

Stabilisation et contrôle d'un quadcopter par méthode de saturation imbriquée

Victor Demessance

UTC - ISC - ARS5 - A24

Abstract

Ce projet étudie la modélisation et le contrôle d'un quadcoptère en se basant sur le formalisme d'Euler-Lagrange. La modélisation est suivie d'une stratégie de contrôle basée sur des fonctions de saturation que l'on imbriquera. Elles permettront d'assurer un contrôle optimisé à l'économie de l'énergie du système tout en gérant efficacement les non-linéarités du système. L'objectif principal est de garantir la stabilité du quadcoptère face aux perturbations et aux limitations des actionneurs. Ces performances seront basés sur des résultats de simulations numériques sur Matlab/Simulink.

Contents

1	Introduction	3
2	Modélisation	4
2.1	Fonctionnement d'un quadcopter	4
2.2	Formalisme d'Euler-Lagrange	6
2.3	Modélisation non-linéaire du système	8
3	Contrôle	9
3.1	Contrôle du lacet et de l'axe Z	9
3.2	Linéarisation du système	10
3.3	Contrôle du tangage et de l'axe Y	11
3.4	Contrôle du roulis et de l'axe X	14
4	Convergence	15
4.1	Convergence du tangage et de l'axe Y	15
4.2	Convergence du roulis et de l'Axe X	18
5	Simulation	19
5.1	Contrôle et stabilité	19
5.2	Convergence vers une valeur constante	20
5.3	Suivi d'une trajectoire	23
6	Discussion	25
7	Annexes	26

1 Introduction

Ce projet possède différents objectifs :

- Proposer un modèle basé sur le formalisme d'Euler-Lagrange afin d'assurer la compréhension et l'étude analytique du système.
- Concevoir un contrôle par méthode de saturation imbriqué de manière à stabiliser le quadcopter vers différentes consignes constantes et dynamiques.
- Simuler les performances du système pour confirmer les études effectuées ainsi que discuter des résultats obtenues.

2 Modélisation

2.1 Fonctionnement d'un quadcopter

Un quadcopter (ou quadrirotor) est un giravion, un aéronef à voilure tournante comportant quatre rotors pour assurer sa portance (*Wikipédia - Quadrirotor*).

Ce système est propulsé par quatre rotors positionnées sur quatre bras disposés autour de son cadre (Figure n°1). Il existe deux dispositions générales, celle en "x" et celle en "+".

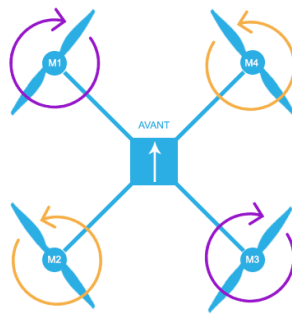


Figure 1: Figure n°1 : Schéma simplifié d'un quadcopter

Les rotors sont numérotés de 1 à 4. Les rotors 1 et 3 (et respectivement 2 et 4) forment une paire opposée qui tourne dans le sens antihoraire (horaire pour la paire 2/4). Ces quatre rotors génèrent ensemble une force de poussée qui permet au quadcopter de s'élever et de remplir son fonctionnement.

Afin de contrôler le système, il est possible de manipuler la vitesse de rotation des rotors individuellement. Ces ajustements permettent de définir des déplacements dans tout l'espace par le biais de commandes adéquates.

Il est possible de définir le référentiel propre du quadcopter R_B comme en Figure n°2. L'origine est située au centre de celui-ci, l'axe Z_B pointe verticalement vers le haut à partir de l'origine.

On définit également un référentiel propre au monde R_I (cadre terrestre). Son origine est fixée à la surface (de la Terre) et l'axe Z_I est perpendiculaire au sol.

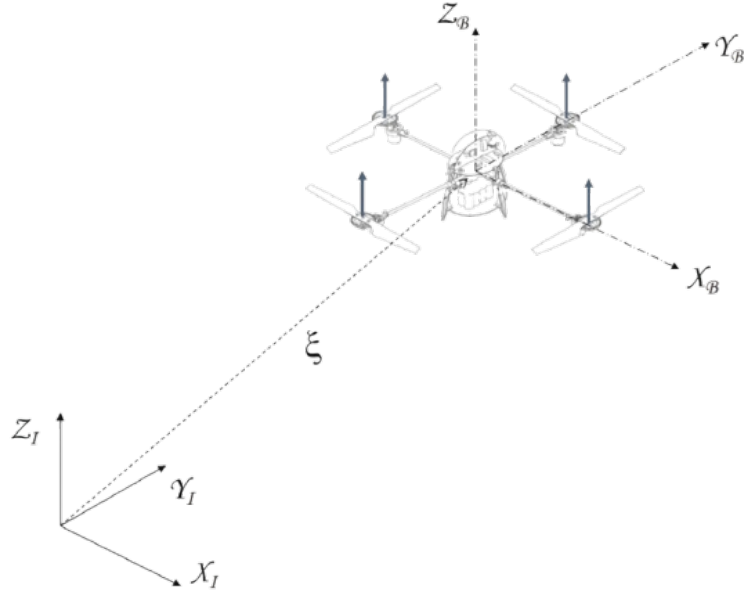


Figure 2: Figure 2 : Référentiels d'un quadcopter (ARS5, Quadcopter model)

Ainsi, l'on peut constuire le vecteur de coordonnées généralisées du quadcoptère :

$$q = (x, y, z, \psi, \theta, \phi) \in R^6$$

Celles-ci se divisent en deux groupes :

- Les **coordonnées de translation** :

$$\xi = (x, y, z) \in R^3$$

- Les **coordonnées de rotation** :

$$\eta = (\psi, \theta, \phi) \in R^3$$

Les coordonnées de translation définissent la position du quadcoptère par rapport au référentiel R_m , tandis que les coordonnées angulaires sont décrites à l'aide des angles d'Euler :

- **Angle de lacet** (ψ) : rotation autour de Z_m ,
- **Angle de roulis** (θ) : rotation autour de X_m ,
- **Angle de tangage** (ϕ) : rotation autour de Y_m .

2.2 Formalisme d'Euler-Lagrange

Soit les énergies du système tel que :

- **cinétique de translation :**

$$T_{\text{trans}} = \frac{m}{2} \dot{\xi}^T \dot{\xi}$$

- **Energie cinétique de rotation :**

$$T_{\text{rot}} = \frac{1}{2} \dot{\eta}^T J \dot{\eta}$$

- **Energie potentielle :**

$$U = mgz$$

- **Lagrangien :**

$$L(q, \dot{q}) = T_{\text{trans}} + T_{\text{rot}} - U = \frac{m}{2} \dot{\xi}^T \dot{\xi} + \frac{1}{2} \dot{\eta}^T J \dot{\eta} - mgz$$

Equations d'Euler-Lagrange

D'après le formalisme d'Euler-Lagrange, on a :

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial L}{\partial q} = F_T$$

Dans le cas d'un quadcopter, F_T est directement lié avec la force de translation de poussée F_ξ ainsi que les couples τ , soit :

$$F_T = (F_\xi, \tau)$$

En analysant ces forces, on obtient :

