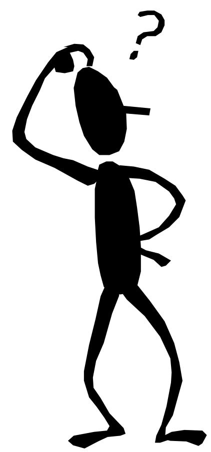
Representação de Conhecimento

Lógica Proposicional

Representação de conhecimento

- O que é conhecimento?
- O que é representar?

Representação mental de **bola**



Representação mental de **solidariedade**

- Símbolo como CENTRO da representação

Desafios para representação de conhecimento

- O que é representar?
- Quem interpretará a representação?
  - Humano
  - Computador
- Que linguagem de representação utilizar?

Representação de conhecimento

- Lógica
  - Proposicional
  - 1ª Ordem
- Redes semânticas
- Frames
- Regras de produção

Lógica matemática

- Lógica matemática → ciência do raciocínio e da demonstração (século XIX)
  - George Boole → matemático inglês (1815 - 1864)
  - Álgebra Boolean → utiliza símbolos e operações algébricas para representar proposições e suas inter-relações.
- As idéias de Boole → Base da Lógica Simbólica
  - Aplicação → computação e eletrônica.
- Sentenças declarativas → proposições
- Pré-requisitos:
  - Princípio do terceiro excluído: uma proposição só pode ser verdadeira ou falsa, não havendo outra alternativa.
  - Princípio da não contradição: uma proposição não pode ser ao mesmo tempo verdadeira e falsa.

Conceitos básicos

- Proposição → enunciado verbal, susceptível de ser verdadeiro ou falso.
- Exemplos de proposições:
  1. A terra é azul.
  2. Recife é a cidade do frevo.
  3. Glória Perez escreve a novela *Salve Jorge.*
  4. 2+2=5

- Uma proposição só pode ter um valor lógico: verdadeiro ou falso

Conceitos básicos

- Proposição
  - Simples: menor grão de significado
    - Flamengo é o atual campeão brasileiro (F)
  - Composta: constituída de proposições simples interligadas por conectivos lógicos
    - *O Aviador* não ganhou o Oscar de melhor filme.
    - *Menina de Ouro* levou o Oscar de melhor filme, de melhor atriz e de melhor ator coadjuvante.
    - Se chover hoje,vou ao cinema.

Conceitos básicos

- Conectivos:
  - NÃO (negação)
  - E (conjunção)
  - OU (disjunção)
  - SE-ENTÃO (condicional)
  - SE, E SOMENTE SE (bi-condicional)

A linguagem proposicional

- Alfabeto
  - Variáveis proposicionais: nomes que representam proposições simples.
  - Conectivos lógicos:
    - $\neg$: Não
    - V : OU
    - Λ : E
    - $\rightarrow$: Se..Então
    - $\leftrightarrow$: Se, e somente Se
  - Símbolos auxiliares: ( )

A Linguagem proposicional

- Sentenças
  - Toda proposição é uma sentença
  - Se α é uma sentença, então $\neg \alpha$ também é
  - Se α e β são sentenças, então são:
    - $\alpha \wedge \beta$ também é
    - $\alpha \vee \beta$
    - $\alpha \rightarrow \beta$
    - $\alpha \leftrightarrow \beta$
- Exemplos:
  - (chuva→usar_capa)^(sol→ ¬usar_capa)

Semântica

- Semântica das sentenças é dada pela função ν, chamada função de atribuição de valores lógicos:
  - ν :Variáveis proposicionais (V, F)
- Exemplos

  Sejam as proposições simples:
  - *P*: A Terra gira em torno do sol.
  - *Q*: Salvador é a capital da Bahia.
  - *R*: 3,2 é um número inteiro.
- Temos então:
  - $\nu(P) = V$
  - $\nu(Q) = V$
  - $\nu(R) = F$

Semântica

- Como cada proposição é verdadeira(v)ou falsa (f), dadas *n* variáveis proposicionais, existem 2^n possibilidades para ν.

