

# Teoria Dos Conjuntos

## Teoria dos Conjuntos

- Teoria matemática que trata das propriedades dos conjuntos
- George Cantor

## Conjunto

- Conjunto é uma coleção, sem repetição ou ordenação, de um grupo de elementos

Elemento:

- Objeto contido em um conjunto. Pode ser concreto ou uma entidade abstrata.

## Definição de um Conjunto

- **Denotação por Extensão:**
  - Define um conjunto listando os seus elementos.
  - Exemplo:

Vogais = {a, e, i, o, u}

- **Denotação por Compreensão:**
  - Notação:  $\{x \mid p(x)\}$
  - Define um conjunto através de uma propriedade.
  - Exemplo:

Pares =  $\{x \mid x \in \text{números pares}\}$

## Pertinência

a pertence ao conjunto A

b não pertence ao conjunto B

$a \in A$

$b \notin B$

## Conjuntos Importantes

- **Conjunto Vazio:**
  - Conjunto que não possui elementos
  - Notação:  $\{\}$  ou  $\emptyset$
- **Conjunto Unitário:**
  - Conjunto que tem só 1 elemento
  - Exemplo: Números pares e primos =  $\{2\}$
- **Conjuntos Importantes Famosos:**

$\mathbb{Z}$  inteiros

$\mathbb{N}$  naturais

$\mathbb{R}$  reais

$\mathbb{I}$  irracionais

$\mathbb{Q}$  racionais

## Tipos de Conjuntos

- **Conjunto Finito:**
  - Pode ser denotado por extensão.
  - Exemplo:  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 4 \text{ e } x < 6\}$
- **Conjunto Infinito:**
  - Obrigatoriamente deve ser denotado por compreensão.
  - Exemplo:  $A = \{x \mid x \in \mathbb{R}\}$

## Definição de uma Linguagem Normal

### - Alfabeto

- Conjunto finito de símbolos;
- Cada elemento pode ser chamado de caractere;
- Notação:  $\Sigma$  Conjunto Alfabeto

### - Palavra

- Sequência finita de caracteres de um alfabeto;
- Também podem ser chamados de cadeia de caracteres ou sentença.
- Notação para 'Palavra Vazia':  $\epsilon$  Palavra vazia
- Notação para 'Conjunto com todas as palavras possíveis de um alfabeto':  $\Sigma^*$  Conjunto de todas as possíveis palavras sobre o alfabeto

### - Linguagem

- Conjunto de palavras de um alfabeto:
- Exemplo:

Suponha o alfabeto:

$$\Sigma = \{a, b\}$$

O conjunto vazio e o conjunto formado pela palavra vazia, são possíveis linguagens sobre o alfabeto. Logicamente:

$$\phi \neq \{\epsilon\}$$

- Exemplo 2:

Outro exemplo de linguagem é o conjunto de todos os palíndromos (palavras idênticas quando lidas da esquerda para a direita ou no sentido inverso).

$$Palindromos = \{\epsilon, a, b, aa, bb, aaa, aba, bab, bbb, \dots\}$$

## Subconjunto

### - Contido

- Quando todos os elementos de A, também fazem parte de B, dizemos que **A está contido em B**:

$$A \subseteq B$$

- Quando esta afirmação for verdadeira, diz-se que: '**A é um subconjunto de B**'.
- **Contido Propriamente**
  - Quando todos os elementos de A também fizerem parte de B, mas existir algum elemento de B que não faz parte de A, dizemos que **A está contido propriamente em B**:

$$A \subseteq B, \text{ mas existe } b \in B \text{ e } b \notin A \quad A \subset B$$

- Quando esta afirmação for verdadeira, diz-se que: '**A é um subconjunto próprio de B**'.

### Conjunto Potência

- Notação:  $2^A$ , sendo A um conjunto;
- Apresenta todos os possíveis subconjuntos de A.
- Exemplo:

$$\begin{aligned} &\blacksquare \text{ para } A = \{0, 1, 2\} \text{ temos:} \\ &\blacksquare 2^A = \{\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{2\}, \{0, 1\}, \{0, 2\}, \{1, 2\}, \{0, 1, 2\}\} \\ &\blacksquare |2^A| = 2^{|A|} = 2^3 = 8 \end{aligned}$$

### Igualdade de Conjuntos

- Dois conjuntos são considerados iguais quando têm exatamente os mesmos elementos.

- Exemplo:

$$\{x \in \mathbb{N} \mid x > 3 \text{ e } x < 8\} = \{4, 5, 6\} \quad (1)$$

$$\{4, 5, 6\} = \{4, 4, 5, 5, 5, 6\} \quad (2)$$

## Lógica Matemática

### Proposição

- Proposição é uma frase a qual pode-se atribuir juízo (verdadeira ou falsa)

### Leis Fundamentais

- **Meio Excluído:** Uma proposição só pode ser VERDADEIRA ou FALSA, não existe meio termo.
- **Contradição:** Uma proposição não pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo.
- **Funcionalidade:** O valor lógico de uma proposição composta só depende dos valores lógicos de suas proposições constituintes

### Álgebra Booleana

- Variáveis só podem assumir dois valores (Verdadeiro ou Falso);
- Proposição  $\rightarrow$  Variável Booleana
- **Proposição Atômica:** não pode ser decomposta em proposições menores.
- **Proposição Composta:** Proposições criadas a partir de mais de 1 Proposição Atômica combinadas por um conectivo (e, ou, não, etc);

### Conjunção (e)

$$a \wedge b$$

- Notação:
- Retorna 'V' apenas quando as duas entradas forem 'V';
- Tabela Verdade:

<b>a</b>	<b>b</b>	$a \wedge b$
F	F	F
F	V	F
V	F	F
V	V	V

### Disjunção (ou)

$$a \vee b$$

- Notação:
- Retorna 'V' quando qualquer uma das duas for 'V';
- Tabela Verdade:

<b>a</b>	<b>b</b>	$a \vee b$
F	F	F
F	V	V
V	F	V
V	V	V

### **Negação (não)**

$$\neg a$$

- Notação:
- Retorna o contrário;
- Tabela Verdade:

<b>a</b>	$\neg a$
F	V
V	F

### **Condição (se... então)**

$$a \rightarrow c$$

- Notação:
- Caso a premissa seja 'F', o resultado é 'V';
- Caso a premissa seja 'V' e a conclusão seja 'V', o resultado é 'V';
- Caso a premissa seja 'V' e a conclusão seja 'F',
- Tabela Verdade:

<b>a</b>	<b>c</b>	$a \rightarrow c$
F	F	V
F	V	V
V	F	F
V	V	V

### **Bicondição**

- Notação:  $a \leftrightarrow d$
- V quando as duas forem iguais;
- Tabela Verdade:

<b>a</b>	<b>d</b>	$a \leftrightarrow d$
F	F	V
F	V	F
V	F	F
V	V	V

### **Fórmula Lógica**

- Sentença corretamente escrita utilizando somente:
  - Conectivos;
  - Parênteses;
  - Identificadores (variáveis);
  - Constantes.
- O resultado depende somente de suas variáveis;
- **Ordem de Precedência:**
  - Parênteses (mais Interno para mais Externos);
  - Negação;
  - Conjunção e Disjunção;
  - Condição;
  - Bicondição.

### **Tautologia**