- **Force de translation :**

$$F_\xi = R \tilde{F}$$

$$\tilde{F} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ u \end{bmatrix}, \quad u = \sum_{i=1}^4 f_i = f_1 + f_2 + f_3 + f_4$$

- **Force de poussée :**

$$f_i = k_f \omega_i^2$$

- **Couples :**

$$\tau = \begin{bmatrix} \tau_\psi \\ \tau_\theta \\ \tau_\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^4 \tau_{M_i} \\ (f_2 - f_4)l \\ (f_3 - f_1)l \end{bmatrix}$$

τ_{M_i} = Couple généré par le rotor $_i$, l = distance entre l'origine et le rotor

On peut donc réécrire les équations d'Euler-Lagrange sous ces deux formes :

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L_{TU}}{\partial \dot{\xi}} - \frac{\partial L_{TU}}{\partial \xi} = F_\xi$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L_R}{\partial \dot{\eta}} - \frac{\partial L_R}{\partial \eta} = \tau$$

Les deux formules sont indépendantes, on peut donc reformuler les variables sous la forme suivante :

- **Coordonnées translatoires :**

$$m\ddot{\xi} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{bmatrix} = F_{\xi} = \begin{bmatrix} -\sin \theta \\ \cos \theta \sin \phi \\ \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix}$$

Ce qui donne :

$$m \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \theta \\ \cos \theta \sin \phi \\ \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{bmatrix}$$

- **Coordonnées rotationnelles :**

$$J\ddot{\eta} + C(\eta, \dot{\eta})\dot{\eta} = \tau$$

En posant :

$$\tau = C(\eta, \dot{\eta})\dot{\eta} + J\tilde{\tau}$$

On a :

$$\tilde{\tau} = \begin{bmatrix} \tilde{\tau}_{\psi} \\ \tilde{\tau}_{\theta} \\ \tilde{\tau}_{\phi} \end{bmatrix} = \ddot{\eta}$$

Pour conclure notre modèle, on obtient le système suivant :

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= -u \sin \theta \\ m\ddot{y} &= u \cos \theta \sin \phi \\ m\ddot{z} &= u \cos \theta \cos \phi - mg \\ \ddot{\psi} &= \tilde{\tau}_{\psi} \\ \ddot{\theta} &= \tilde{\tau}_{\theta} \\ \ddot{\phi} &= \tilde{\tau}_{\phi} \end{aligned}$$

2.3 Modélisation non-linéaire du système

On construit le vecteur d'état suivant :

$$X = [x, \dot{x}, y, \dot{y}, z, \dot{z}, \psi, \dot{\psi}, \theta, \dot{\theta}, \phi, \dot{\phi}]$$

Soit

$$x = x_1$$

$$\dot{x} = x_2$$

$$y = x_3$$

$$\dot{y} = x_4$$

$$z = x_5$$

$$\dot{z} = x_6$$

$$\psi = x_7$$

$$\dot{\psi} = x_8$$

$$\theta = x_9$$

$$\dot{\theta} = x_{10}$$

$$\phi = x_{11}$$

$$\dot{\phi} = x_{12}$$

On peut définir l'équation de la dynamique du système :

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{u}{m} \sin x_9$$

$$\dot{x}_3 = x_4$$

$$\dot{x}_4 = \frac{u}{m} \cos x_9 \sin x_{11}$$

$$\dot{x}_5 = x_6$$

$$\dot{x}_6 = \frac{u}{m} \cos x_9 \cos x_{11} - g$$

$$\dot{x}_7 = x_8$$

$$\dot{x}_8 = \tilde{\tau}_\psi$$

$$\dot{x}_9 = x_{10}$$

$$\dot{x}_{10} = \tilde{\tau}_\theta$$

$$\dot{x}_{11} = x_{12}$$

$$\dot{x}_{12} = \tilde{\tau}_\phi$$

Ce système est bien non linéaire.

3 Contrôle

L'un des problèmes majeures relatif au contrôle du quadcopter est qu'il est un système sous actionné. En effet, avec 6 degrés de liberté et seulement 4 entrées, il n'est pas possible de stabiliser tous les composants de l'état indépendamment.

3.1 Contrôle du lacet et de l'axe Z

L'approche classique repose sur la mise en place d'une entrée de contrôle r qui stabilisera l'altitude et l'angle de lacet (Axe Z). Ainsi, le problème se décompose en 2 problèmes simplifiés similaire au contrôle d'un modèle PVTOL. Il n'y aura plus qu'à faire converger l'état global du quadcopter vers les valeurs d'état désirées :

$$X_d = [x_d, \dot{x}_d, y_d, \dot{y}_d, z_d, \dot{z}_d, \psi_d, \dot{\psi}_d, \theta_d, \dot{\theta}_d, \phi_d, \dot{\phi}_d]$$

On cherche donc une entrée de contrôle r qui stabilise l'altitude z à une position $z = z_d$ avec une vitesse nulle $\dot{z}_d = 0$, on pose (avec $z = x_5$):

$$r = -k_{z1}x_6 - k_{z2}(x_5 - z_d), \quad k_{z1}, k_{z2} \geq 0$$

En associant cette entrée à la définition du système ($\dot{x}_6 = \frac{u}{m} \cos x_9 \sin x_{11} - g$) on peut poser

$$u = (r + g) \frac{m}{\cos x_9 \cos x_{11}}$$

Ce qui donne :

$$\begin{aligned} \dot{x}_6 &= \frac{(-k_{z1}x_6 - k_{z2}(x_5 - z_d) + g) \frac{m}{\cos x_9 \cos x_{11}}}{m} \cos x_9 \cos x_{11} - g \\ &= -k_{z1}x_6 - k_{z2}(x_5 - z_d) \end{aligned}$$

Grace à cette définition, on a $x_5 \rightarrow z_d$, $x_6 \rightarrow \dot{z}_d = 0$

Pour contrôler l'angle de lacet, on applique le même type de contrôle sur $\tilde{\tau}_\psi$ que sur l'altitude, de manière à faire converger ψ vers ψ_d et $\dot{\psi}$ vers $\dot{\psi}_d = 0$ (avec $\psi = x_7$)

$$\tilde{\tau}_\psi = -k_{\psi1}x_8 - k_{\psi2}(x_7 - \psi_d), \quad k_{\psi1}, k_{\psi2} \geq 0$$

Ainsi, le nouveau système est défini par :

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= x_2 \\
\dot{x}_2 &= -(r + g) \frac{\tan x_9}{\cos x_{11}} \\
\dot{x}_3 &= x_4 \\
\dot{x}_4 &= (r + g) \tan x_{11} \\
\dot{x}_5 &= x_6 \\
\dot{x}_6 &= -k_{z1}x_6 - k_{z2}(x_5 - z_d) \\
\dot{x}_7 &= x_8 \\
\dot{x}_8 &= \tilde{\tau}_\psi \\
\dot{x}_9 &= x_{10} \\
\dot{x}_{10} &= \tilde{\tau}_\theta \\
\dot{x}_{11} &= x_{12} \\
\dot{x}_{12} &= \tilde{\tau}_\phi
\end{aligned}$$

3.2 Linéarisation du système

Afin de pouvoir appliquer correctement la méthode de contrôle par fonctions de saturations imbriquées, il nous faut un système linéaire. Pour cela, nous pouvons poser des hypothèses de déplacement d'angles faibles (tangage et roulis) et ainsi remplacer localement les non linéarités du système par des approximations.

