SCIENCES
SORBONNE
UNIVERSITÉ

Quel est l'influence du résonateur et celle du musicien sur le fonctionnement d'un instrument à anche simple ?

TP d'application de l'APP « Vents 1 et 2 ».

Plus précisément, vous devrez démontrer votre capacité à :

1. Interpréter une mesure d'impédance d'entrée d'instrument à vent, par comparaison avec un modèle théorique
2. Extraire des paramètres modaux correspondant à l'approximation d'un résonateur d'instrument à vent par une série de modes propres
3. Utiliser un diagramme de bifurcation pour évaluer le comportement d'un système non linéaire en auto-oscillations
4. Modifier un modèle simplifié d'instrument à anche simple, afin d'évaluer l'influence de paramètres modaux sur le comportement auto-oscillant du modèle
5. Rédiger un rapport synthétique associé à un code (Python ou Matlab) commenté, sous une forme qui permette au lecteur de reproduire les résultats présentés.

Jean-Loïc LE CARROU, Benoît FABRE et Christophe VERGEZ

Octobre-Décembre 2020

Le but de ce projet est d'évaluer de manière numérique l'influence de la réponse acoustique du résonateur sur le fonctionnement en oscillation d'un instrument à anche simple, tout en tenant compte de l'action du musicien. La réponse acoustique du résonateur est appréciée via l'impédance acoustique d'entrée. Un modèle simplifié d'instrument à anche en auto-oscillation est proposé, qui s'appuie sur une approximation modale de l'impédance d'entrée du résonateur, laissant volontairement de côté les anti-résonances qui ne sont pas restituées par une telle approximation modale.

Travail à réaliser

1. Impédance d'entrée

Une impédance d'entrée mesurée à l'entrée d'un tuyau cylindrique mince de diamètre 14mm et de longueur 50cm, ouvert à son extrémité aval, est fournie dans moodle. Dans le fichier fourni, les données sont organisées en trois colonnes : fréquence, partie réelle de l'impédance d'entrée, partie imaginaire de l'impédance d'entrée.

- Tracer le module et la phase de l'impédance mesurée. Vous préciserez notamment la dimension des grandeurs présentées.

- Comparer à un modèle théorique, d'impédance d'entrée en le détaillant (y compris les modèles choisis pour le rayonnement et l'influence des effets visco-thermiques en propagation).

2. Paramètres modaux

Par une méthode que vous choisirez et que vous expliquerez, vous présenterez l'estimation des paramètres modaux de l'impédance mesurée, en se limitant aux 3 premiers modes. Il peut s'agir de l'utilisation de la méthode Esprit, d'un ajustement manuel ou de l'optimisation d'un modèle d'ordre 2 autour de chaque pic, ou de toute autre méthode. L'objectif est d'obtenir pour chaque pic de l'impédance d'entrée :

- La fréquence de résonance f_i
- Le facteur de qualité Q_i
- Le facteur modal F_i

A des fins de comparaison, vous tracerez sur un même graphique les modules et phase des 3 impédances : la mesure fournie, la valeur théorique et l'approximation modale. Vous commenterez ce que vous déduisez de cette comparaison.

3. Auto-oscillations

On considère un modèle d'instrument similaire à celui obtenu à la fin de l' «APP vents - 2 », auquel on a adjoint un second mode de résonateur. Ce modèle est disponible dans moodle et décrit en annexe. Ce modèle est fourni avec des valeurs par défaut des paramètres modaux, vous les remplacerez par les paramètres modaux trouvés à la question précédente.

- Modifiez le code proposé afin de prendre en compte trois modes de résonateur.
- Tracez un diagramme de bifurcation permettant de mettre en évidence une bifurcation de Hopf lorsque la pression adimensionnée dans la bouche du musicien γ varie. S'agit-il d'une bifurcation directe ou inverse et pourquoi ? Comment évolue la fréquence le long de la branche ?
- Les conclusions de la question précédente sont dépendantes de la valeur que vous aurez choisie pour le paramètre d'embouchure adimensionné ζ. Etudiez maintenant l'influence de ce paramètre en reprenant la question précédente pour différentes valeurs du paramètre ζ.
- Modifiez artificiellement l'inharmonicité δ du second mode du résonateur, définie par $f_2/2f_1 = 1+\delta$, pour comprendre son influence dans un contexte de facture instrumentale.
  * Evaluez l'influence de l'inharmonicité sur la fréquence de jeu de l'instrument (qui pourra être interprétée en terme de justesse de l'instrument)
  * Evaluez l'influence de l'inharmonicité sur le minimum de pression dans la bouche pour laquelle un régime périodique est jouable (qui pourra être interprété en terme de facilité d'émission).

Toutes autres observations résultant de vos expériences numériques sont les bienvenues. Elles peuvent concerner les régimes transitoires ou établis des signaux simulés.

Bibliographie

Les documents utilisés pour les deux APP Vents.

Annexe : présentation du modèle utilisé pour écrire le code Matlab fourni

Si on se réfère à l'APP Vents 2, les équations suivantes permettent de modéliser un instrument à anche auto-oscillant où l'anche est assimilée à une simple raideur, et où seuls deux modes acoustiques du résonateur sont pris en compte :

$$\frac{d^2}{dt}p_1(t) + \frac{\omega_1}{Q_1}\frac{d}{dt}p_1(t) + \omega_1^2 p_1(t) = F_1\frac{d}{dt}u(t)$$

$$\frac{d^2}{dt}p_2(t) + \frac{\omega_2}{Q_2}\frac{d}{dt}p_2(t) + \omega_2^2 p_2(t) = F_2\frac{d}{dt}u(t)$$

$$u(t) = \zeta(1-\gamma+p)\sqrt{|\gamma-p|}sign(\gamma-p)$$

Les inconnues du modèle sont les coordonnées modales p_1 et p_2 , leur somme p qui représente la pression dans le bec, et le débit u. Les paramètres du résonateur sont les coefficients modaux issus de l'analyse modale : les pulsations de résonance ω_1 et ω_2, les facteurs de qualité Q_1 et Q_2, les facteurs modaux F_1 et F_2. Les paramètres représentant l'action du musicien sont la pression dans la bouche γ et le paramètre d'embouchure ζ. Inconnues et paramètres sont adimensionnés.

L'expression du débit u utilisée dans le code Matlab est un peu différente :

$$u(t) = \zeta(1-\gamma+p)\sqrt{\sqrt{(\gamma-p)^2+\sigma}}\frac{\gamma-p}{\sqrt{(\gamma-p)^2+\sigma}}$$

Le paramètre σ introduit est un paramètre de régularisation. Cette nouvelle formulation permet d'avoir une expression dérivable du débit, ce qui est nécessaire pour calculer le second membre des équations différentielles du modèle. La valeur de σ doit être faible afin d'obtenir une expression de u proche de l'originale.