- Exemplo para *n*=3

P	Q	R
T	T	T
T	T	F
T	F	T
T	F	F
F	T	T
F	T	F
F	F	T
F	F	F

Semântica

- O valor lógico de uma sentença é dado pela função ν, definida abaixo:
  - Para toda variável proposicional *P*, ν(P)= ν(P) .
- Se α é uma sentença, então $\nu(\neg P) = \neg \nu(P) =$, onde:
  - $\neg V = F$
  - $\neg F = V$
- Ou seja, $\nu(\neg \alpha)$ é definido pela tabela verdade:

α	$\neg\alpha$
V	F
F	V

Semântica

- Se α e β são sentenças, então
- $\nu(\alpha \wedge \beta) = \nu(\alpha) \wedge \nu(\beta)$
- Onde→ tabela verdade

P	Q	¬P	P^Q	PvQ	P→Q	P↔Q
V	V	F	V	V	V	V
V	F	F	F	V	F	F
F	V	V	F	V	V	F
F	F	V	F	F	V	V

p	q	$p \to q$ $\left(= \neg p \vee q\right)$	$q \to p$ $\left(= \neg q \vee p\right)$	$p \leftrightarrow q$ $\left(= \left(p \to q\right) \wedge \left(q \to p\right)\right)$
T	T	T	T	T
T	F	F	T	F
F	T	T	F	F
F	F	T	T	T

Biconditional: The statement p ↔ q is true only when p and q have the same truth value.

The biconditional statement really means:
"if p then q and if q then p" $(p \to q) \wedge (q \to p)$

	p	q	$(p \to q) \wedge (q \to p)$		
Case 1	T	T	T	T	T
Case 2	T	F	F	F	T
Case 3	F	T	T	F	F
Case 4	F	F	T	T	T

Biconditional			
	p	q	p ↔ q
Case 1	T	T	T
Case 2	T	F	F
Case 3	F	T	F
Case 4	F	F	T

Do they match?

Exercícios

Construir as tabelas verdade para as seguintes proposições:

a) $P(p,q,r) = p \vee \sim r \rightarrow q \wedge \sim r$

b) $P(p,q) = \sim(p \wedge q) \vee \sim(q \leftrightarrow p)$

c) $P(p,q,r) = (p \wedge q \rightarrow r) \vee (\sim p \leftrightarrow q \vee \sim r)$

Semântica

- Supressão de parêntesis:
  - A ordem de precedência é:
    1. $\neg$
    2. $\wedge$
    3. $\vee$
    4. $\rightarrow$
    5. $\leftrightarrow$
  - Para conectivos idênticos, faz-se associação à esquerda. Exemplo:
  - $P \vee Q \wedge \neg R \vee S \rightarrow T \vee U$
  - denota
  - $((P \vee ((Q \wedge \neg R) \vee S)) \rightarrow (T \vee U))$

Definições

- Sentença
  - Verdadeira ou Falsa
- Interpretação
  - V ou F
- Modelo (sentença satisfazível)
  - Um contexto onde $\nu(\alpha) = V$

Definições

- Sentença válida
  - Sentença verdadeira para todas as interpretações

- Sentença contraditória (insatisfazível)
  - Sentença falsa para todas as interpretações

- Contingência
  - Nem contradição nem válida

Definições

$\nu \models \alpha$

- ν satisfaz α : $\nu(\alpha)=V$

  $\nu \models \alpha$

  - α é **tautologia**, se e somente se, $\nu \models \alpha$ para todo ν
  - α é **contradição**, se e somente se, não existe ν tal que $\nu \models \alpha$
  - α é **satisfazível**, se e somente se, existe ν tal que $\nu \models \alpha$
  - α é **insatisfazível**, se e somente se, α é uma Contradição

Propriedades da equivalência lógica

- Reflexividade:
  - α |==| α
- Transitividade:
  - Se α |==| β e β |==| δ então α |==| δ
- Simetria:
  - Se α |==| β e β |==| α

Dedutibilidade

- Um “argumento” é uma afirmação de que ≥ uma dada sentença α (a conclusão) é consequência de outras sentenças $\{\beta_{1,\dots,}\ \beta_{n,} n \quad 1\}$ (as premissas).

Notação:

$$\begin{array}{|c|} \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_n \\ \hline \alpha \\ \hline \end{array}$$

Para dizer que α é uma consequência de

$\{\beta_{1,\dots,}\ \beta_n\}$

Dedutibilidade

Um argumento pode ser “válido”(correto, legítimo) ou “não válido” (incorreto, ilegítimo).

Dizemos ainda que um argumento não válido é um “sofisma”.

Dedutibilidade

Um argumento :

β_1 . . β_n
α

é válido se, e somente se

$\{\beta_{1,\ldots,}\ \beta_n\} \mid == \alpha$

e, portanto, se e somente se

$(\beta_1 \wedge_{\ldots} \wedge \beta_n) \rightarrow \alpha$

é **tautologia**.