De cette manière, on a pour un angle x proche de 0 :

$$\begin{aligned}
\sin(x) &= x \\
\tan(x) &= x \\
\cos(x) &= 1
\end{aligned}$$

Ce qui nous donne le système linéaire suivant :

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= x_2 \\
\dot{x}_2 &= -(r + g)x_9 \\
\dot{x}_3 &= x_4 \\
\dot{x}_4 &= (r + g)x_{11} \\
\dot{x}_5 &= x_6 \\
\dot{x}_6 &= -k_{z1}x_6 - k_{z2}(x_5 - z_d) \\
\dot{x}_7 &= x_8 \\
\dot{x}_8 &= \tilde{\tau}_\psi \\
\dot{x}_9 &= x_{10} \\
\dot{x}_{10} &= \tilde{\tau}_\theta \\
\dot{x}_{11} &= x_{12} \\
\dot{x}_{12} &= \tilde{\tau}_\phi
\end{aligned}$$

Après un temps t_1 , $r \rightarrow 0$ et $\tilde{\tau}_\theta \rightarrow 0$, on peut simplifier tel que ($\forall t \geq t_1$) :

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= x_2 \\
\dot{x}_2 &= -gx_9 \\
\dot{x}_3 &= x_4 \\
\dot{x}_4 &= gx_{11} \\
\dot{x}_5 &= z_d \\
\dot{x}_6 &= 0 \\
\dot{x}_7 &= \psi_d \\
\dot{x}_8 &= 0 \\
\dot{x}_9 &= x_{10} \\
\dot{x}_{10} &= \tilde{\tau}_\theta \\
\dot{x}_{11} &= x_{12} \\
\dot{x}_{12} &= \tilde{\tau}_\phi
\end{aligned}$$

3.3 Contrôle du tangage et de l'axe Y

A partir d'ici, le système peut être décomposé en 2 sous-système comme indiqué en début de partie. Pour contrôler la position selon l'axe Y et l'angle de tangage, on procède de la manière suivante.

On a :

$$\begin{aligned}
\dot{x}_3 (= \dot{y}) &= x_4 \\
\dot{x}_4 (= \ddot{y}) &= gx_{11} \\
\dot{x}_{11} (= \dot{\phi}) &= x_{12} \\
\dot{x}_{12} (= \ddot{\phi}) &= \tilde{\tau}_\phi
\end{aligned}$$

Ce qui peut s'apparenter à un problème de contrôle vertical d'un PVTOL. En d'autre terme, on va mettre en place un modèle de contrôle pour 4 intégrateurs en cascade.

Intégrateur n°1

On propose l'entrée suivante :

$$\tilde{\tau}_\phi = -\sigma_{a_1}(x_{12} + \sigma_{a_2}(r_{\phi 1}))$$

où $\sigma_{a_1}, \sigma_{a_2}$ sont des fonctions de saturation telles que vu en classe d'ARS5.

Afin de valider la stabilité et la convergence de cette loi, on définit la fonction de Lyapunov suivante :

$$\begin{aligned}
V_1 &= \frac{1}{2}x_{12}^2 \geq 0 \\
\dot{V}_1 &= x_{12}\dot{x}_{12} \\
&= -x_{12}\sigma_{a_1}(x_{12} + \sigma_{a_2}(r_{\phi 1}))
\end{aligned}$$

On a pour tout $|x_{12}| \geq a_2$ $\dot{V}_1 \leq 0$ et donc x_{12} qui décroît jusqu'à $|x_{12}| = a_2$. On pose donc $a_1 \geq 2a_2$, on peut donc supposer $\exists t_1$ tel que $|x_{12}| \leq b$ et ainsi $\forall t > t_1$:

$$\sigma_{a_1}(x_{12} + \sigma_{a_2}(r_{\phi 1})) = x_{12} + \sigma_{a_2}(r_{\phi 1})$$

Soit,

$$\begin{aligned}\dot{V}_1 &= -x_{12}^2 - x_{12}\sigma_{a_2}(r_{\phi 1}) \\ \tilde{\tau}_\phi &= -x_{12} - \sigma_{a_2}(r_{\phi 1})\end{aligned}$$

On pose la nouvelle variable $\nu_1 = x_{11} + x_{12}$, on a par conséquent

$$\begin{aligned}\dot{\nu}_1 &= x_{12} - x_{12} - \sigma_{a_2}(r_{\phi 1}) \\ &= -\sigma_{a_2}(r_{\phi 1})\end{aligned}$$

Intégrateur n°2

Afin de propager le controle vers x_{11} , on définit la variable suivante :

$$r_{\phi 1} = \nu_1 + \sigma_{a_3}(r_{\phi 2})$$

Ce qui donne par définition de ν_1 :

$$\dot{\nu}_1 = -\sigma_{a_2}(\nu_1 + \sigma_{a_3}(r_{\phi 2}))$$

On pose la fonction de lyapunov suivante :

$$\begin{aligned}V_2 &= \frac{1}{2}\nu_1^2 \geq 0 \\ \dot{V}_2 &= \nu_1\dot{\nu}_1 \\ &= -\nu_1\sigma_{a_2}(\nu_1 + \sigma_{a_3}(r_{\phi 2}))\end{aligned}$$

De la même manière, on a pour tout $|\nu_1| \geq a_3$ $\dot{V}_2 \leq 0$ et donc ν_1 qui décroît jusqu'à $|\nu_1| = a_3$. On pose donc $a_2 \geq 2a_3$, on peut donc supposer $\exists t_2 > t_1$ tel que $|\nu_1| \leq a_3$ et ainsi $\forall t > t_2$:

$$\sigma_{a_2}(\nu_1 + \sigma_{a_3}(r_{\phi 2})) = \nu_1 + \sigma_{a_3}(r_{\phi 2})$$

Soit,

$$\begin{aligned}\dot{V}_2 &= -\nu_1^2 + \nu_1\sigma_{a_3}(r_{\phi 2}) \\ \dot{\nu}_1 &= -\nu_1 - \sigma_{a_3}(r_{\phi 2})\end{aligned}$$

On pose la nouvelle variable $\nu_2 = \nu_1 + x_{11} + \frac{x_4}{g}$, on a par conséquent

$$\begin{aligned}\dot{\nu}_2 &= \dot{\nu}_1 + \dot{x}_{11} + \frac{\dot{x}_4}{g} \\ &= -\nu_1 - \sigma_{a_3}(r_{\phi 2}) + x_{12} + \frac{gx_{11}}{g} \\ &= -x_{11} - x_{12} - \sigma_{a_3}(r_{\phi 2}) + x_{12} + x_{11} \\ &= -\sigma_{a_3}(r_{\phi 2})\end{aligned}$$

Intégrateur n°3

Afin de propager le controle vers x_4 , on définit la variable suivante :

$$r_{\phi 2} = \nu_2 + \sigma_{a_4}(r_{\phi 3})$$

Ce qui donne par définition de ν_2 :

$$\dot{\nu}_2 = -\sigma_{a_3}(\nu_2 + \sigma_{a_4}(r_{\phi 3}))$$

On pose la fonction de lyapunov suivante :

$$\begin{aligned} V_3 &= \frac{1}{2}\nu_2^2 \geq 0 \\ \dot{V}_3 &= \nu_2 \dot{\nu}_2 \\ &= -\nu_2 \sigma_{a_3}(\nu_2 + \sigma_{a_4}(r_{\phi 3})) \end{aligned}$$

