

## **4.8.- EJEMPLO DE CALCULO DE PENDOLADO DE SECCIONAMIENTO.**

Las características del seccionamiento son las siguientes:

Longitud del vano .- 50 metros

Sección del sustentador .- 153 mm<sup>2</sup>

Peso lineal del sustentador .- 1,414 kg/m.l.

Sección del hilo de contacto .- 107 mm<sup>2</sup>

Peso lineal de un hilo de contacto .- 0,953 kg/m.l.

Número de hilos de contacto .- 2

Tensión mecánica del sustentador .- 1 389

Tensión mecánica de cada H.C. .- 1000 kg.

Flecha inicial .- 10 mm

Tipo de pendolado .- Concentrado

Tipo de pendola .- Varilla rígida 5 mm

Peso conjunto péndola .- 0,1 kg/m.l. catenaria

Descentramiento .- 25 cm

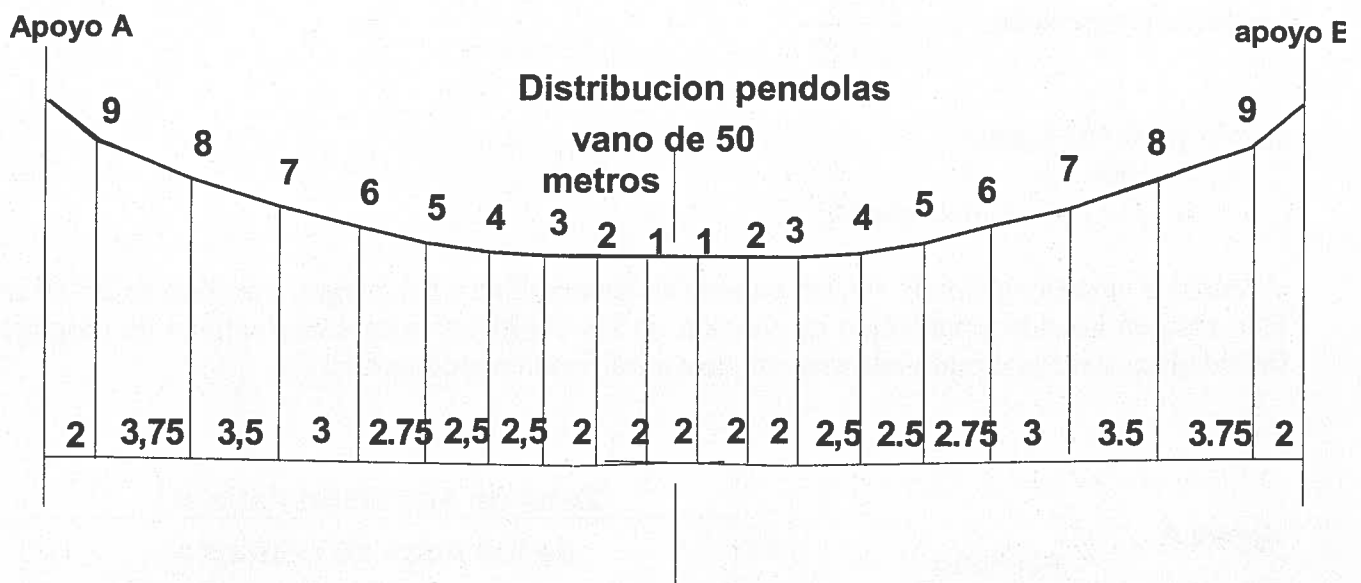
Vía en recta y apoyos situados a la misma altura

Empuje dinámico pantógrafo a la velocidad de circulación: 15 kg

Longitud inicial zona común de contacto: 5 metros

El tipo de pendolado a realizar en este seccionamiento será del denominado concentrado, que es el que hemos supuesto que existe en la línea, y que para el vano de 50 metros, tiene 18 péndolas distribuidas de acuerdo con la siguiente figura.

Para compensar el incremento de peso que en el seccionamiento suponen las dos líneas, que un momento determinado se apoyan sobre el pantógrafo, se tomará como valor de flecha inicial la mitad de la que corresponda a un vano normal de línea de su misma longitud, ya que el pantógrafo con el mismo empuje y soportando el doble de peso, elevará la línea aproximadamente la mitad de lo que correspondería a un vano normal.