Dedutibilidade

- Uma regra de inferência é um argumento válido utilizado em deduções.

Dedutibilidade

- Seja α uma sentença e A um conjunto de sentenças, então α é dedutível a partir de A, ou seja, A |- α
- Se existe uma seqüência de sentenças

$$\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_n$$

- Tal que:
- É β_n , α e
- Cada β_i é uma sentença de *A*, ou o resultado da aplicação de uma regra de inferência com premissas antes de β_i .

Dedutibilidade

Como as regras de inferências são argumentos válidos, temos que:

se A |- α então A |== α

Problema: Existe um conjunto de regras de inferência tal que:

se A |== α então |- α

Observe que para toda **tautologia** , σ

{} |== σ

logo, além das regras de inferência, precisamos de axiomas a partir dos quais as **tautologias** possam ser deduzidas: os chamados Axiomas Lógicos.

Representação de Conhecimento

Conhecimento pode ser representado de duas formas:

- **explícita**: por meio da formalização de sentenças
- **implícita**: por meio de conseqüência lógica (fatos derivados das sentenças)

Passos para formalização de sentenças

- Identificamos as palavras da sentença que correspondem a conectivos.
- Identificamos as partes da sentença que correspondem a proposições atômicas e associamos a cada uma delas um símbolo proposicional.
- Escrevemos a fórmula correspondente à sentença, substituindo suas proposições atômicas pelos respectivos símbolos proposicionais e seus conectivos lógicos pelos respectivos símbolos conectivos

Representação de Conhecimento

Exemplo

- *Está chovendo.*
- ***Se** está chovendo, **então** a rua está molhada.*
- ***Se** a rua está molhada, **então** a rua está escorregadia.*

- **Vocabulário**
  - **c** : *"está chovendo"*
  - **m** : *"a rua está molhada"*
  - **e** : *"a rua está escorregadia"*
- **Formalização**
  - $\Delta = \{c, c \rightarrow m, m \rightarrow e\}$

base de conhecimento

Formalização de Argumentos

Um **argumento** é uma seqüência de premissas seguida de uma conclusão

Exemplo

- *Se neva, então faz frio.*
- *Está nevando.*
- ***Logo**, está fazendo frio.*

- Vocabulário
  - **n** : *"neve"*
  - **f** : *"frio"*
- Formalização
  - $\{n \rightarrow f, n\} \models f$

conseqüência lógica

Exercício

Usando a sintaxe da lógica proposicional, formalize o argumento:

Se o time joga bem, então ganha o campeonato.

Se o time não joga bem, então o técnico é culpado.

Se o time ganha o campeonato, então os torcedores ficam contentes.

Os torcedores não estão contentes.

Logo, o técnico é culpado.

Validação de Argumentos

Um argumento é **válido** se a sua conclusão é uma **conseqüência lógica** de suas premissas, ou seja, a veracidade da conclusão está implícita na veracidade das premissas.

- Vamos mostrar três métodos de validação de argumentos:
  - **Tabela-verdade** (semântico)
  - **Prova por dedução** (sintático)
  - **Prova por refutação** (sintático)
- Métodos semânticos são baseados em interpretações
- Métodos sintáticos são baseados em regras de inferência (raciocínio)

Exercícios

1. Sejam as proposições:

    p : está frio

    q : está chovendo

    Traduzir para a linguagem natural as seguintes proposições:

    a) $\sim p$
    b) $p \wedge q$
    c) $p \vee q$
    d) $q \leftrightarrow p$
    e) $p \rightarrow \sim q$
    f) $p \vee \sim q$
    g) $\sim p \wedge \sim q$
    h) $p \leftrightarrow \sim q$
    i) $p \wedge \sim q \rightarrow p$

Sejam as proposições:

p : Sueli é rica

q : Sueli é feliz

Traduzir para linguagem simbólica (lógica) as seguintes frases:

a) Sueli é pobre, mas é feliz
b) Sueli é rica o infeliz
c) Sueli é pobre e infeliz
d) Sueli é pobre ou rica, mas é feliz

Exercícios

Simbolizar, utilizando a lógica, as seguintes frases:

a) X é maior que 5 e menor que 7 ou X não é igual a 6.
b) Se X é menor que 5 e maior que 3, então X é igual a 4.
c) X é maior que 1 ou X é menor que 1 e maior que 0.