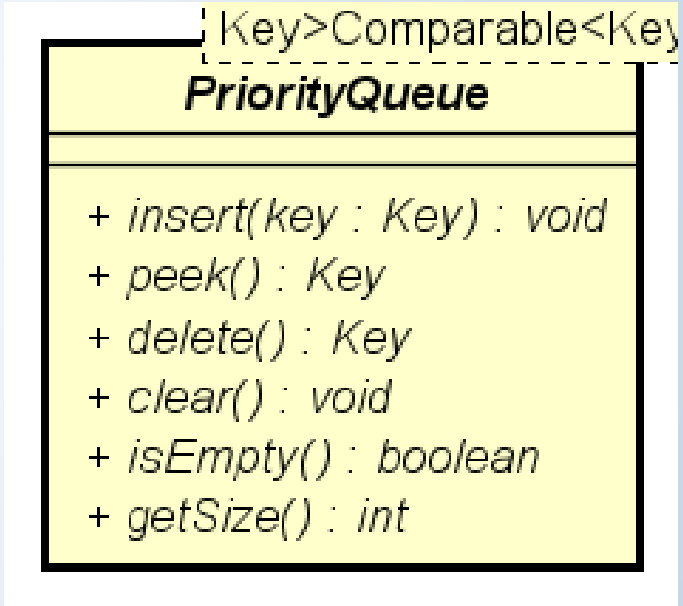
Heap Binário





Filas de Prioridades
Implementações

- Iremos estudar duas formas de implementar Filas de Prioridades:
  1. Fila de Prioridades Máxima (**`MaxPriorityQueue`**);
  2. Fila de Prioridades Mínima (**`MinPriorityQueue`**);
- Seguiremos uma API padrão (em inglês):
  - **`insert:`** insere uma chave na fila de prioridades de acordo com a invariante do heap binário usado;
  - **`peek:`** consulta a chave com maior prioridade de acordo com a invariante do heap binário usado;
  - **`delete:`** remove a chave com maior prioridade de acordo com a invariante do heap binário usado;
  - **`clear:`** limpa a fila de prioridades, removendo todos os elementos;
  - **`isEmpty:`** verifica se a fila e prioridades está vazia;
  - **`getSize:`** obtém a quantidade de itens/elementos na fila de prioridades.



Filas de Prioridades Máximas
Heap Binário Máximo

- Heap Binário Máximo
  - **Invariante:** chave do nó pai é sempre maior ou igual às chaves dos nós filhos;
- Elemento violando a invariante:
  - **Chave do filho maior que a chave do pai:**
    - O elemento precisa "subir" na árvore;
    - Bottom-up *reheapify* (*swim* ➔ flutuar);
  - **Chave do pai menor que a chave dos filhos (um ou dois):**
    - O elemento precisa "descer" na árvore;
    - Top-down *reheapify* (*sink* ➔ afundar).

Filas de Prioridades Mínimas
Heap Binário Mínimo

- Heap Binário Mínimo
  - **Invariante:** chave do nó pai é sempre menor ou igual às chaves dos nós filhos;
- Elemento violando a invariante:
  - **Chave do filho menor que a chave do pai:**
    - O elemento precisa "subir" na árvore;
    - Bottom-up *reheapify* (*swim* ➔ flutuar);
  - **Chave do pai maior que a chave dos filhos (um ou dois):**
    - O elemento precisa "descer" na árvore;
    - Top-down *reheapify* (*sink* ➔ afundar).