En estas condiciones, si la flecha inicial de la línea es del 0,4 por mil de la longitud de vano, tendríamos una flecha de 20 mm para un vano normal de 50 metros, correspondiendo 10 mm de flecha para el vano de seccionamiento. Si en lugar de 50 metros, el seccionamiento tuviera 60 metros, la flecha inicial que le correspondería en este caso sería de 12 mm.

En el tipo de catenaria que estamos considerando la flexibilidad en las proximidades del centro de un vano normal de 50 metros es de 2 mm/kg aproximadamente. Con este dato, obtenido de forma analítica o experimental se obtiene la elevación que el pantógrafo produce en los hilos que va frotando antes de llegar a la zona común y que son 15 kg x 2 mm/kg = 30 mm. Iniciandose por tanto el contacto con las dos catenarias del seccionamiento, cuando la diferencia de alturas entre ellas alcance dicho valor de 30 mm.

A partir de los datos que ya conocemos de tensión mecánica  $T = 1000$  kg y peso unitario del hilo de contacto  $p = 0.953$  kg/m.l. y mediante la expresión

$$y = \frac{p \cdot x^2}{2 \cdot T}$$

obtenemos que la longitud de línea necesaria para que se pueda producir una elevación natural de 30 mm corresponde a un valor de 7.93 metros.

Si la longitud de zona común que deseamos es de 5 metros, corresponderán 2,5 m a cada lado del centro del vano, con lo que la distancia a donde cada una de las líneas debe comenzar a elevarse estará situado a 5,43 metros del centro del vano.

Comprobamos ahora que iniciandose la elevación de la línea en el punto indicado anteriormente, la altura  $d$  que alcanzaría en el apoyo estaría comprendida entre 25 y 50 cm.

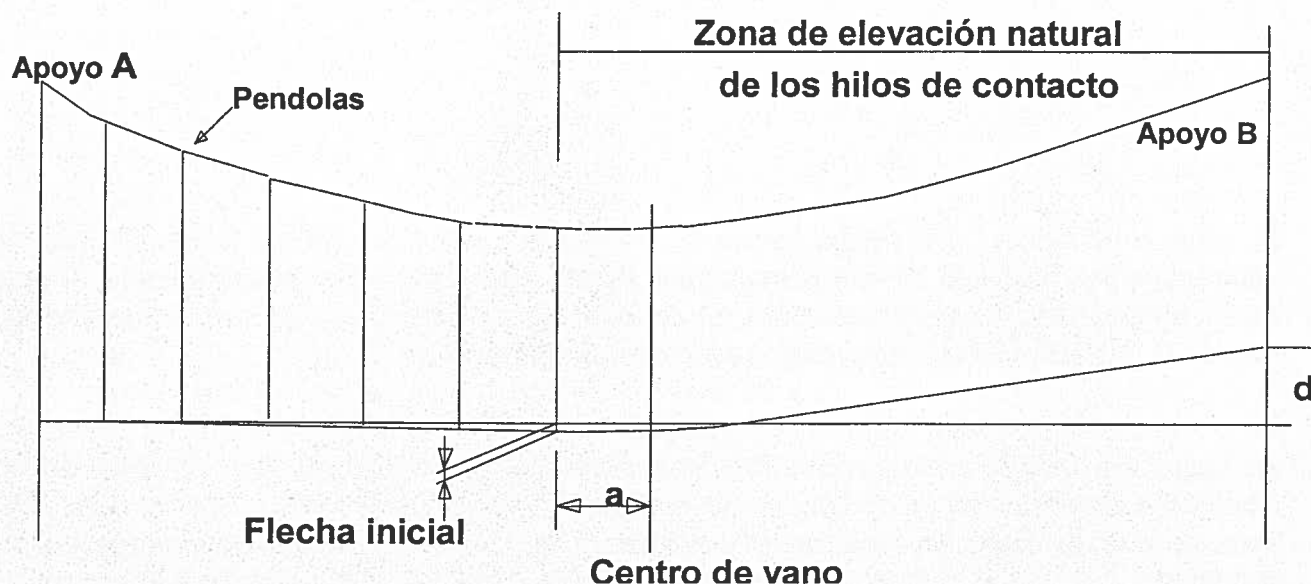
Mediante la expresión:  $y = \frac{p \cdot x^2}{2 \cdot T}$

