SBVLIFA: Linguagens Formais e Autômatos

Aula 02: Linguagens Regulares e Autômatos Finitos Determinísticos

Bacharelado em Ciência da Computação
Prof. Dr. David Buzatto

INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
SÃO PAULO
Campus São João da Boa Vista

Linguagens Regulares

- Linguagens Regulares

Tipo	Classe de Linguagens	Modelo de Gramática	Modelo de Reconhecedor
0	Recursivamente enumeráveis	Irrestrita	Máquina de Turing
1	Sensíveis ao contexto	Sensível ao contexto	Máquina de Turing com fita limitada
2	Livres de contexto	Livre de contexto	Autômato de pilha
3	**Regulares**	**Linear (direita ou esquerda)**	**Autômato finito**

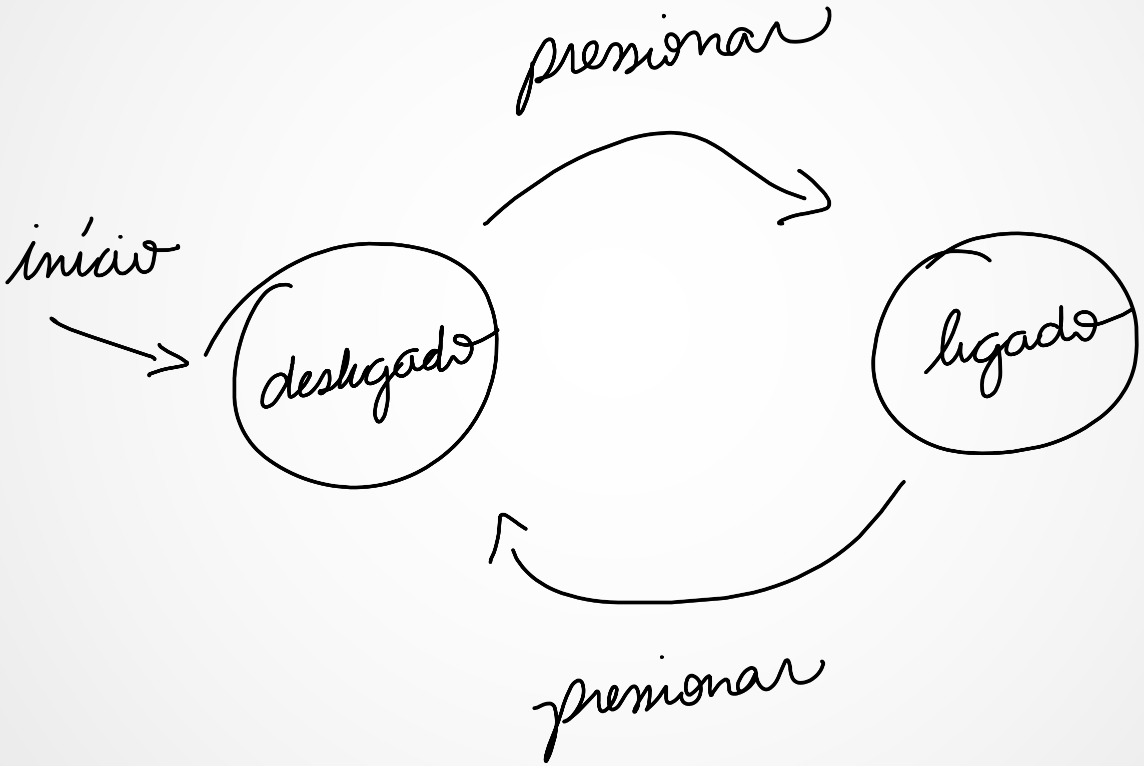
Linguagens Regulares

- **Linguagens Regulares:** são as linguagens descritas e reconhecidas por autômatos finitos;
- **Autômato Finito:** possui um conjunto finito de estados e seu controle se desloca de estado para estado em resposta à entradas externas;
- **Autômato Finito Determinístico (DFA):** o controle é determinístico, ou seja, **sempre está em um único estado** em qualquer instante;
- **Autômato Finito Não-Determinístico (NFA):** o controle **pode estar em mais de um estado** em qualquer instante.

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
SÃO PAULO
Campus São João da Boa Vista

Linguagens Regulares

Autômatos Finitos Determinísticos



Linguagens Regulares

Autômatos Finitos Determinísticos

- A adição do não-determinismo não permite a definição de quaisquer linguagens que não sejam reconhecidas por DFAs;
- O não-determinismo permite "programar" soluções para problemas usando uma linguagem de alto nível, que depois podem ser "compiladas" em DFAs que, por sua vez, podem então ser executados em computadores convencionais;
- Trocando em miúdos, o não-determinismo nos dá mais ferramentas para descrever o autômato finito, facilitando sua definição e então podemos convertê-lo, usando um algoritmo que estudaremos, para um DFA;
- Em relação à terminologia, chamaremos um Autômato Finito Determinístico de DFA ou simplesmente de Autômato Finito.

Autômatos Finitos Determinísticos

- **Definição Formal:**

$$A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$$

- A: autômato finito, uma 5-upla (tupla de 5 elementos), onde:
  - Q: conjunto finito de estados;
  - Σ: conjunto finito de símbolos de entrada (alfabeto);
  - δ: função de transição, na forma $\delta(q, a) \rightarrow p$, ou seja, $\delta: Q \times \Sigma \rightarrow Q$
  - q_0: estado inicial, tal que $q_0 \in Q$
  - F: conjunto de estados finais ou de aceitação, tal que $F \subseteq Q$
- **Obs:** alguns autores chamam os autômatos de M (máquina)

Autômatos Finitos Determinísticos

Exemplo 1

- **Para:**

$$L = \{\, w \mid w \text{ é da forma } x01y \text{ para algumas strings } x \text{ e } y \text{ que consistem em somente } 0's \text{ e } 1's \,\}$$

ou

$$L = \{\, x01y \mid x \text{ e } y \text{ são quaisquer strings de } 0's \text{ e } 1's \,\}$$

- Strings da linguagem: 01, 11010 e 100011, ...
- Strings que não são da linguagem: ε, 0, 111000, ...