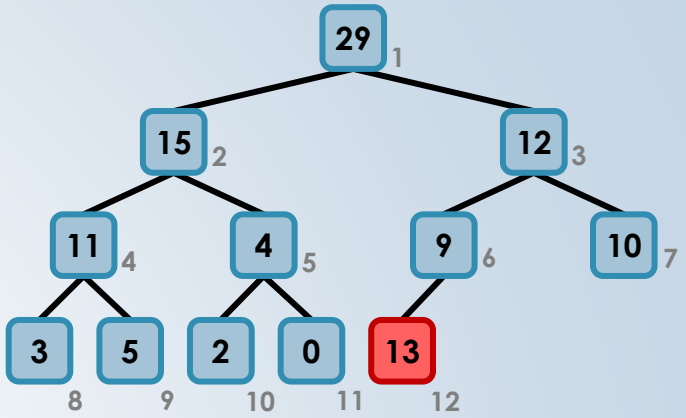
Filas de Prioridades Máximas

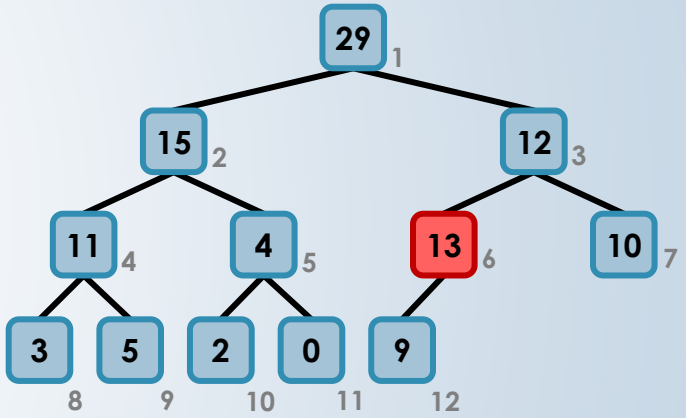
Heap Binário Máximo – Operação **swim**

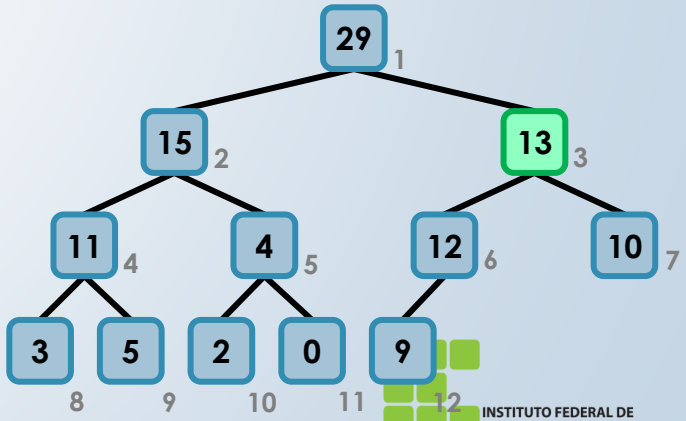
cálculo da posição do pai
$k/2$, onde k é a posição do filho

```
private void swim( int k ) {
    while ( k > 1 && less( k / 2, k ) ) {
        exchange( k, k / 2 );
        k = k / 2;
    }
}

private boolean less( int i, int j ) {
    return pq[i].compareTo( pq[j] ) < 0;
}

private void exchange( int i, int j ) {
    Key temp = pq[i];
    pq[i] = pq[j];
    pq[j] = temp;
}
```

pq: array de chaves do heap binário







Filas de Prioridades Máximas

Heap Binário Máximo – Operação **sink**

```
private void sink( int k ) {
    while ( 2 * k <= n ) {
        int j = 2 * k;
        if ( j < n && less( j, j + 1 ) ) {
            j++;
        }
        if ( !less( k, j ) ) {
            break;
        }
        exchange( k, j );
        k = j;
    }
}

private boolean less( int i, int j ) {
    return pq[i].compareTo( pq[j] ) < 0;
}

private void exchange( int i, int j ) {
    Key temp = pq[i];
    pq[i] = pq[j];
    pq[j] = temp;
}
```