siendo  $p = 0,953 \text{ Kg/m.l.}$

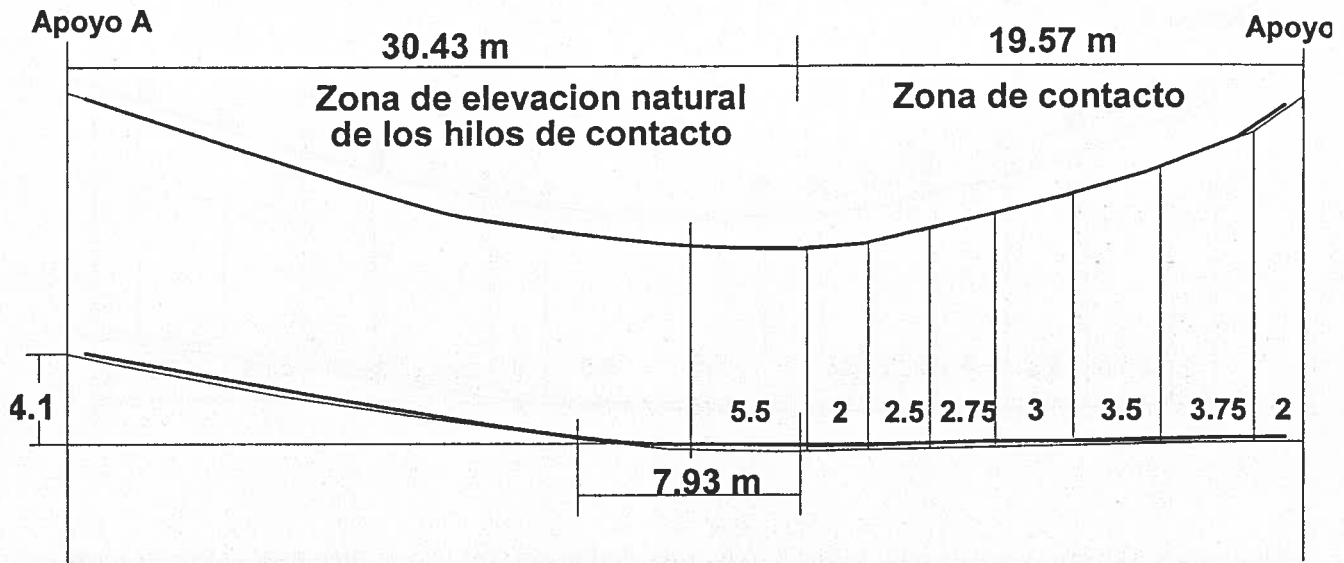
$T = 1000 \text{ Kg}$

$x = 25 + 5,43 = 30,43 \text{ metros}$

obtenemos una elevación de 44,1 cm que se encuentra dentro del margen admitido de 25-50 cm.. Este margen ha sido establecido en función de los condicionantes constructivos de montaje y facilidad constructiva, pudiendo estar sujeto a modificaciones constructivas.



La flecha inicial que tendrá el punto más bajo de los hilos de contacto y que estará situado a 19,57 metros del apoyo será por tanto de 7 mm, que se obtienen de  $2 \cdot (19,57 - 2) \cdot 0,002 = 7 \text{ mm}$ , que habrán de ser restados a los 44,1 cm de la altura que alcanzan los hilos de contacto en el apoyo. Por tanto la nueva altura  $d$  que alcanzarán los H.C. en el apoyo serán de  $441 - 7 = 434 \text{ mm} = 43,4 \text{ cm}$ , que sigue estando comprendida en el rango 25-50 cm.



Interesa conocer también la posición que los hilos de contacto alcanzarán en el centro del vano, y que podemos obtener calculando la elevación que alcanzarán a 5.43 metros, menos el valor de flecha inicial que existe en el punto de arranque.