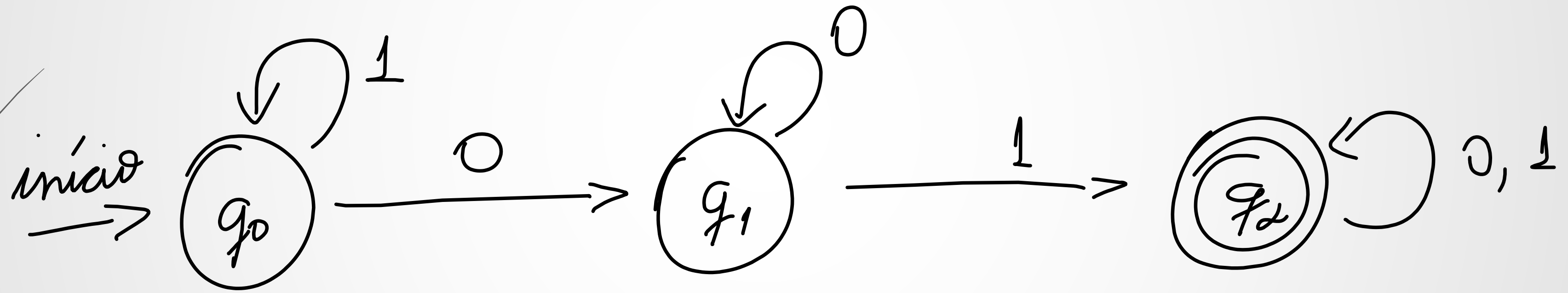
- **Como definir o DFA que reconhece essa linguagem?**

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
SÃO PAULO
Campus São João da Boa Vista

Autômatos Finitos Determinísticos

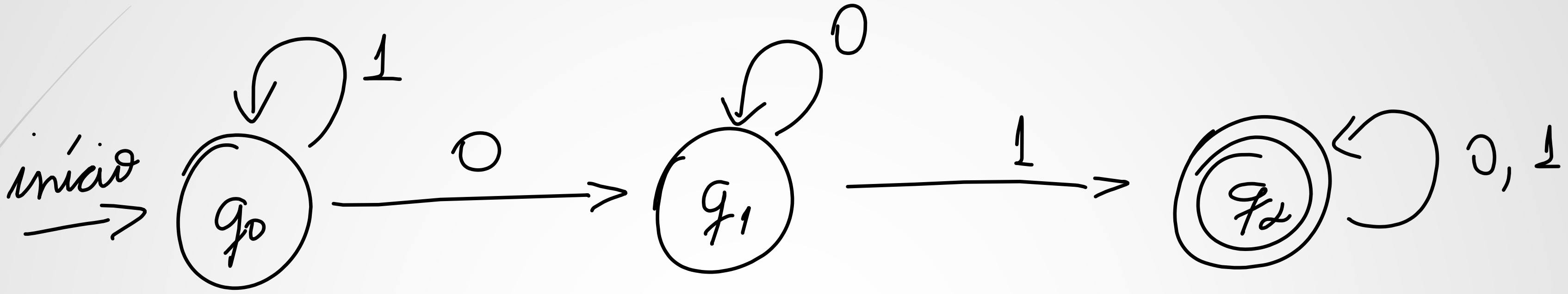
Exemplo 1

- **Diagrama de transições:**



Autômatos Finitos Determinísticos

Exemplo 1



- $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, onde:
- $Q = \{ q_0, q_1, q_2 \}$
- $\Sigma = \{ 0, 1 \}$
- $F = \{q_2\}$
- δ corresponde à tabela de transições:

	0	1
$\rightarrow q_0$	q_1	q_0
q_1	q_1	q_2
$* q_2$	q_2	q_2

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
SÃO PAULO
Campus São João da Boa Vista

Autômatos Finitos Determinísticos

Exemplo 2

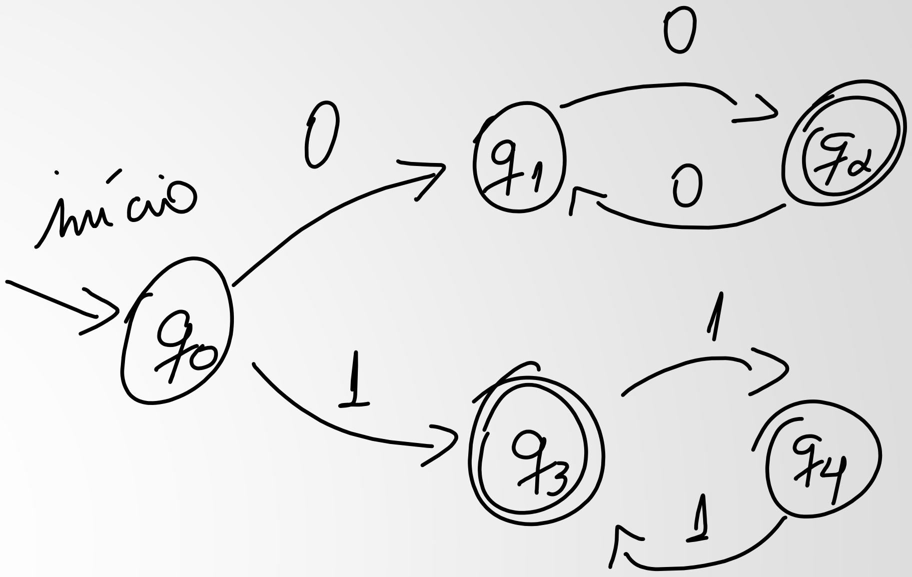
- **Para:**

$$L = \{\, 0^i \vee 1^j \mid i > 0 \text{ e par e } j > 0 \text{ e ímpar} \,\}$$

- Strings da linguagem: 00, 0000, 000000, 1, 111, 11111, ...
- Strings que não são da linguagem: ε, 0, 000, 11, 1111, 0101, 1010, ...