cálculo da posição dos filhos

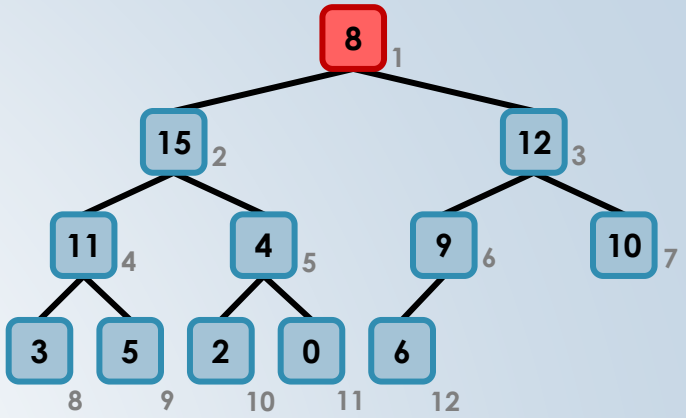
$k * 2$ (esquerda)

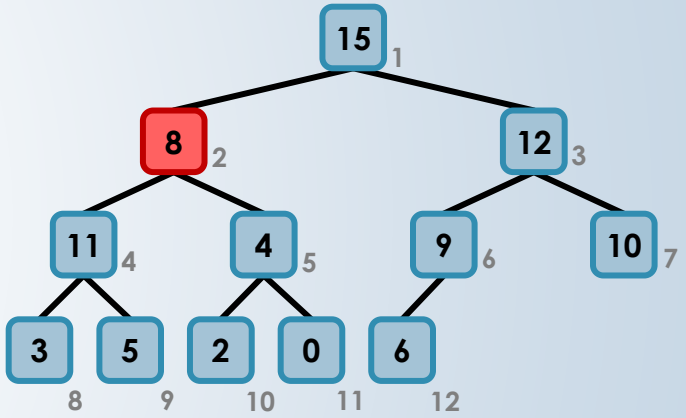
$k * 2 + 1$ (direita),

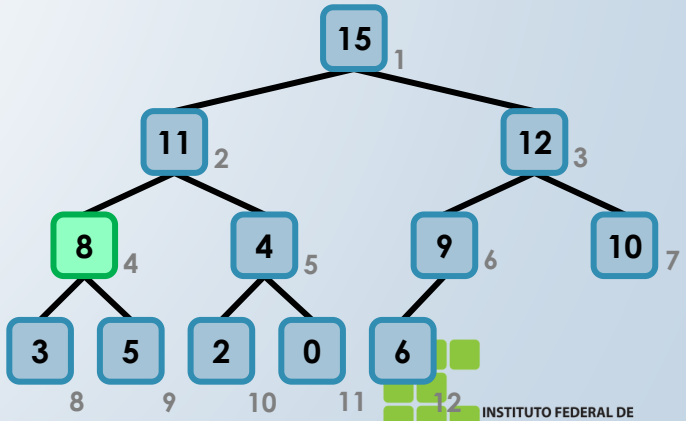
onde k é a posição do pai

pq: array de chaves do heap binário

n: quantidade de itens na fila de prioridades





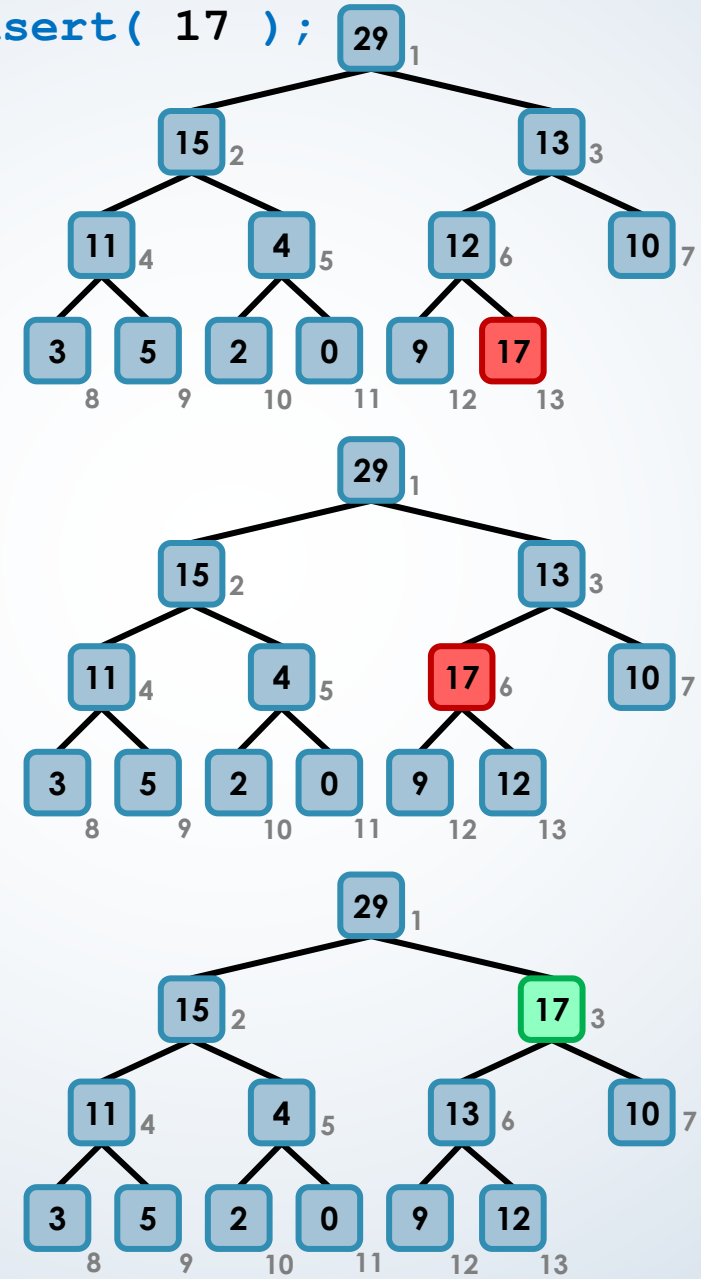


Filas de Prioridades Máximas