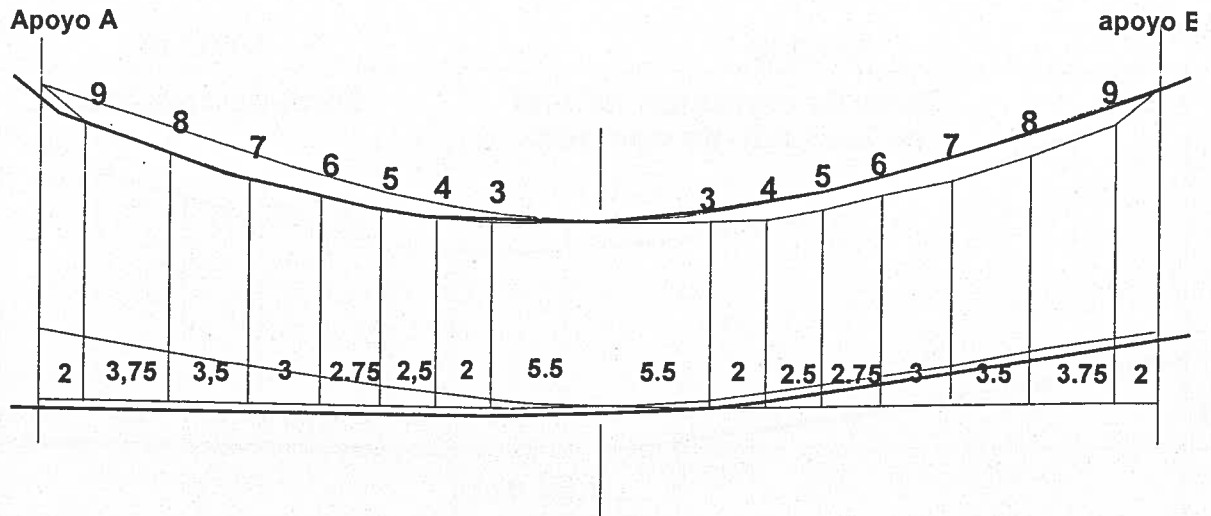
Así mediante la expresión  $y = \frac{p \cdot x^2}{2 \cdot T}$

y siendo  $p = 0,953 \text{ Kg}$   
 $T = 1000 \text{ Kg}$   
 $x = 5,43 \text{ metros}$

obtenemos que  $y = 14 \text{ mm}$ , con lo que la altura sobre la horizontal de los apoyos será de  $14 - 7 = 7 \text{ mm}$ . Es decir los hilos de contacto tendrán en el centro del vano una contraflecha inicial de 7 mm.

A continuación calculamos la disminución de peso correspondiente a la flecha de 7 mm que le vamos a dar al hilo de contacto, desde la péndola num. 9 hasta el punto de máxima flecha, situado a 5,43 metros del centro del vano.

$$P = \frac{Y \times 2 \times T}{X^2} = \frac{0.007 \times 2 \times 1000}{17.57^2} = 45.3 \text{ gr}$$



Calculamos ahora los pesos asociados a cada una de las péndolas que integran el seccionamiento, considerando que cada péndola soporta su propio peso, estimado en 100 gramos, mas la mitad del peso de los hilos de contacto existentes a cada lado.

$$R9 = (((2 \cdot 0,953) + 0,1) \cdot 2/2) + (((2 \cdot 0,953) + 0,1) \cdot 3,75/2) - (3,75/2 \cdot 0,0453 \cdot 2) + (17,57 \cdot 0,0453 \cdot 2) = 7,1852 \text{ kg}$$

$$R8 = (2,006 - (0,0453 \cdot 2)) \cdot (1,875 + 1,750) = 6,9433 \text{ kg.}$$

$$R7 = 1,915 \cdot (1,750 + 1,5) = 6,2250 \text{ kg.}$$

$$R6 = 1,915 \cdot (1,5 + 1,375) = 5,5067 \text{ kg.}$$

$$R5 = 1,915 \cdot (1,375 + 1,25) = 5,0279 \text{ kg.}$$

$$R4 = 1,915 \cdot (1,25 + 1) = 4,3096 \text{ kg.}$$

$$R3 = 1,915 \cdot (1 + 0,07) = 2,0495 \text{ kg.}$$

ya que la última péndola R3, por un lado a un metro de hilo de contacto y por el otro lado 0.07 m, soportando el resto del hilo de contacto el apoyo.