De la même manière, on a pour tout $|\nu_2| \geq a_4$ $\dot{V}_3 \leq 0$ et donc ν_2 qui décroît jusqu'à $|\nu_2| = a_4$. On pose donc $a_3 \geq 2a_4$, on peut donc supposer $\exists t_3 > t_2$ tel que $|\nu_2| \leq a_4$ et ainsi $\forall t > t_3$:

$$\sigma_{a_3}(\nu_2 + \sigma_{a_4}(r_{\phi 3})) = \nu_2 + \sigma_{a_4}(r_{\phi 3})$$

Soit,

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &= -\nu_2^2 - \sigma_{a_4}(r_{\phi 3}) \\ \dot{\nu}_2 &= -\nu_2 - \sigma_{a_4}(r_{\phi 3}) \end{aligned}$$

On pose la nouvelle variable $\nu_3 = \nu_2 + x_{11} + 2\frac{x_4}{g} + \frac{x_3}{g}$, on a par conséquent

$$\begin{aligned} \dot{\nu}_3 &= \dot{\nu}_2 + \dot{x}_{11} + 2\frac{\dot{x}_4}{g} + \frac{\dot{x}_3}{g} \\ &= -\nu_2 - \sigma_{a_4}(r_{\phi 3}) + x_{12} + 2\frac{gx_{11}}{g} + \frac{x_4}{g} \\ &= -\nu_1 - x_{11} - \frac{x_4}{g} - \sigma_{a_4}(r_{\phi 3}) + x_{12} + 2x_{11} + \frac{x_4}{g} \\ &= -x_{11} - x_{12} - x_{11} - \frac{x_4}{g} - \sigma_{a_4}(r_{\phi 3}) + x_{12} + 2x_{11} + \frac{x_4}{g} \\ &= -2x_{11} + 2x_{11} - x_{12} + x_{12} - \frac{x_4}{g} + \frac{x_4}{g} - \sigma_{a_4}(r_{\phi 3}) \\ &= -\sigma_{a_4}(r_{\phi 3}) \end{aligned}$$

Intégrateur n°4

Afin de propager le controle vers x_3 , on définit la variable suivante :

$$r_{\phi 3} = \nu_3$$

Ce qui donne par définition de ν_3 :

$$\dot{\nu}_3 = -\sigma_{a_4}(\nu_3)$$

On pose la fonction de lyapunov suivante :

$$\begin{aligned} V_4 &= \frac{1}{2}\nu_3^2 \geq 0 \\ \dot{V}_4 &= \nu_3\dot{\nu}_3 \\ &= -\nu_3\sigma_{a_4}(\nu_3) \leq 0 \end{aligned}$$

Ainsi, on a $\nu_3 \rightarrow 0$ et $r_{\phi 3} \rightarrow 0$. Par définition de ν_2 , on a $\nu_2 \rightarrow 0$ et $r_{\phi 2} \rightarrow 0$, de même pour ν_1 , on a $\nu_1 \rightarrow 0$ et $r_{\phi 1} \rightarrow 0$. Il en suit dans le sens opposé que dès lors, $x_{12} \rightarrow 0$ (par définition de $\tilde{\tau}_\phi$), puis $x_{11} \rightarrow 0$ (par définition de ν_1), puis $x_4 \rightarrow 0$ (par définition de ν_2) et enfin $x_3 \rightarrow 0$ (par définition de ν_3).

On a dès lors l'entrée de commande suivante pour stabiliser le Quadcopter et le faire converger vers un état de la forme $X = [., ., 0, 0, z_d, 0, \psi_d, 0, ., ., 0, 0]$

$$\begin{aligned} \tilde{\tau}_\phi &= -\sigma_{a_1}(x_{12} + \sigma_{a_2}(\nu_1 + \sigma_{a_3}(\nu_2 + \sigma_{a_4}(\nu_3))) \\ &= -\sigma_{a_1}(x_{12} + \sigma_{a_2}(x_{11} + x_{12} + \sigma_{a_3}(2x_{11} + x_{12} + \frac{x_4}{g} + \sigma_{a_4}(3x_{11} + x_{12} + 3\frac{x_4}{g} + \frac{x_3}{g}))) \end{aligned}$$

3.4 Contrôle du roulis et de l'axe X

A partir d'ici, le système peut être décomposé en 2 sous-système comme indiqué en début de partie. Pour contrôler la position selon l'axe Y et l'angle de tangage, on procède de la manière suivante.

On a :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(= \dot{x}) &= x_2 \\ \dot{x}_2(= \ddot{x}) &= -gx_9 \\ \dot{x}_9(= \dot{\theta}) &= x_{10} \\ \dot{x}_{10}(= \ddot{\theta}) &= \tilde{\tau}_\theta \end{aligned}$$

Ce qui peut s'apparenter à un problème de contrôle longitudinal d'un PVTOL. En d'autre terme, on va mettre en place la même stratégie de contrôle que pour le tangage et l'axe Y, le seul changement réside dans la présence d'un signe négatif dans le modèle dynamique du système.

L'entrée de commande finale est :

$$\tilde{\tau}_\theta = -\sigma_{b_1}(x_{10} + \sigma_{b_2}(x_9 + x_{10} + \sigma_{b_3}(2x_9 + x_{10} - \frac{x_2}{g} + \sigma_{b_4}(3x_9 + x_{10} - 3\frac{x_2}{g} + \frac{x_1}{g})))$$

4 Convergence

L'objectif suivant est de faire converger l'état X vers un état X_d , avec une valeur non nulle. Ainsi, il nous faut modifier encore un peu notre analyse pour passer d'une convergence vers l'origine à une valeur désirée.

Pour rappel, pour l'axe Z et l'angle de lacet, cela est déjà le cas suite à la définition de notre entrée de contrôle.

4.1 Convergence du tangage et de l'axe Y

Pour rappel, on a :

$$\begin{aligned} \dot{x}_3(= \dot{y}) &= x_4 \\ \dot{x}_4(= \ddot{y}) &= gx_{11} \\ \dot{x}_{11}(= \dot{\phi}) &= x_{12} \\ \dot{x}_{12}(= \ddot{\phi}) &= \tilde{\tau}_\phi \end{aligned}$$

On peut définir l'erreur de convergence de la position sur l'axe Y tel que:

$$\Delta_y = \frac{1}{g}(x_3 - y_d)$$

En utilisant la définition du système, les dérivées successives de l'erreur Δ_y , (en posant $\ddot{y}_d = 0$) :

$$\begin{aligned} \dot{\Delta}_y &= \frac{1}{g}(x_4 - \dot{y}_d) \\ \ddot{\Delta}_y &= x_{11} - \frac{1}{g}\ddot{y}_d \\ \dddot{\Delta}_y &= x_{12} - \frac{1}{g}\ddot{y}_d \\ \ddot{\Delta}_y &= \tilde{\tau}_\phi \end{aligned}$$

Comme lors de la mise en place du contrôle vers l'origine, on va mettre en place un modèle de stabilisation et de convergence de 4 intégrateurs en cascade.