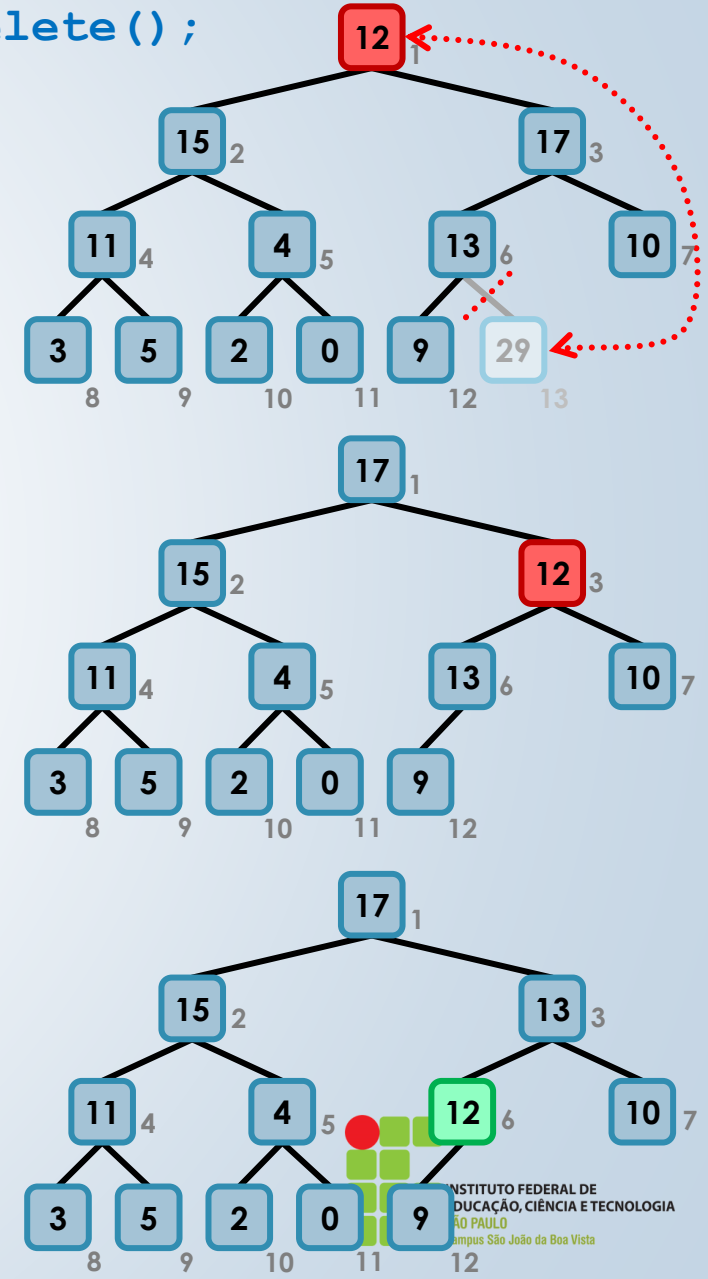
Operações

```
public void insert( Key key ) {
    // insere a chave e a flutua
    pq[++n] = key;
    swim( n );
}

public Key peek() {
    return pq[1];
}

public Key delete() {

    Key max = pq[1];

    // troca a raiz com o último
    exchange( 1, n-- );

    // afunda a nova raiz
    sink( 1 );

    pq[n + 1] = null;
    return max;

}
```