El siguiente paso en el cálculo del péndolado consiste en determinar que parte del peso del vano soporta cada apoyo, comprobando una vez distribuidos los pesos, que los momentos son iguales en cada uno de los apoyos para esta péndola R3, y por tanto que el sistema esté en equilibrio.

$$R9 + R8 + R7 + R6 + R5 + R4 + R3 = 37,2472 \text{ kg}$$

Peso total del vano

$$Pt = 37,2472 + (1,414 \cdot 50) = 37,2472 + 70,7 = 107,9472 \text{ kg}$$

Siendo el  $P_{total} = P_a + P_b$

### CÁLCULO DEL MOMENTO DE R3 DESDE EL APOYO A

$$M_{3a} = P_a \cdot 19,5 - \frac{1,414}{2} \cdot 19,5^2 - \left[ \frac{(R9 \cdot d9) + (R8 \cdot d8) + (R7 \cdot d7)}{(R6 \cdot d6) + (R5 \cdot d5) + (R4 \cdot d4)} \right]$$

$$M_{3a} = P_a \cdot 19,5 - 268,836 - \left[ \frac{125,741 + 95,470 + 63,806}{39,923 + 22,625 + 8,619} \right]$$

$$M_{3a} = P_a \cdot 19,5 - 268,836 - 356,184$$

$$M_{3a} = P_a \cdot 19,5 - 625,02$$

Calculamos ahora el momento de la pendola R3 desde el apoyo B

$$M_{3b} = P_b \cdot 30,5 - \frac{1,414}{2} \cdot 30,5^2$$

$$M_{3b} = P_b \cdot 30,5 - 657,686$$

y como  $M_{3a} = M_{3b}$  y por otro lado  $P_a + P_b = 107,9472$

$$P_a \cdot 19,5 - 625,02 = P_b \cdot 30,5 - 657,686$$

$$(107,9472 - P_b) \cdot 19,5 - 625,02 = P_b \cdot 30,5 - 657,686$$

simplificando quedaría:

$$2104,97 - 19,5 \cdot P_b - 625,02 = 30,5 \cdot P_b - 657,686$$

$$2137,64 = 50 \cdot P_b$$

de donde  $P_b = 42,75 \text{ kg}$  y  $P_a = 65,19 \text{ kg}$

y su momento flector será:

$$M_{3a} = M_{3b} = P_a \cdot 19,5 - 625,02 = 65,19 \cdot 19,5 - 625,02 = 646,18 \text{ mkg}$$

Otra forma de calcular las reacciones del vano en los apoyos A y B es la siguiente:

$$P_a \cdot L_{vano} = R9 \cdot 48 + R8 \cdot 44,25 + R7 \cdot 40,75 + R6 \cdot 37,75 + R5 \cdot 35 + R4 \cdot 32,5 + R3 \cdot 30,5 + P_{sust} \cdot 25$$

Sustituyendo valores:



$$Pa \cdot 50 = 7,1852 \cdot 48 + 6,9433 \cdot 44,25 + 6,2250 \cdot 40,75 + 5,5067 \cdot 37,75 + 5,0279 \cdot 35 + 4,3096 \cdot 32,5 + 2,0495 \cdot 30,5 + (1,414 \cdot 50) \cdot 25$$

$$Pa \cdot 50 = 3259,7256 \text{ de donde } Pa = 65,19 \text{ kg y por tanto } Pb = 42,75 \text{ kg}$$

Calculandose a partir de ahora, los momentos de las péndolas, 9,8,7,6,5 y 4 respecto del apoyo A

$$M4 = Pa \cdot 17,5 - \frac{1,414}{2} \cdot 17,5^2 - [(R9 \cdot 15,5) + (R8 \cdot 11,75) + (R7 \cdot 8,25) + (R6 \cdot 5,25) + (R5 \cdot 2,5)]$$

sustituyendo valores y operando

$$M4 = 1140,825 - 216,187 - (111,370 + 81,583 + 51,356 + 28,910 + 12,57)$$

$$M4 = 1140,825 - 216,187 - 285,789 = 638,849 \text{ mkg}$$

Calculamos ahora el valor del momento M5 respecto del apoyo A

$$M5 = Pa \cdot 15 - \frac{1,414}{2} \cdot 15^2 - [(R9 \cdot 13) + (R8 \cdot 9,25) + (R7 \cdot 5,75) + (R6 \cdot 2,75)]$$