Intégrateur n°1

On propose l'entrée suivante :

$$\tilde{\tau}_\phi = -\sigma_{c_1}(\ddot{\Delta}_y + \sigma_{c_2}(\delta_{\phi 1}))$$

Afin de valider la stabilité et la convergence de cette loi, on définit la fonction de Lyapunov suivante :

$$\begin{aligned} V_{y1} &= \frac{1}{2}\ddot{\Delta}_y^2 \geq 0 \\ \dot{V}_{y1} &= \ddot{\Delta}_y \dddot{\Delta}_y \\ &= -\ddot{\Delta}_y \sigma_{c_1}(\ddot{\Delta}_y + \sigma_{c_2}(\delta_{\phi 1})) \end{aligned}$$

Par méthode similaire à celle énoncée dans la partie de contrôle, on pose donc $c_1 \geq 2c_2$, on peut donc supposer $\exists t_1$ tel que $\forall t > t_1$:

$$\sigma_{c_1}(\ddot{\Delta}_y + \sigma_{c_2}(\delta_{\phi 1})) = \ddot{\Delta}_y + \sigma_{c_2}(\delta_{\phi 1})$$

Soit,

$$\begin{aligned} \dot{V}_{y1} &= -\ddot{\Delta}_y^2 - \ddot{\Delta}_y \sigma_{c_2}(\delta_{\phi 1}) \\ \tilde{\tau}_\phi &= -\ddot{\Delta}_y - \sigma_{c_2}(\delta_{\phi 1}) \end{aligned}$$

On pose la nouvelle variable $\gamma_1 = \ddot{\Delta}_y + \ddot{\Delta}_y$, on a par conséquent

$$\begin{aligned} \dot{\gamma}_1 &= \ddot{\Delta}_y + \ddot{\Delta}_y \\ &= \ddot{\Delta}_y - \ddot{\Delta}_y - \sigma_{c_2}(\delta_{\phi 1}) \\ &= -\sigma_{c_2}(\delta_{\phi 1}) \end{aligned}$$

Intégrateur n°2

Afin de propager la convergence, on définit la variable suivante :

$$\delta_{\phi 1} = \gamma_1 + \sigma_{c_3}(\delta_{\phi 2})$$

Ce qui donne par définition de γ_1 :

$$\dot{\gamma}_1 = -\sigma_{c_2}(\gamma_1 + \sigma_{c_3}(\delta_{\phi 2}))$$

On pose la fonction de lyapunov suivante :

$$\begin{aligned} V_{2y} &= \frac{1}{2} \gamma_1^2 \geq 0 \\ \dot{V}_{2y} &= \gamma_1 \dot{\gamma}_1 \\ &= -\gamma_1 \sigma_{c_2}(\gamma_1 + \sigma_{c_3}(\delta_{\phi 2})) \end{aligned}$$

Avec $c_2 \geq 2c_3$, on peut donc supposer $\exists t_2 > t_1$ tel que $\forall t > t_2$:

$$\sigma_{c_2}(\gamma_1 + \sigma_{c_3}(\delta_{\phi 2})) = \gamma_1 + \sigma_{c_3}(\delta_{\phi 2})$$

Soit,

$$\begin{aligned} \dot{V}_{2y} &= -\gamma_1^2 + \gamma_1 \sigma_{c_3}(\delta_{\phi 2}) \\ \dot{\gamma}_1 &= -\gamma_1 - \sigma_{c_3}(\delta_{\phi 2}) \end{aligned}$$

On pose la nouvelle variable $\gamma_2 = \gamma_1 + \ddot{\Delta}_y + \dot{\Delta}_y$, on a par conséquent

$$\begin{aligned} \dot{\gamma}_2 &= \dot{\gamma}_1 + \ddot{\Delta}_y + \ddot{\Delta}_y \\ &= -\gamma_1 - \sigma_{c_3}(\delta_{\phi 2}) + \ddot{\Delta}_y + \ddot{\Delta}_y \\ &= -\ddot{\Delta}_y - \ddot{\Delta}_y - \sigma_{c_3}(\delta_{\phi 2}) + \ddot{\Delta}_y + \ddot{\Delta}_y \\ &= -\sigma_{c_3}(\delta_{\phi 2}) \end{aligned}$$

Intégrateur n°3

Afin de propager la convergence, on définit la variable suivante :

$$\delta_{\phi 2} = \gamma_2 + \sigma_{c_4}(\delta_{\phi 3})$$

Ce qui donne par définition de γ_2 :

$$\dot{\gamma}_2 = -\sigma_{c_3}(\gamma_2 + \sigma_{c_4}(\delta_{\phi 3}))$$

On pose la fonction de lyapunov suivante :

$$\begin{aligned} V_{3y} &= \frac{1}{2}\gamma_2^2 \geq 0 \\ \dot{V}_{3y} &= \gamma_2 \dot{\gamma}_2 \\ &= -\gamma_2 \sigma_{c_3}(\gamma_2 + \sigma_{c_4}(\delta_{\phi 3})) \end{aligned}$$

Pour $c_3 \geq 2c_4$, on a $\exists t_3 > t_2$ tel que $\forall t > t_3$:

$$\sigma_{c_3}(\gamma_2 + \sigma_{c_4}(\delta_{\phi 3})) = \gamma_2 + \sigma_{c_4}(\delta_{\phi 3})$$

Soit,

$$\begin{aligned} \dot{V}_{3y} &= -\gamma_2^2 - \sigma_{c_4}(\delta_{\phi 3}) \\ \dot{\gamma}_2 &= -\gamma_2 - \sigma_{c_4}(\delta_{\phi 3}) \end{aligned}$$

On pose la nouvelle variable $\gamma_3 = \gamma_2 + \ddot{\Delta}_y + 2\dot{\Delta}_y + \Delta_y$, on a par conséquent

$$\begin{aligned} \dot{\gamma}_3 &= \dot{\gamma}_2 + \ddot{\Delta}_y + 2\ddot{\Delta}_y + \dot{\Delta}_y \\ &= -\gamma_2 - \sigma_{c_4}(\delta_{\phi 3}) + 2\ddot{\Delta}_y + \dot{\Delta}_y \\ &= -\gamma_1 - \ddot{\Delta}_y - \sigma_{c_4}(\delta_{\phi 3}) + 2\ddot{\Delta}_y + \dot{\Delta}_y \\ &= -2\ddot{\Delta}_y - \dot{\Delta}_y - \sigma_{c_4}(\delta_{\phi 3}) + 2\ddot{\Delta}_y + \dot{\Delta}_y \\ &= -\sigma_{c_4}(\delta_{\phi 3}) \end{aligned}$$

Intégrateur n°4

Afin de propager la convergence, on définit la variable suivante :

$$\delta_{\phi 3} = \gamma_3$$

Ce qui donne par définition de ν_3 :

$$\begin{aligned} \dot{\gamma}_3 &= -\sigma_{c_4}(\delta_{\phi 3}) \\ &= -\sigma_{c_4}(\gamma_3) \end{aligned}$$

On pose la fonction de lyapunov suivante :

$$\begin{aligned} V_{4y} &= \frac{1}{2}\gamma_3^2 \geq 0 \\ \dot{V}_4 &= \gamma_3 \dot{\gamma}_3 \\ &= -\gamma_3 \sigma_{c_4}(\gamma_3) \leq 0 \end{aligned}$$

Comme lors du mécanisme de contrôle, toutes les variables d'états tendent vers 0, et représentent respectivement les erreurs de convergence. Notre système est donc controlable vers une valeur désirée.

