

Lista de Exercícios – Álgebra de Conjuntos

- 1) Suponha que o conjunto universo U , bem como os Conjuntos A , B e C sejam definidos como abaixo:

$$U = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$$

$$A = \{a, b, c, d\} \quad B = \{c, e, g\}$$

$$C = \{a, d, e, f\}$$

Com base nos conjuntos definidos, determine o resultado das operações:

a) $B \cap C$

f) $\sim (A \cup B)$

b) $A \cup C$

g) $A \times B$

c) $\sim C$

h) $(A \cup B) \cap (\sim C)$

d) $A \cap B \cap C$

i) $A + B$

e) $B - C$

j) $B + B$

- 2) Suponha que o conjunto universo U , bem como os Conjuntos A , B e C sejam definidos como abaixo:

$$U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$A = \{2, 4, 5, 6, 8\} \quad B = \{1, 4, 5, 9\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{U} \mid x \geq 2 \wedge x < 5\}$$

Com base nos conjuntos definidos, determine o resultado das operações:

a) $A \cup B$

f) $A \cap (\sim A)$

b) $A \cap B$

g) $\sim (A \cap B)$

c) $A \cap C$

h) $C - B$

d) $A - B$

i) $(C \cap B) \cup (\sim A)$

e) $\sim A$

j) $\sim (B - A) \cap (A - B)$

- 3) Demonstre, por meio de um exemplo, qual é o elemento absorvente para cada uma das seguintes operações:
- União
 - Intersecção
 - Produto Cartesiano
 - Diferença
- 4) Desenhe um diagrama de Venn representando os quatro conjuntos: A, B, C e D não vazios. Os conjuntos devem respeitar as seguintes condições:

$$\begin{array}{ll} A \not\subset B & (A \cup B) \subset C \\ B \not\subset A & D \subset (A \cap B) \end{array}$$

- 5) Sendo conjunto universo definido como sendo os números Naturais. Para cada um dos itens abaixo relacionados determine o domínio de definição e o conjunto imagem das relações.

$$\begin{array}{l} \text{a) } R = \{(x, y) | (x \leq 10) \wedge (y = x!)\} \\ \text{b) } S = \{(x, y) | (y \leq 10) \wedge (x = y^2)\} \end{array}$$

- 6) Dados os conjuntos:

$$A = \{2, 3, 4, 5\} \quad B = \{3, 4, 5, 6, 10\}$$

Para cada uma das relações listadas abaixo:

- Explícite os elementos (pares) da relação;
- Represente a relação como uma matriz;
- Determine o domínio da definição;
- Determine o conjunto imagem;

$$\begin{array}{l} \text{a) } R = \{(x, y) \in A \times B \mid x \text{ e' divisível por } y\} \\ \text{b) } R = \{(x, y) \in A \times B \mid x * y = 12\} \\ \text{c) } R = \{(x, y) \in A \times B \mid x = y + 1\} \\ \text{d) } R = \{(x, y) \in A \times B \mid x \leq y\} \end{array}$$

- 7) Sejam:

$$A = \{1, 2, 3, 4\} \quad e \quad B = \{x, y, z\}$$

$$R : A \rightarrow B = \{(1, y), (1, z), (3, y), (4, x), (4, z)\}$$

Efetue as seguintes ações:

- Represente a relação R como uma matriz;
- Represente a relação R como um diagrama de Venn;
- Defina a relação oposta de R ;
- Determine o domínio de definição de R ;
- Determine o conjunto imagem de R

8) Sejam:

$$A = \{1, 2, 3, 4, 6\} \text{ e seja}$$

$$R : A \rightarrow A, \text{ definida por "x divide y"}$$

Nota: "x divide y", se e somente se, existe um inteiro z tal que: $x * z = y$.

Com base nestas definições:

- Represente a relação R como um conjunto de pares ordenados;
- Represente R como um grafo;
- Represente como um conjunto de pares ordenados a relação oposta de R ;

9) Sejam:

$$A = \{1, 2, 3\}, B = \{a, b, c\} \text{ e } C = \{x, y, z\}$$

$$R : A \rightarrow B \quad \text{e} \quad S : B \rightarrow C$$

$$R = \{(1, b), (2, a), (2, c)\}$$

$$S = \{(a, y), (b, x), (c, y), (c, z)\}$$

Com base relações definidas:

- Encontre a relação composta $R \circ S$ e a represente através de um diagrama de Venn;
- Represente R , S e a relação composta $R \circ S$ por meio de matrizes;

10) Sejam:

$$A = \{1, 2, 3\} \quad R : A \rightarrow A \quad \text{e} \quad S : A \rightarrow A$$

$$R = \{(1, 1), (1, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 3)\}$$

$$S = \{(1, 2), (1, 3), (2, 1), (3, 3)\}$$

Encontre os conjuntos que representem:

- $R \cap S$
- $R \cup S$
- $R; S$
- $S; S$

11) Considere as seguintes relações:

$$A = \{1, 2, 3\}$$

$$R : A \rightarrow A = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (3, 3)\}$$

$$S : A \rightarrow A = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (3, 3)\}$$

$$T : A \rightarrow A = \{(1, 1), (1, 2), (2, 2), (2, 3)\}$$

$$V = \emptyset : A \rightarrow A$$

$$W = A \times A : A \rightarrow A$$

Classifique as relações como: Funcionais, Intetoras, Totais, Sobrejetoras, Monomorfismos e Epimorfismos.