Expression de la fonction de réflexion

En reprenant les expressions du champs de pression $p(x,t)$ et du champs de débit $u(x,t)$ en décomposition d'ondes aller et retour [1], on a :

$$p(x,t) = p^{+}(t - x/c) + p^{-}(t + x/c) \tag{1}$$

$$u(x,t) = Z_c^{-1}[p^{+}(t - x/c) - p^{-}(t + x/c)]. \tag{2}$$

Où $Z_c = \rho_0 c/S$ désigne l'impédance caractéristique d'un tuyau, et $P^{\pm}(\omega,x) = TF[p^{\pm}(t,x)]$. En remarquant que $p^{\pm}(t \pm x/c) = p^{\pm}(t) * \delta(t \pm x/c)$, on obtient les expressions de p et u dans le domaine fréquentiel :

$$P(\omega,x) = P^{+}(\omega)\mathrm{e^{-jkx} + P^{-}(!)e^{jkx}} \tag{3}$$

$$U(\omega,x) = Z_c^{-1}\left[P^{+}(\omega)^{-jkx} - P^{-}(\omega)^{jkx}\right]. \tag{4}$$

Avec $k = 2\pi f c$ le nombre d'ondes.

En évaluant 3 et 4 en $x = l$, et en utilisant la relation $U(\omega,l) = SV(\omega,l) = SZ_r^{-1}(\omega)P(\omega,l)$[2] où $Z_r(\omega)$ désigne l'impédance de rayonnement, on obtient

$$P(\omega,l) = P^{+}(\omega)\mathrm{e^{-jkl} + P^{-}(!)e^{jkl}} \tag{5}$$

$$SZ_r^{-1}(\omega)P(\omega,l) = Z_c^{-1}\left[P^{+}(\omega)^{-jkl} - P^{-}(\omega)^{jkl}\right] \tag{6}$$

En injectant 5 dans 6, on obtient une relation entre P^{+} et P^{-} :

$$P^{+}(\omega)\mathrm{e^{-jkl}\left[Z_c^{-1} - SZ_r^{-1}\right] = P^{-}(!)e^{jkl}\left[SZ_r^{-1} + Z_c^{-1}\right]} \tag{7}$$

On en tire une expression de la fonction de réflexion $R(\omega) = TF[r(t)]$:

$$R(\omega) = \mathrm{e^{2jkl}\frac{P^{-}(!)}{P^{+}(!)} = \frac{Z_c^{-1} - SZ_r^{-1}}{Z_c^{-1} + SZ_r^{-1}}} \tag{8}$$

[3]

Le notebook CalcFonctionReflexion illustre la fonction de réflexion dans les domaines temporel et fréquentiel. Il doit y avoir un problème dans le calcul :

- $r(t) > 0$
- $R(f)$ est plus passe haut que passe bas

[1] cf preuve de Viet-Toan
[2] J'ai un doute sur cette partie, je ne suis pas sûr que ce soit valable dans le tuyau.
[3] cf Chaigne& Kergomard, chap 4 sec 5, eq 4.25