Autômatos Finitos Determinísticos

Exemplo 2

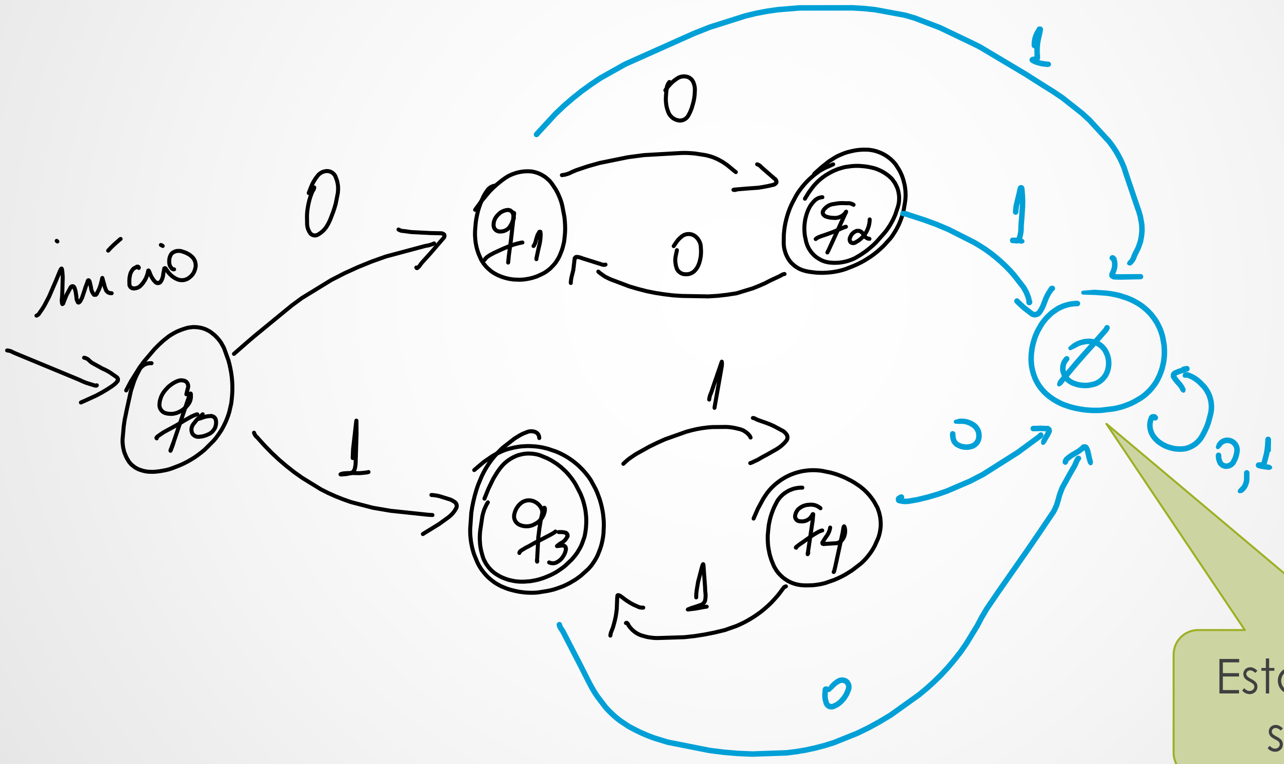


- $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, onde:
- $Q = \{\, q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$
- $\Sigma = \{\, 0, 1 \,\}$
- $F = \{q_2, q_3\}$
- δ corresponde à tabela de transições:

	0	1
$\rightarrow q_0$	q_1	q_3
q_1	q_2	$\emptyset$
$* \, q_2$	q_1	$\emptyset$
$* \, q_3$	$\emptyset$	q_4
q_4	$\emptyset$	q_3

Autômatos Finitos Determinísticos

Especificação completa de um DFA



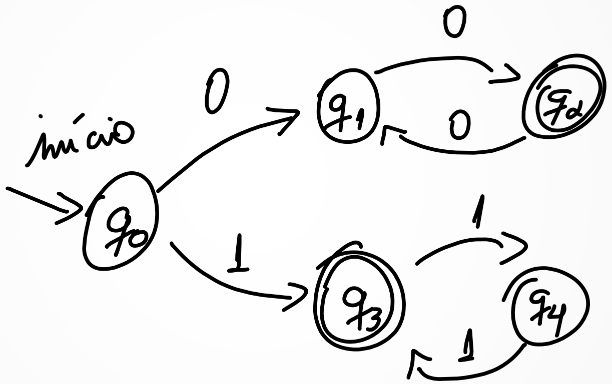
Estado nulo ou sumidouro

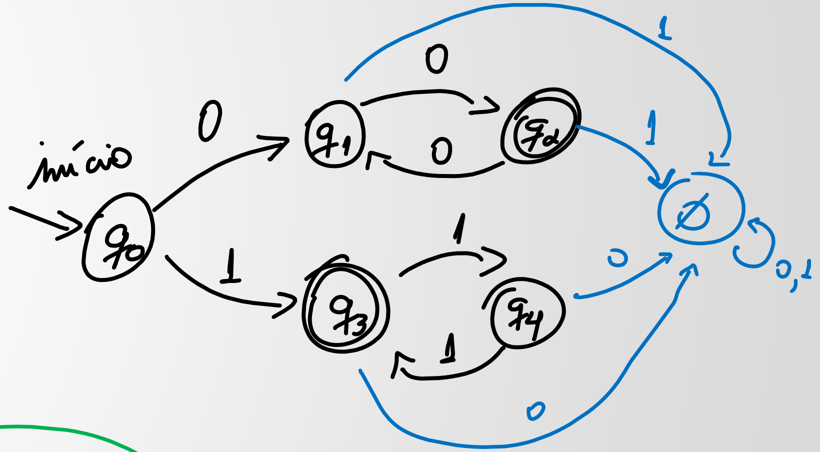
δ

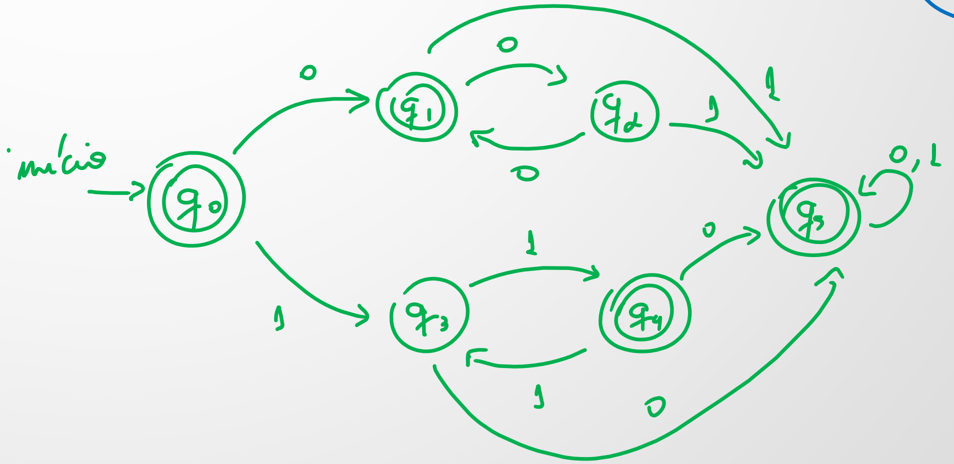
	0	1
$\rightarrow q_0$	q_1	q_3
q_1	q_2	$\emptyset$
$* q_2$	q_1	$\emptyset$
$* q_3$	$\emptyset$	q_4
q_4	$\emptyset$	q_3
$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$

Autômatos Finitos Determinísticos
Complemento de uma Linguagem

- Se L é uma linguagem, $\bar{L}$ é o seu complemento, ou seja, $\bar{L} = \Sigma^* - L$
- **Exemplo:**
  - Se, $L = \{\, 0^i \vee 1^j \mid i > 0 \text{ e par e } j > 0 \text{ e ímpar} \,\}$, construa o DFA para $\bar{L}$.
  - **Algoritmo:**
    - **A partir do DFA A, que reconhece L(A):**
      - **Se necessário, criar o estado nulo (sumidouro) e definir as transições que estão faltando;**
      - **Mantenha o estado inicial;**
      - **Torne todo estado de aceitação (final) em estado de não aceitação;**
      - **Torne todo estado de não aceitação em estado de aceitação.**







Autômatos Finitos Determinísticos

Extensão da Função de Transição às Strings

- Necessária para tornar exata a noção da linguagem de um DFA;
- Se δ é a função de transição, $\hat{\delta}$ (delta chapéu) é a função de transição estendida;
- **Definição:**
  - **Base:** $\hat{\delta}(q, \varepsilon) = q$

  Se estamos em q e não lemos nada, ficamos em q

  - **Indução:** $\hat{\delta}(q, w) = \delta\big(\hat{\delta}(q, x), a\big)$

  $\hat{\delta}(q, x)$ é o estado em que o autômato se encontra após processar tudo, exceto o último símbolo de w. Se esse estado for p, ou seja, $\hat{\delta}(q, x) = p$, então $\hat{\delta}(q, w)$ é o que obtemos ao fazer uma transição de p sobre a entrada a, o último símbolo de w. Isto é $\hat{\delta}(q, w) = \delta(p, a)$.
- **Obs:** convencionaremos que letras do início do alfabeto $(a, b, c, \ldots)$ indicam símbolos, enquanto letras do fim do alfabeto indicam strings (w, x, y, z).