insert(17);



delete();



Filas de Prioridades

Exercícios de Implementação (Heaps Multivias)

- **Exercício i10.1:** No projeto **ESDC4Aula10**, é fornecido o esqueleto de uma classe chamada **`TernaryMaxPriorityQueue`**. Você deve considerar que um Heap Ternário Máximo mantém as chaves da fila de prioridades. Sua tarefa é implementar os algoritmos dos métodos **`swim`** (flutuar) e **`sink`** (afundar) do Heap Ternário Máximo, viabilizando assim a utilização dessa classe. Os testes de unidade para a aceitação ou não do que deve ser feito foram implementados. No Heap Ternário Máximo, dado um nó k, seus três filhos estão nas posições $3k-1$, $3k$, e $3k+1$ e seu pai na posição $\lfloor (k+1)/3 \rfloor$ para as posições 1 a $n-1$ do array, sendo n o tamanho do mesmo.
- **Exercício i10.2:** No projeto **ESDC4Aula10**, é fornecido o esqueleto de uma classe chamada **`DAryMaxPriorityQueue`**. Você deve considerar que um Heap d-ário Máximo mantém as chaves da fila de prioridades. Sua tarefa é implementar os algoritmos dos métodos **`swim`** (flutuar) e **`sink`** (afundar) do Heap d-ário Máximo, viabilizando assim a utilização dessa classe. Os testes de unidade para a aceitação ou não do que deve ser feito foram implementados. No Heap d-ário Máximo, cada nó possui no máximo d filhos. A determinação da posição dos filhos e do pai fica por sua conta. Novamente, as posições válidas dentro do array são 1 a $n-1$, sendo n o tamanho do mesmo.

Bibliografia

SEDGEWICK, R.; WAYNE, K. **Algorithms**. 4. ed. Boston: Pearson Education, 2011. 955 p.

WEISS, M. A. Data Structures and **Algorithm Analysis in Java**. 3. ed. Pearson Education: New Jersey, 2012. 614 p.

CORMEN, T. H.; LEISERSON, C. E.; RIVEST, R. L.; STEIN, C. **Algoritmos – Teoria e Prática**. 3. ed. São Paulo: GEN LTC, 2012. 1292 p.