$$M5 = 977,85 - 159,075 - (93,4076 + 64,2255 + 35,79375 + 15,1434)$$

$$M5 = 977,85 - 159,075 - 208,57 = 610,21 \text{ mkg}$$

Calculamos ahora el valor del momento M6 respecto al apoyo A

$$M6 = Pa \cdot 12,25 - \frac{1,41}{2} \cdot 12,25^2 - [(R9 \cdot 10,25) + (R8 \cdot 6,5) + (R7 \cdot 3)]$$

$$M6 = 798,58 - 106,0942 - (73,6483 + 45,1314 + 18,675)$$

$$M6 = 798,58 - 106,0942 - 137,4547 = 555,03 \text{ mkg}$$

Calculamos ahora el momento M7 respecto al apoyo A

$$M7 = Pa \cdot 9,25 - (1,41/2) \cdot 9,25^2 - [(R9 \cdot 7,25) + (R8 \cdot 3,5)]$$

$$M7 = 603,0 - 60,492 - (52,0927 + 24,3015)$$

$$M7 = 603,0 - 60,492 - 76,3942 = 466,12 \text{ mkg}$$

Para la péndola 8, el momento respecto al apoyo A sera:

$$M8 = Pa \cdot 5,75 - (1,414/2) \cdot 5,75^2 - (R9 \cdot 3,75)$$

$$M8 = 374,84 - 23,375 - 26,9445 = 324,52 \text{ mkg}$$

Y para la péndola número 9 sería

$$M9 = 65,19 \cdot 2 - (1,414/2) \cdot 2^2$$

$$M9 = 130,38 - 2,828 = 127,552 \text{ mkg}$$

Considerando ahora que el valor de la flecha del sustentador se puede obtener mediante la expresión

$$\text{Flecha} = \text{Momento} / \text{Componente horizontal de la tensión mecánica en el sustentador}$$

La componente horizontal de la tensión mecánica se mantiene constante a lo largo de todo el vano. La componente vertical en cada uno de los apoyos es distinta y corresponde al peso que soporta cada apoyo. Resulta por tanto que si la tensión mecánica resultante del sustentador en el apoyo más cercano al equipo de compensación es de 1389 kg, la componente horizontal a lo largo de todo el vano será:

$$T_{\text{horizontal}} = \sqrt{T_{\text{sust}}^2 - P_{\text{apoyo}}^2} = \sqrt{1389^2 - 42,75^2} = 1388,342 \text{ kg}.$$

Esta componente horizontal se compondrá en el apoyo siguiente con el peso que soporta dicho apoyo y obtendremos la tensión mecánica resultante en dicho apoyo para el sustentador que corresponderá:

$$T_{\text{resultante}} = \sqrt{T_{\text{horizontal}}^2 + P_{\text{apoyo}}^2} = \sqrt{1388,342^2 + 65,19^2} = 1389,87 \text{ kg}$$

Se comprueba de esta forma que aunque las diferencias de tensión mecánica resultante en el sustentador son muy pequeñas y pueden suponer para el primer vano diferencias de longitud en las péndolas próximas a un milímetro, es necesario que sean consideradas a lo largo de todo el cable hasta el punto fijo, especialmente cuando el sustentador no se encuentra a la misma altura en todos los apoyos, ya que no podemos predecir cual será el valor de dicha tensión a lo largo de todo el cantón.

Como los valores de la tensión mecánica sólo son conocidos en el equipo de compensación, es necesario considerar como unidad de cálculo el cantón de catenaria, tomando como tensión inicial la que corresponda a las pesas en el equipo de compensación. En función de este valor en el primer apoyo se obtiene el valor de la tensión en el siguiente y así sucesivamente.

Para una catenaria de 1400 mm obtendremos la siguiente tabla de valores tomando como valor de la tensión mecánica horizontal de 1388,342 kg,



Catenaria. Consideraciones generales

Num. péndola	Momento mkg	Flecha en mm sustentador	Flecha en mm H.C.	Longitud péndola (mm)
9	127,55	91,87	0	1308,1
8	324,52	233,74	0,3	1166,56
7	466,12	335,74	1,2	1065,46
6	555,03	399,78	2,4	1002,62
5	610,21	439,52	3,8	964,27
4	638,85	460,15	5,4	945,25
3	646,18	464,43	6,9	941,46