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
SÃO PAULO
Campus São João da Boa Vista

Autômatos Finitos Determinísticos
Extensão da Função de Transição às Strings

- Necessária para tornar exata a noção da linguage
- Se δ é a função de transição, $\hat{\delta}$ (delta chapéu) é a fun estendida;

Não se desespere! Por enquanto...

- **Definição:**
  - **Base:** $\hat{\delta}(q, \varepsilon) = q$

    Se estamos em q e não lemos nada, ficamos em q
  - **Indução:** $\hat{\delta}(q, w) = \delta\big(\hat{\delta}(q, x), a\big)$

    $\hat{\delta}(q, x)$ é o estado em que o autômato se encontra após processar tudo, exceto o último símbolo de w. Se esse estado for p, ou seja, $\hat{\delta}(q, x) = p$, então $\hat{\delta}(q, w)$ é o que obtemos ao fazer uma transição de p sobre a entrada a, o último símbolo de w. Isto é $\hat{\delta}(q, x) = \delta(p, a)$.
- **Obs:** convencionaremos que letras do início do alfabeto $(a, b, c, \dots)$ indicam símbolos, enquanto letras do fim do alfabeto indicam strings (w, x, y, z).

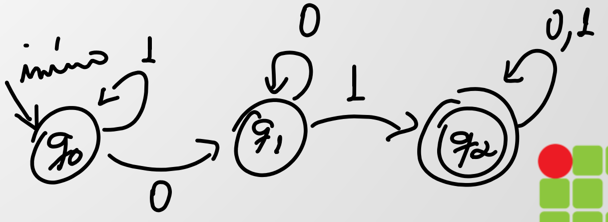
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
SÃO PAULO
Campus São João da Boa Vista

Autômatos Finitos Determinísticos
Extensão da Função de Transição às Strings

- **Base:** $\hat{\delta}(q,\varepsilon) = q$
- **Indução:** $\hat{\delta}(q,w) = \delta\big(\hat{\delta}(q,x),a\big)$
- **Exemplo:** Para $A = (\{\, q_0, q_1, q_2 \,\},\{\, 0,1 \,\},\delta, q_0, \{q_2\})$, realizar a computação de $\hat{\delta}(q_0,w)$ para cada prefixo w de 110010, começando em ε e aumentando o tamanho:
  - $\hat{\delta}(q_0,\varepsilon) = q_0$
  - $\hat{\delta}(q_0,1) = \delta\big(\hat{\delta}(q_0,\varepsilon),1\big) = \delta(q_0,1) = q_0$
  - $\hat{\delta}(q_0,11) = \delta\big(\hat{\delta}(q_0,1),1\big) = \delta(q_0,1) = q_0$
  - $\hat{\delta}(q_0,110) = \delta\big(\hat{\delta}(q_0,11),0\big) = \delta(q_0,0) = q_1$
  - $\hat{\delta}(q_0,1100) = \delta\big(\hat{\delta}(q_0,110),0\big) = \delta(q_1,0) = q_1$
  - $\hat{\delta}(q_0,11001) = \delta\big(\hat{\delta}(q_0,1100),1\big) = \delta(q_1,1) = q_2$
  - $\hat{\delta}(q_0,110010) = \delta\big(\hat{\delta}(q_0,11001),0\big) = \delta(q_2,0) = q_2$

δ

	0	1
$\rightarrow q_0$	q_1	q_0
q_1	q_1	q_2
$* q_2$	q_2	q_2



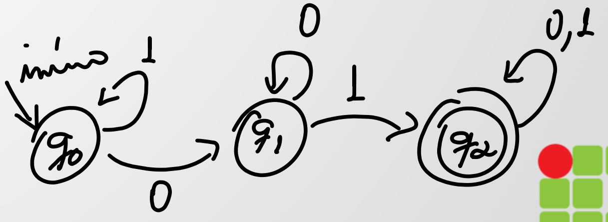
Autômatos Finitos Determinísticos

Extensão da Função de Transição às Strings

- **Base:** $\hat{\delta}(q,\varepsilon) = q$
- **Indução:** $\hat{\delta}(q,w) = \delta\big(\hat{\delta}(q,x),a\big)$
- **Exemplo:** Para $A = (\{\, q_0, q_1, q_2 \,\}, \{\, 0, 1 \,\}, \delta, q_0, \{q_2\})$, realizar a computação de $\hat{\delta}(q_0,w)$ para cada prefixo w de 110010, começando em ε e aumentando o tamanho:
  - $\hat{\delta}(q_0,\varepsilon) = q_0$
  - $\hat{\delta}(q_0,\varepsilon 1) = \delta\big(\hat{\delta}(q_0,\varepsilon),1\big) = \delta(q_0,1) = q_0$
  - $\hat{\delta}(q_0,11) = \delta\big(\hat{\delta}(q_0,1),1\big) = \delta(q_0,1) = q_0$
  - $\hat{\delta}(q_0,110) = \delta\big(\hat{\delta}(q_0,11),0\big) = \delta(q_0,0) = q_1$
  - $\hat{\delta}(q_0,1100) = \delta\big(\hat{\delta}(q_0,110),0\big) = \delta(q_1,0) = q_1$
  - $\hat{\delta}(q_0,11001) = \delta\big(\hat{\delta}(q_0,1100),1\big) = \delta(q_1,1) = q_2$
  - $\hat{\delta}(q_0,110010) = \delta\big(\hat{\delta}(q_0,11001),0\big) = \delta(q_2,0) = q_2$

δ

	0	1
$\rightarrow q_0$	q_1	q_0
q_1	q_1	q_2
$* q_2$	q_2	q_2



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
SÃO PAULO
Campus São João da Boa Vista

Autômatos Finitos Determinísticos

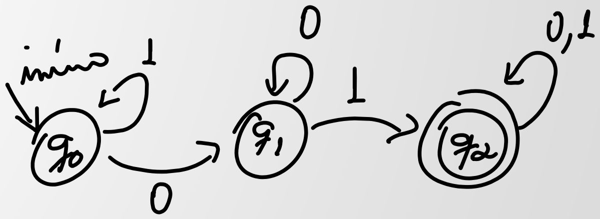
Extensão da Função de Transição às Strings

- **Base:** $\hat{\delta}(q, \varepsilon) = q$
- **Indução:** $\hat{\delta}(q, w) = \delta\big(\hat{\delta}(q, x), a\big)$
- Outra forma de enxergar a computação de 110010:

  $\hat{\delta}(q_0, 110010)$

δ

	0	1
$\rightarrow q_0$	q_1	q_0
q_1	q_1	q_2
$* q_2$	q_2	q_2



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
SÃO PAULO
Campus São João da Boa Vista

