刚体力学

- **基础知识**
  - 定义：刚体上任意两点距离严格不变
  - 自由度（S）：描述刚体位置所需的自由变量个数
  - 运动类型
    - 平动：可以任一点替代整体运动，S=1
    - 定轴转动：自由变量：角度，S=1
    - 平面平行运动：S=3
    - 定点转动：S=3
- **运动描述**
  - 角动量：角速度绝对1性：对任意参考点，刚体的角动量相同
  - 转动惯量(I)
    - 定义：$I=mr^2=\sum_i \Delta m_i r_i^2$
    - 定理
      - 平行轴定理：$I_C=I_A+mr_{ac}^2$
      - 正交轴定理：$I_z=I_x+I_y$ （仅对薄板成立）
    - 回转半径：$I=\sum_i m_i r_i^2=m_{总}R^2$
    - 角动量
      - 角动量（转轴为对称轴）：$L=I\omega$
        - 一般情况：$\vec{L}=I\vec{\omega}-\sum_i m_i(\vec{r}_i\cdot\vec{\omega})\vec{\rho}_i,\ \ \vec{\rho}_i=\vec{r}_i-\frac{\vec{r}_i\cdot\vec{\omega}_i}{|\omega|}\vec{\omega}\quad(\vec{\rho}_i\perp\vec{\omega})$
      - 角动量定理：$M=I\beta$
        - 一般情况：$\vec{M}=\underbrace{I\frac{\mathrm{d}\vec{\omega}}{\mathrm{d}t}}_{\parallel\vec{\omega}}-\underbrace{\sum_i m_i(\frac{\mathrm{d}\vec{r}_i}{\mathrm{d}t}\cdot\vec{\omega})\vec{\rho}_i}_{=0}-\underbrace{\sum_i m_i(\frac{\mathrm{d}\vec{\omega}}{\mathrm{d}t}\cdot\vec{r}_i)\vec{\rho}_i}_{\perp\vec{\omega}}-\underbrace{\sum_i m_i(\vec{r}_i\cdot\vec{\omega})\frac{\mathrm{d}\vec{\rho}_i}{\mathrm{d}t}}_{\perp\vec{\omega}}$
          - $\vec{M}_{\parallel\vec{\omega}}=\left.\frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}t}\right|_{\parallel\vec{\omega}}=I\vec{\beta}$
          - $\vec{M}_{\perp\vec{\omega}}=\left.\frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}t}\right|_{\perp\vec{\omega}}=-\sum_i m_i(\vec{r}_i\cdot\vec{\beta})\vec{\rho}_i-\sum_i m_i(\vec{v}_i\cdot\vec{\omega})\vec{\rho}_i$ （一般不需要关心）
  - 能量
    - 动能：$T=\frac{1}{2}Mv_c^2+\frac{1}{2}I_c\omega^2$
    - 势能：$V(g)=Mgh_c$
  - 力系的简化
    - 简化方式：共点力移至一个点，加力偶
    - 合成结果：一个作用力和一个力偶矩方向与之平行的力偶
    - 运动情况讨论（F为合力，M为合力偶矩）
      - F=0，M=0：静力学平衡
      - F≠0，M=0：质心有加速度，无角加速度
      - F=0，M≠0：质心匀速或静止，有角加速度
    - 静力学平衡结论：刚体对某一点静力学平衡，对其它任意点也静力学平衡
  - 基本方程
    - $m_C\frac{\mathrm{d}^2\vec{r}_c}{\mathrm{d}t^2}=\sum_i \vec{F}_i$
    - $\frac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t}=\sum_i \vec{M}_i$
- **运动类型**
  - 定轴转动：核心公式：$M=I\beta$
  - 平面平行运动
    - 纯滚动运动学判据
      - $a_C=R\beta$
      - $v_C=R\omega$
    - 瞬心：刚体上一个速度为0的点，其余所有点可视为瞬时绕这个点转动
      - 几何求法：任取两点速度不平行的点作速度垂线
  - 定点转动：$\vec{M}=\vec{\Omega}\times\vec{L}$