Voici l'entrée de commande construite par ce processus :

$$\begin{aligned}\tilde{\tau}_\phi &= -\sigma_{c_1}(\ddot{\Delta}_y + \sigma_{c_2}(\gamma_1 + \sigma_{c_3}(\gamma_2 + \sigma_{c_4}(\gamma_3)))) \\ &= -\sigma_{c_1}(\ddot{\Delta}_y + \sigma_{c_2}(\ddot{\Delta}_y + \ddot{\Delta}_y + \sigma_{c_3}(\ddot{\Delta}_y + 2\ddot{\Delta}_y + \dot{\Delta}_y + \sigma_{c_4}(\ddot{\Delta}_y + 3\ddot{\Delta}_y + 3\dot{\Delta}_y + \Delta_y))))\end{aligned}$$

4.2 Convergence du roulis et de l'Axe X

Pour rappel, on a :

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(=\dot{x}) &= x_2 \\ \dot{x}_2(=\ddot{x}) &= -gx_9 \\ \dot{x}_9(=\dot{\theta}) &= x_{10} \\ \dot{x}_{10}(=\ddot{\theta}) &= \tilde{\tau}_\theta\end{aligned}$$

On peut définir l'erreur de convergence de la position sur l'axe X tel que:

$$\Delta_x = \frac{1}{g}(x_1 - x_d)$$

En utilisant la définition du système, les dérivées successives de l'erreur Δ_y , (en posant $\ddot{x}_d = 0$) :

$$\begin{aligned}\dot{\Delta}_x &= \frac{1}{g}(x_2 - \dot{x}_d) \\ \ddot{\Delta}_x &= -x_9 - \frac{1}{g}\ddot{x}_d \\ \dddot{\Delta}_x &= -x_{10} - \frac{1}{g}\dddot{x}_d \\ \ddot{\Delta}_x &= -\tilde{\tau}_\phi\end{aligned}$$

Voici l'entrée de commande construite par ce processus :

$$\begin{aligned}\tilde{\tau}_\phi &= \sigma_{c_1}(\ddot{\Delta}_x + \sigma_{c_2}(\gamma_1 + \sigma_{c_3}(\gamma_2 + \sigma_{c_4}(\gamma_3)))) \\ &= \sigma_{c_1}(\ddot{\Delta}_x + \sigma_{c_2}(\ddot{\Delta}_x + \ddot{\Delta}_x + \sigma_{c_3}(\ddot{\Delta}_x + 2\ddot{\Delta}_x + \dot{\Delta}_x + \sigma_{c_4}(\ddot{\Delta}_x + 3\ddot{\Delta}_x + 3\dot{\Delta}_x + \Delta_x))))\end{aligned}$$

5 Simulation

Pour simuler les différentes méthodes de contrôle et de convergence, on implémente le système avec Matlab/Simulink. Pour cela, on a besoin tout d'abord de modéliser au mieux le drone (et ses variables respectives) que l'on souhaite simuler. Pour cela, on pose la table de variable suivante.

Variable	Description	Valeur
m	Masse du quadcoptère (kg).	2
g	Accélération due à la gravité (m/s^2)	9.81

Table 1: Table des variables utilisées pour simuler le quadcoptère.

5.1 Contrôle et stabilité

En premier lieu, on vérifie le contrôle du quadcopter grâce aux commandes suivantes qui converge vers l'origine. Dans ce cas, l'état du robot au départ est mis à :

$$X = [1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1]^T$$

On a les lois de contrôles suivantes:

$$\begin{aligned}
 u &= (-k_{z1}x_6 - k_{z2}(x_5 - z_d) + g) \frac{m}{\cos x_9 \cos x_{11}} \\
 \tilde{\tau}_\psi &= -k_{\psi1}x_8 - k_{\psi2}(x_7 - \psi_d) \\
 \tilde{\tau}_\phi &= -\sigma_{a1}(x_{12} + \sigma_{a2}(x_{11} + x_{12} + \sigma_{a3}(2x_{11} + x_{12} + \frac{x_4}{g} + \sigma_{a4}(3x_{11} + x_{12} + 3\frac{x_4}{g} + \frac{x_3}{g})))) \\
 \tilde{\tau}_\theta &= -\sigma_{b1}(x_{10} + \sigma_{b2}(x_9 + x_{10} + \sigma_{b3}(2x_9 + x_{10} - \frac{x_2}{g} + \sigma_{b4}(3x_9 + x_{10} - 3\frac{x_2}{g} + \frac{x_1}{g}))))
 \end{aligned}$$

Avec les variables suivantes:

Constante	Description	Valeur
k_{z1}	Gain de contrôle de l'altitude	2.5
k_{z2}	Gain de contrôle de la vitesse en altitude	0.4
$k_{\psi1}$	Gain de contrôle de l'angle de lacet	2.5
$k_{\psi2}$	Gain de contrôle de la vitesse de l'angle de lacet.	1
a_1	Paramètre de saturation du contrôle de roulis	8
a_2	Paramètre de saturation du contrôle de roulis	4
a_3	Paramètre de saturation du contrôle de roulis	2
a_4	Paramètre de saturation du contrôle de roulis	1
b_1	Paramètre de saturation du contrôle de tangage	8
b_2	Paramètre de saturation du contrôle de tangage	4
b_3	Paramètre de saturation du contrôle de tangage	2
b_4	Paramètre de saturation du contrôle de tangage	1

Table 2: Table des constantes avec leurs valeurs numériques.

5.2 Convergence vers une valeur constante

Dans le cas de la convergence vers une valeur constante, on définit l'état X_d tel que:

$$X_d = [x_d, 0, y_d, 0, z_d, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]$$

Où x_d, y_d, z_d sont des valeurs constantes tel que:

$$\forall i \geq 1, \quad \frac{(\delta x_d)^i}{\delta^i t} = \frac{(\delta y_d)^i}{\delta^i t} = \frac{(\delta z_d)^i}{\delta^i t} = 0$$

Cas 1 :

$$X_0 = [0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0]$$

$$X_d = [0; 0; 0; 0; 1; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0]$$

On voit que dans le premier cas, la trajectoire n'est qu'une force de poussée stable et rectiligne vers l'altitude demandée.

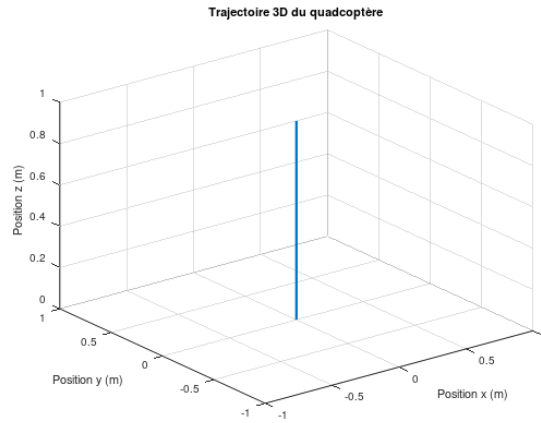


Figure 3: Trajectoire rectiligne vers l'altitude $z_d = 1$ demandée

Cas 2 :

$$X_0 = [0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0.1; 0.1; 0]$$

$$X_d = [0; 0; 0; 0; 1; 0; 0; 0; 0; 0; 0]$$

Maintenant, on simule un cas où le quadcopter doit traiter un léger différentiel d'angle θ et ϕ initial.