Autômatos Finitos Determinísticos

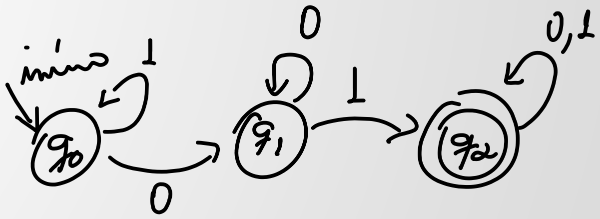
Extensão da Função de Transição às Strings

- **Base:** $\hat{\delta}(q, \varepsilon) = q$
- **Indução:** $\hat{\delta}(q, w) = \delta\big(\hat{\delta}(q, x), a\big)$
- Outra forma de enxergar a computação de 110010:

$$\hat{\delta}(q_0, 110010) = \delta\big(\hat{\delta}(q_0, 11001), 0\big)$$

δ

	0	1
$\rightarrow q_0$	q_1	q_0
q_1	q_1	q_2
$* q_2$	q_2	q_2



Autômatos Finitos Determinísticos

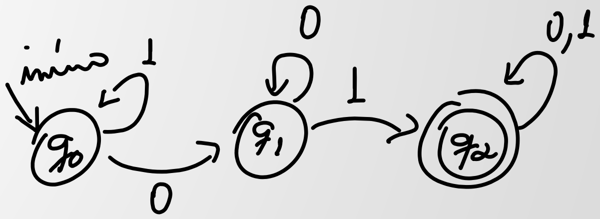
Extensão da Função de Transição às Strings

- **Base:** $\hat{\delta}(q, \varepsilon) = q$
- **Indução:** $\hat{\delta}(q, w) = \delta\big(\hat{\delta}(q, x), a\big)$
- Outra forma de enxergar a computação de 110010:

$$\hat{\delta}(q_0, 110010) = \delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, 11001)}_{\delta(\hat{\delta}(q_0, 1100), 1)}, 0\big)$$

δ

	0	1
$\rightarrow q_0$	q_1	q_0
q_1	q_1	q_2
$* q_2$	q_2	q_2



Autômatos Finitos Determinísticos

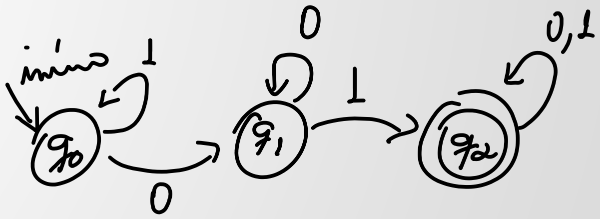
Extensão da Função de Transição às Strings

- **Base:** $\hat{\delta}(q, \varepsilon) = q$
- **Indução:** $\hat{\delta}(q, w) = \delta\big(\hat{\delta}(q, x), a\big)$
- Outra forma de enxergar a computação de 110010:

$$\hat{\delta}(q_0, 110010) = \delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, 11001)}_{\delta\left(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, 1100)}_{\delta\left(\hat{\delta}(q_0, 110), 0\right)}, 1\right)}, 0\big)$$

δ

	0	1
$\rightarrow q_0$	q_1	q_0
q_1	q_1	q_2
$* q_2$	q_2	q_2



Autômatos Finitos Determinísticos

Extensão da Função de Transição às Strings

- **Base:** $\hat{\delta}(q, \varepsilon) = q$
- **Indução:** $\hat{\delta}(q, w) = \delta\big(\hat{\delta}(q, x), a\big)$
- Outra forma de enxergar a computação de 110010:

$$\hat{\delta}(q_0, 110010) = \delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, 11001)}, 0\big)$$

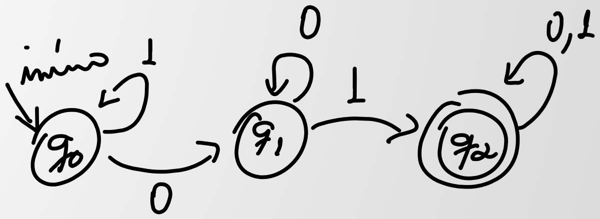
$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, 1100)}, 1\big)$$

$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, 110)}, 0\big)$$

$$\delta\big(\hat{\delta}(q_0, 11), 0\big)$$

δ

	0	1
$\rightarrow q_0$	q_1	q_0
q_1	q_1	q_2
$* \, q_2$	q_2	q_2



Autômatos Finitos Determinísticos

Extensão da Função de Transição às Strings

- **Base:** $\hat{\delta}(q, \varepsilon) = q$
- **Indução:** $\hat{\delta}(q, w) = \delta\big(\hat{\delta}(q, x), a\big)$
- Outra forma de enxergar a computação de 110010:

$$\hat{\delta}(q_0, 110010) = \delta\big(\hat{\delta}(q_0, 11001), 0\big)$$

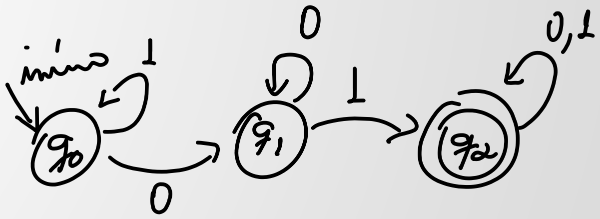
$$\delta\big(\hat{\delta}(q_0, 1100), 1\big)$$

$$\delta\big(\hat{\delta}(q_0, 110), 0\big)$$

$$\delta\big(\hat{\delta}(q_0, 11), 0\big)$$

$$\delta\big(\hat{\delta}(q_0, 1), 1\big)$$

δ	0	1
$\rightarrow q_0$	q_1	q_0
q_1	q_1	q_2
$* q_2$	q_2	q_2



Autômatos Finitos Determinísticos

Extensão da Função de Transição às Strings

- **Base:** $\hat{\delta}(q,\varepsilon) = q$
- **Indução:** $\hat{\delta}(q,w) = \delta\big(\hat{\delta}(q,x),a\big)$
- Outra forma de enxergar a computação de 110010:

$$\hat{\delta}(q_0,110010) = \delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0,11001)},0\big)$$

$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0,1100)},1\big)$$

$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0,110)},0\big)$$

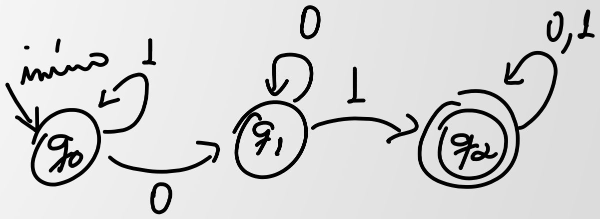
$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0,11)},0\big)$$

$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0,1)},1\big)$$

$$\delta\big(\hat{\delta}(q_0,\varepsilon),1\big)$$

δ

	0	1
$\rightarrow q_0$	q_1	q_0
q_1	q_1	q_2
$* q_2$	q_2	q_2



Autômatos Finitos Determinísticos

Extensão da Função de Transição às Strings

- **Base:** $\hat{\delta}(q, \varepsilon) = q$
- **Indução:** $\hat{\delta}(q, w) = \delta\big(\hat{\delta}(q, x), a\big)$
- Outra forma de enxergar a computação de 110010:

$$\hat{\delta}(q_0, 110010) = \delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, 11001)}, 0\big)$$

$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, 1100)}, 1\big)$$

$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, 110)}, 0\big)$$

$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, 11)}, 0\big)$$

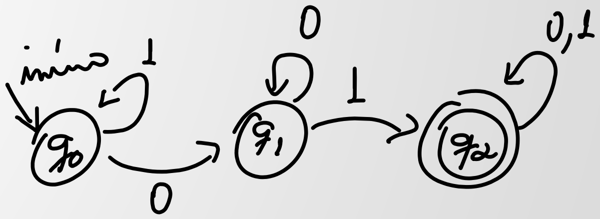
$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, 1)}, 1\big)$$

$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, \varepsilon)}, 1\big)$$

$$q_0$$

δ

	0	1
$\rightarrow q_0$	q_1	q_0
q_1	q_1	q_2
$* q_2$	q_2	q_2



Autômatos Finitos Determinísticos

Extensão da Função de Transição às Strings

- **Base:** $\hat{\delta}(q,\varepsilon) = q$
- **Indução:** $\hat{\delta}(q,w) = \delta\big(\hat{\delta}(q,x),a\big)$
- Outra forma de enxergar a computação de 110010:

$$\hat{\delta}(q_0,110010) = \delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0,11001)},0\big)$$

$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0,1100)},1\big)$$

$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0,110)},0\big)$$

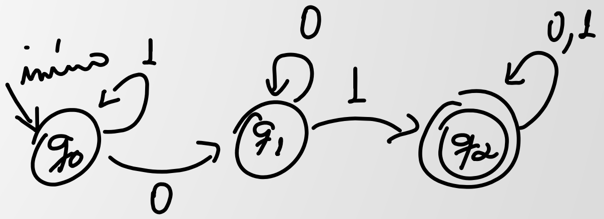
$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0,11)},0\big)$$

$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0,1)},1\big)$$

$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0,\varepsilon)}_{q_0},1\big) = \delta(q_0,1) = q_0$$

δ

	0	1
$\rightarrow q_0$	q_1	q_0
q_1	q_1	q_2
$* \, q_2$	q_2	q_2



Autômatos Finitos Determinísticos

Extensão da Função de Transição às Strings

- **Base:** $\hat{\delta}(q, \varepsilon) = q$
- **Indução:** $\hat{\delta}(q, w) = \delta\big(\hat{\delta}(q, x), a\big)$
- Outra forma de enxergar a computação de 110010:

$$\hat{\delta}(q_0, 110010) = \delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, 11001)}, 0\big)$$

$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, 1100)}, 1\big)$$

$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, 110)}, 0\big)$$

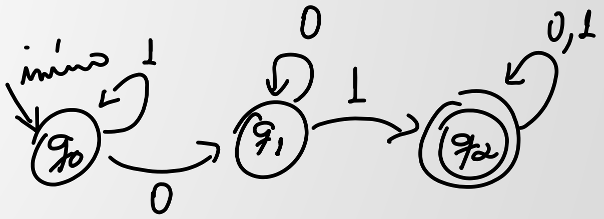
$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, 11)}, 0\big)$$

$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, 1)}, 1\big) = \delta(q_0, 1) = q_0$$

$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, \varepsilon)}_{q_0}, 1\big) = \delta(q_0, 1) = q_0$$

δ

	0	1
$\rightarrow q_0$	q_1	q_0
q_1	q_1	q_2
$* \, q_2$	q_2	q_2



Autômatos Finitos Determinísticos

Extensão da Função de Transição às Strings

- **Base:** $\hat{\delta}(q, \varepsilon) = q$
- **Indução:** $\hat{\delta}(q, w) = \delta\big(\hat{\delta}(q, x), a\big)$
- Outra forma de enxergar a computação de 110010:

$$\hat{\delta}(q_0, 110010) = \delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, 11001)}, 0\big)$$

$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, 1100)}, 1\big)$$

$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, 110)}, 0\big)$$

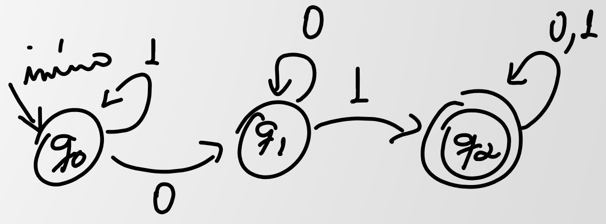
$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, 11)}, 0\big) = \delta(q_0, 0) = q_1$$

$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, 1)}, 1\big) = \delta(q_0, 1) = q_0$$

$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, \varepsilon)}_{q_0}, 1\big) = \delta(q_0, 1) = q_0$$

δ

	0	1
$\rightarrow q_0$	q_1	q_0
q_1	q_1	q_2
$* q_2$	q_2	q_2



Autômatos Finitos Determinísticos
Extensão da Função de Transição às Strings

- **Base:** $\hat{\delta}(q, \varepsilon) = q$
- **Indução:** $\hat{\delta}(q, w) = \delta\big(\hat{\delta}(q, x), a\big)$
- Outra forma de enxergar a computação de 110010:

$$\hat{\delta}(q_0, 110010) = \delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, 11001)}, 0\big)$$

$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, 1100)}, 1\big)$$

$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, 110)}, 0\big) = \delta(q_1, 0) = q_1$$

$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, 11)}, 0\big) = \delta(q_0, 0) = q_1$$

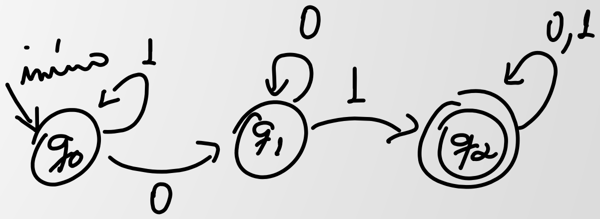
$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, 1)}, 1\big) = \delta(q_0, 1) = q_0$$

$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, \varepsilon)}, 1\big) = \delta(q_0, 1) = q_0$$

$$q_0$$

δ

	0	1
$\rightarrow q_0$	q_1	q_0
q_1	q_1	q_2
$* q_2$	q_2	q_2



Autômatos Finitos Determinísticos

Extensão da Função de Transição às Strings

- **Base:** $\hat{\delta}(q,\varepsilon) = q$
- **Indução:** $\hat{\delta}(q,w) = \delta\big(\hat{\delta}(q,x),a\big)$
- Outra forma de enxergar a computação de 110010:

$$\hat{\delta}(q_0,110010) = \delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0,11001)},0\big)$$

$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0,1100)},1\big) = \delta(q_1,1) = q_2$$

$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0,110)},0\big) = \delta(q_1,0) = q_1$$

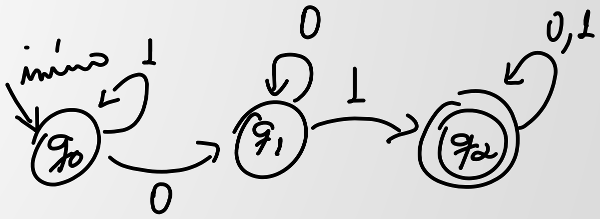
$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0,11)},0\big) = \delta(q_0,0) = q_1$$