Les résultats montrent qu'il commence tout d'abord par stabiliser ses angles de tangage et de roulis puis en contrôlant sa position sur l'axe X et Y tout en adaptant son altitude il atteint le point de destination.

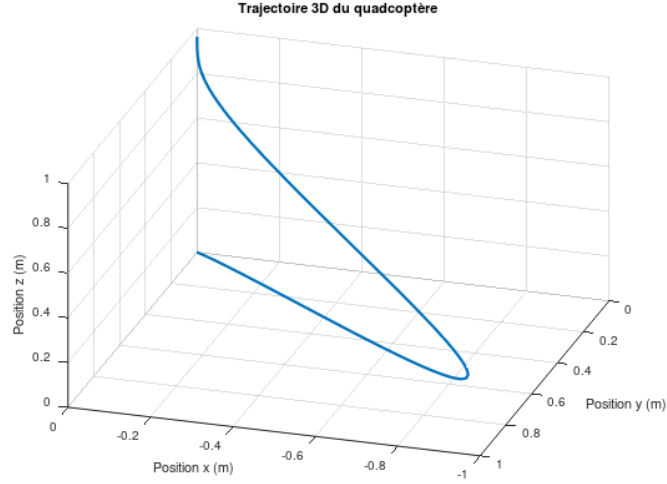


Figure 4: Trajectoire vers altitude z_d demandée avec différentiel de départ de roulis et tangage

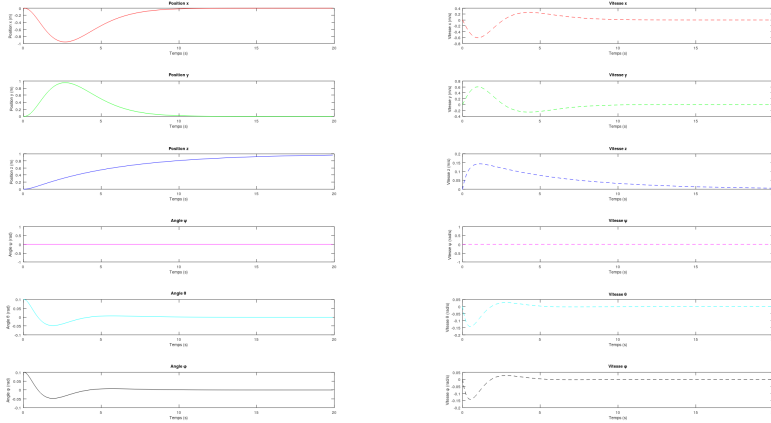


Figure 5: Graphes dynamiques d'évolution du système dans le cas n°2

Cas 3 :

$$X_0 = [0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0]$$

$$X_d = [1; 0; 1; 0; 1; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0]$$

Ici, on ajoute des positions de destinations sur l'axe X et Y. Pour adapter nos lois de contrôle, on utilise directement les lois trouvées pour la convergence vers une trajectoire en adaptant la règle des dérivées nulles, ainsi on obtient :

$$\tilde{\tau}_\phi = -\sigma_{a_1}(x_{12} + \sigma_{a_2}(x_{11} + x_{12} + \sigma_{a_3}(2x_{11} + x_{12} + \frac{x_4}{g} + \sigma_{a_4}(3x_{11} + x_{12} + 3\frac{x_4}{g} + \Delta y))))$$

$$\tilde{\tau}_\theta = -\sigma_{b_1}(x_{10} + \sigma_{b_2}(x_9 + x_{10} + \sigma_{b_3}(2x_9 + x_{10} - \frac{x_2}{g} + \sigma_{b_4}(3x_9 + x_{10} - 3\frac{x_2}{g} + \Delta x))))$$

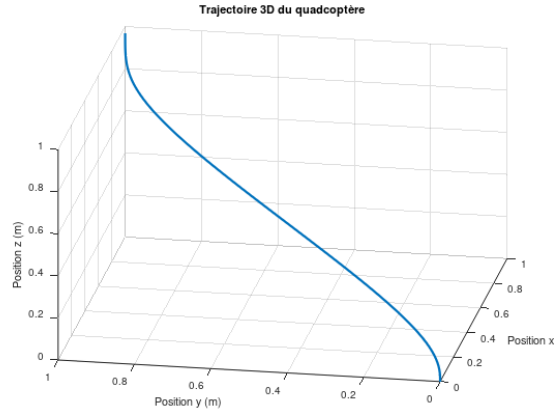


Figure 6: Trajectoire vers position $z_d = x_d = y_d = 1$

Cas 4 :

$$X_0 = [0; 0; 0; 0; 0; 0; 0.4; 0; 0.2; 0; 0.1; 0]$$

$$X_d = [1; 0; 10; 0; 23; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0]$$

Ici, on teste une position finale distante avec une position initiale non nulle.

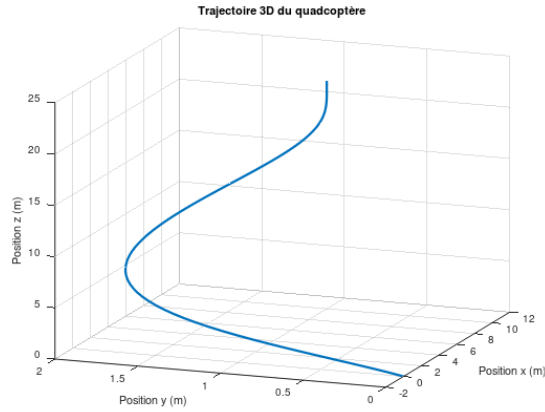


Figure 7: Trajectoire vers la position X_d

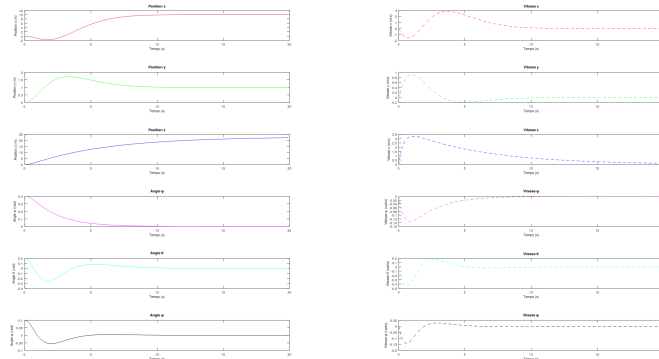


Figure 8: Graphes dynamiques d'évolution du système dans le cas n°4

5.3 Suivi d'une trajectoire

Afin de mettre en place un suivi de trajectoire, il est nécessaire de s'intéresser à la définition de nos valeurs x_d , y_d , z_d .