$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0,1)},1\big) = \delta(q_0,1) = q_0$$

$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0,\varepsilon)}_{q_0},1\big) = \delta(q_0,1) = q_0$$

δ

	0	1
$\rightarrow q_0$	q_1	q_0
q_1	q_1	q_2
$* q_2$	q_2	q_2



Autômatos Finitos Determinísticos

Extensão da Função de Transição às Strings

- **Base:** $\hat{\delta}(q, \varepsilon) = q$
- **Indução:** $\hat{\delta}(q, w) = \delta\big(\hat{\delta}(q, x), a\big)$
- Outra forma de enxergar a computação de 110010:

$$\hat{\delta}(q_0, 110010) = \delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, 11001)}, 0\big) = \delta(q_2, 0) = q_2$$

$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, 1100)}, 1\big) = \delta(q_1, 1) = q_2$$

$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, 110)}, 0\big) = \delta(q_1, 0) = q_1$$

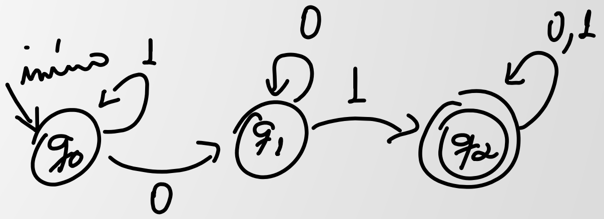
$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, 11)}, 0\big) = \delta(q_0, 0) = q_1$$

$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, 1)}, 1\big) = \delta(q_0, 1) = q_0$$

$$\delta\big(\underbrace{\hat{\delta}(q_0, \varepsilon)}_{q_0}, 1\big) = \delta(q_0, 1) = q_0$$

δ

	0	1
$\rightarrow q_0$	q_1	q_0
q_1	q_1	q_2
$* \, q_2$	q_2	q_2



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
SÃO PAULO
Campus São João da Boa Vista

Autômatos Finitos Determinísticos

Definição de Linguagem de um DFA

- Dado um DFA $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, sua linguagem $L(A)$ é definida por:

$$L(A) = \{\, w \mid \hat{\delta}(q_0, w) \text{ está em } F \,\}$$

- Isto é, a linguagem de A é o conjunto de strings w que levam o estado inicial q_0 até um dos estados de aceitação. **Se L é $L(A)$ para algum DFA A, dizemos que L é uma linguagem regular.**
- Reconhecendo Linguagens:
  - $L(A) = \{\, w \mid A \text{ aceita } w \,\}$
  - $L(A)$ é a linguagem de A
  - A reconhece $L(A)$

Autômatos Finitos Determinísticos

Exercícios Escritos

Exercício e2.1: Para cada linguagem abaixo, todas sobre o alfabeto $\{ 0, 1 \}$, defina formalmente o seu respectivo DFA, apresentando a tabela e o diagrama de transições:

a) $L = \{ w \mid w \text{ termina em } 00 \}$

b) $L = \{ w \mid w \text{ começa com } 1 \text{ e termina com } 0 \}$

c) $L = \{ w \mid w \text{ possui três } 0'\text{s consecutivos} \}$

d) $L = \{ w \mid w \text{ contém a subcadeia } 0101\text{, isto é, } w = x0101y \text{ para algum } x \text{ e algum } y \}$

e) $L = \{ w \mid w \text{ começa com } 0 \text{ e tem comprimento ímpar, ou começa com } 1 \text{ e tem comprimento par} \}$

f) $L = \{ w \mid w \text{ possui um ou mais blocos de cinco símbolos consecutivos que contém pelo menos dois } 0'\text{s} \}$

g) $L = \{ w \mid \text{o comprimento de } w \text{ é no máximo } 5 \}$

h) $L = \Sigma^*$

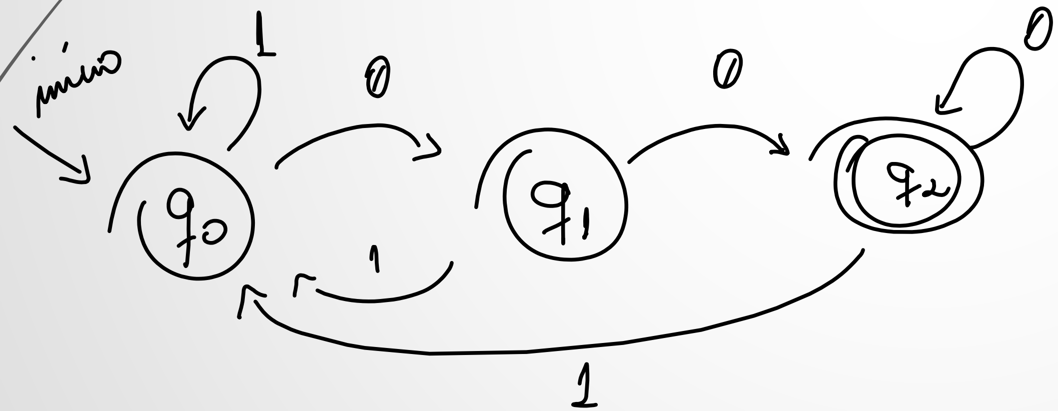
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
SÃO PAULO
Campus São João da Boa Vista

Autômatos Finitos Determinísticos

Exercícios Escritos

Exercício e2.1: Para cada linguagem abaixo, todas sobre o alfabeto $\{ 0, 1 \}$, defina formalmente o seu respectivo DFA, apresentando a tabela e o diagrama de transições:

a) $L = \{ w \mid w \text{ termina em } 00 \}$



$A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$

$Q = \{ q_0, q_1, q_2 \}$

$\Sigma = \{ 0, 1 \}$

$F = \{ q_2 \}$

δ :

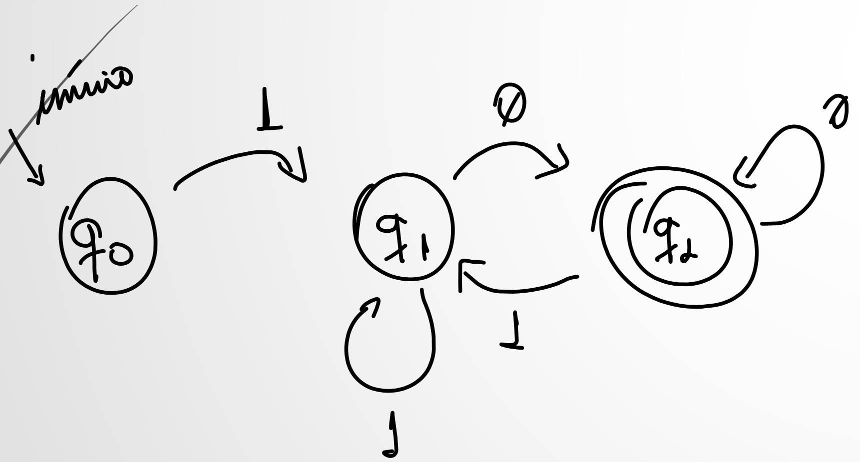
	0	1
$\rightarrow q_0$	q_1	q_0
q_1	q_2	q_0
$* q_2$	q_2	q_0

Autômatos Finitos Determinísticos

Exercícios Escritos

Exercício e2.1: Para cada linguagem abaixo, todas sobre o alfabeto $\{\, 0, 1 \,\}$, defina formalmente o seu respectivo DFA, apresentando a tabela e o diagrama de transições:

b) $L = \{\, w \mid w \text{ começa com } 1 \text{ e termina com } 0 \,\}$



$A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$

$Q = \{q_0, q_1, q_2\}$

$\Sigma = \{0, 1\}$

$F = \{q_2\}$

δ:

	0	1
$\rightarrow q_0$	$\emptyset$	q_1
q_1	q_2	q_1
$* q_2$	q_2	q_1

Autômatos Finitos Determinísticos

Exercícios Escritos

Exercício e2.2: Para cada string abaixo, compute a função de transição estendida.

a) 1100, usando o DFA do item a) do exercício e2.1.
b) 1100, usando o DFA do item b) do exercício e2.1.
c) 10001, usando o DFA do item c) do exercício e2.1.
d) 11010100, usando o DFA do item d) do exercício e2.1.
e) 01010, usando o DFA do item e) do exercício e2.1.
f) 11001, usando o DFA do item f) do exercício e2.1.
g) 001, usando o DFA do item g) do exercício e2.1.
h) 10101, usando o DFA do item h) do exercício e2.1.

Autômatos Finitos Determinísticos

Exercícios Escritos

Exercício e2.3: Para cada linguagem abaixo, todas sobre o alfabeto $\{ a, b \}$, defina formalmente o seu respectivo DFA, apresentando a tabela e o diagrama de transições:

a) $L = \{ w \mid w \text{ tem ao mesmo tempo um número par de } a's \text{ e um número par de } b's \}$

b) $L = \{ w \mid w \text{ tem ao mesmo tempo um número ímpar de } a's \text{ e um número par de } b's \}$

c) $L = \{ w \mid w \text{ tem ao mesmo tempo um número par de } a's \text{ e um número ímpar de } b's \}$

d) $L = \{ w \mid w \text{ tem ao mesmo tempo um número ímpar de } a's \text{ e um número ímpar de } b's \}$

e) $L = \{ w \mid w \text{ contém a subcadeia } aab\text{, isto é, } w = xaaby \text{ para algum } x \text{ e algum } y \}$

f) $L = \{ w \mid w \text{ tem pelo menos três } a's \text{ e pelo menos dois } b's \}$

g) $L = \{ w \mid w \text{ tem exatamente dois } a's \text{ e pelo menos dois } b's \}$

h) $L = \{ w \mid w \text{ tem um número par de } a's \text{ e um ou dois } b's \}$

i) $L = \{ w \mid w \text{ tem um número par de } a's \text{ e cada } a \text{ é seguido por pelo menos um } b \}$

j) $L = \{ w \mid w \text{ tem um número ímpar de } a's \text{ e termina com um } b \}$

k) $L = \{ w \mid w \text{ tem comprimento par e um número ímpar de a's} \}$

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
SÃO PAULO
Campus São João da Boa Vista

Autômatos Finitos Determinísticos

Exercícios Escritos

Exercício e2.4: Para cada linguagem dos exercícios **e2.1** e **e2.3**, defina formalmente o DFA correspondente aos seus complementos, apresentando a tabela e o diagrama de transições.

Autômatos Finitos Determinísticos

Exercícios de Implementação

Exercício i2.1: Em uma classe pública denominada **`DFA`** (arquivo **`DFA.java`**), que representa um autômato finito determinístico, implemente o método `accepts` que, ao ser invocado, deve ser capaz de retornar `true` caso o argumento do parâmetro **`string`** represente uma string reconhecida pela linguagem do DFA, ou `false` caso contrário. A assinatura desse método pode ser vista abaixo:

```
public boolean accepts( String string ) throws IllegalStateException
```

Observação: No projeto **LFOC4Aula02** do NetBeans, disponibilizado no material desta aula, há a implementação parcial da classe requisita, chamada `DFAEsqueleto`, contida no arquivo `DFAEsqueleto.java`. Nessa implementação toda a infraestrutura já se encontra escrita, permitindo que essa estrutura de dados seja capaz de representar um autômato finito determinístico. Assim como nos exercícios de implementação da aula anterior, são disponibilizados testes de unidade para a verificação de sua solução. Verifique o código de cada teste para entender quais autômatos foram construídos e quais strings serão testadas. **Atenção:** você não precisa modificar nada na classe, somente implementar o corpo do método `accepts`, e sua implementação deve ser capaz de resolver o problema de pertinência de uma string em uma linguagem, para qualquer DFA construído, sobre qualquer alfabeto possível.

Autômatos Finitos Determinísticos

Exercícios de Implementação

- Saídas caso o método **accepts** esteja implementado corretamente.

```
Teste 1:
L = { x01y | x e y são quaisquer strings de 0's e 1's }

DFA:
A = ( Q, Σ, δ, q0, F )
Q = { q0, q1, q2 }
Σ = { '0', '1' }
F = { q2 }
δ:      0     1
->q0    q1    q0
q1      q1    q2
*q2     q2    q2

Verificações:
        01 ∈ L(A)
        11010 ∈ L(A)
        100011 ∈ L(A)
        ε ∉ L(A)
        0 ∉ L(A)
        111000 ∉ L(A)
        111a000 ∉ L(A)
```

```
Teste 2:
L = { 0^i V 1^j | i > 0 e par e j > 0 e ímpar }

DFA:
A = ( Q, Σ, δ, q0, F )
Q = { q0, q1, q2, q3, q4, q5 }
Σ = { '0', '1' }
F = { q2, q4 }
δ:      0       1
->q0    q1      q4
q1      q2      Ø
*q2     q3      Ø
q3      q2      Ø
*q4     Ø       q5
q5      Ø       q4

Verificações:
        00 ∈ L(A)
        0000 ∈ L(A)
        000000 ∈ L(A)
        1 ∈ L(A)
        111 ∈ L(A)
        11111 ∈ L(A)
        ε ∉ L(A)
        0 ∉ L(A)
        000 ∉ L(A)
        11 ∉ L(A)
        1111 ∉ L(A)
        0101 ∉ L(A)
        1010 ∉ L(A)
        11111a ∉ L(A)
```

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
SÃO PAULO
Campus São João da Boa Vista

Bibliografia

HOPCROFT, J. E.; ULLMAN, J. D.; MOTWANI, R. **Introdução à Teoria de Autômatos, Linguagens e Computação**. 2. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2002. 560 p.

RAMOS, M. V. M.; JOSÉ NETO, J.; VEGA, I. S. **Linguagens Formais: Teoria, Modelagem e Implementação**. Porto Alegre: Bookman, 2009. 656 p.

SIPSER, M. **Introdução à Teoria da Computação**. 2. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2017. 459 p.