Trajectoire	Équations paramétriques	Paramètres et coefficients
Spirale ascendante	$x(t) = Rt \cos(\omega t)$ $y(t) = Rt \sin(\omega t)$ $z(t) = kt$	R : Rayon ω : Vitesse angulaire k : Taux d'ascension
Lemniscate 3D	$x(t) = a \frac{\cos(t)}{1 + \sin^2(t)}$ $y(t) = a \frac{\cos(t) \sin(t)}{1 + \sin^2(t)}$ $z(t) = kt$	a : Taille de la lemniscate k : Coeff d'ascension
Trajectoire cylindrique	$x(t) = R \cos(\omega t)$ $y(t) = R \sin(\omega t)$ $z(t) = kt$	R : Rayon ω : Vitesse angulaire k : Coeff d'ascension

Table 3: Équations des trajectoires à suivre

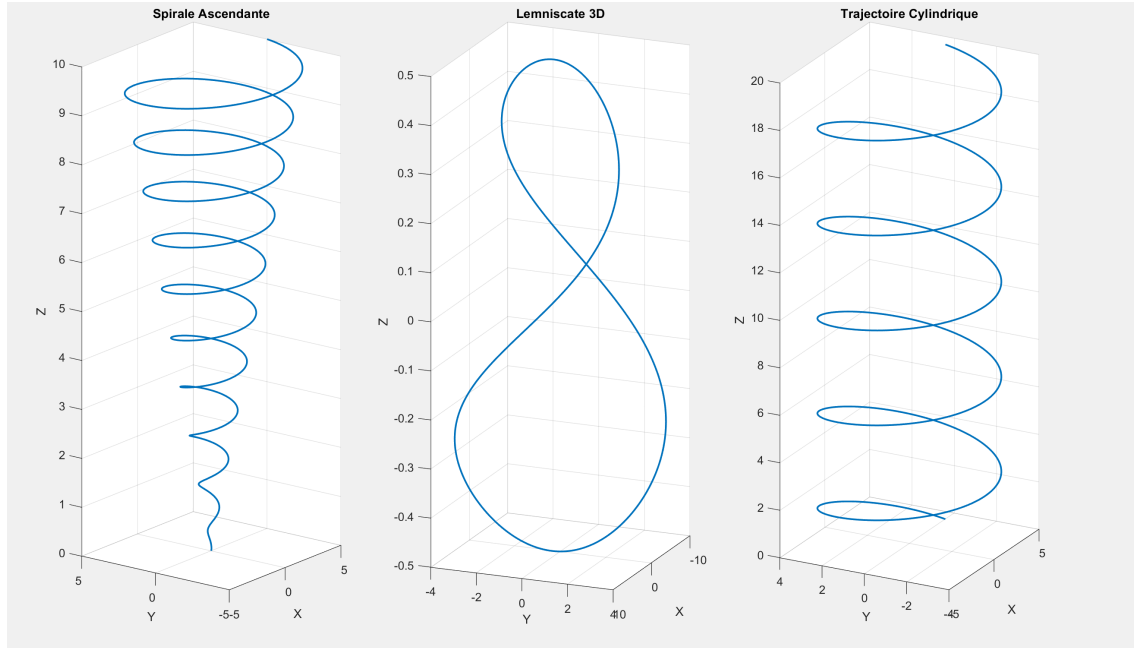


Figure 9: Trajectoires types conçues

Ainsi, il est possible de définir des fonctions et leurs coefficients qui forme les trajectoires désirées puis à injecter ces valeurs au sein de notre loi de commande. On associera les valeurs x_d , y_d , z_d à la valeur de la trajectoire choisie à l'instant t .

Les lois de commandes obtenus sont les suivantes :

$$\begin{aligned}
u &= (-k_{z1}x_6 - k_{z2}\Delta_z + g)\frac{m}{\cos x_9 \cos x_{11}} \\
\tilde{\tau}_\psi &= -k_{\psi 1}x_8 - k_{\psi 2}(x_7 - \psi_d), \quad k_{z1}, k_{z2} \geq 0 \\
\tilde{\tau}_\phi &= -\sigma_{c1}(\ddot{\Delta}_y + \sigma_{c2}(\ddot{\Delta}_y + \ddot{\Delta}_y + \sigma_{c3}(\ddot{\Delta}_y + 2\ddot{\Delta}_y + \dot{\Delta}_y + \sigma_{c4}(\ddot{\Delta}_y + 3\ddot{\Delta}_y + 3\dot{\Delta}_y + \Delta_y)))) \\
\tilde{\tau}_\theta &= \sigma_{c1}(\ddot{\Delta}_x + \sigma_{c2}(\ddot{\Delta}_x + \ddot{\Delta}_x + \sigma_{c3}(\ddot{\Delta}_x + 2\ddot{\Delta}_x + \dot{\Delta}_x + \sigma_{c4}(\ddot{\Delta}_x + 3\ddot{\Delta}_x + 3\dot{\Delta}_x + \Delta_x))))
\end{aligned}$$

Avec

$$\begin{aligned}
\Delta_x &= \frac{1}{g}(x - x_d) = \frac{1}{g}(x_1 - x_d) \\
\dot{\Delta}_x &= \frac{1}{g}(x_2 - \dot{x}_d) \\
\ddot{\Delta}_x &= -x_9 - \frac{1}{g}\ddot{x}_d \\
\ddot{\Delta}_x &= -x_{10} - \frac{1}{g}\ddot{x}_d \\
\ddot{\Delta}_x &= -\tilde{\tau}_\theta \\
\Delta_y &= \frac{1}{g}(y - y_d) = \frac{1}{g}(x_3 - y_d) \\
\dot{\Delta}_y &= \frac{1}{g}(x_4 - \dot{y}_d) \\
\ddot{\Delta}_y &= x_{11} - \frac{1}{g}\ddot{y}_d \\
\ddot{\Delta}_y &= x_{12} - \frac{1}{g}\ddot{y}_d \\
\ddot{\Delta}_y &= \tilde{\tau}_\phi \\
\Delta_z &= z - z_d = x_5 - z_d
\end{aligned}$$

6 Discussion

L'étude proposée propose une analyse complète de la modélisation et du contrôle d'un Quadcopter. La modélisation par le formalisme d'Euler Lagrange permet en premier lieu d'assurer la synthèse des équations du système non linéaire. Le système obtenu est dès lors sous actionné, et demande donc un traitement spécifique afin d'en assurer le contrôle. Les entrées dédiées sont directement celles contrôlant l'altitude et à l'angle de lacet du Quadrirotor. Elles assurent que le système se stabilise rapidement vers l'altitude désiré, ce qui nous permet de diviser par la suite les problèmes de contrôle en 2 systèmes distincts assimilables au contrôle vertical et longitudinal d'un modèle de PVTOL.

A ces deux sous systèmes est appliquée une méthode de saturation imbriquée, ce qui nous permet de proposer les différentes entrées et de stabiliser le robot vers une valeur constante.

Par la suite, l'objectif est de contrôler le quadcopter à la poursuite d'une trajectoire. Pour cela, on met en place un système de contrôle avec un changement de variable pour faire converger l'erreur (δ) de position vers 0. L'analyse permet comme auparavant d'obtenir les différentes entrées à associer à notre modèle.

Les simulations effectuées d'une part avec l'interpréteur Matlab et également avec son module Simulink permettent de mettre en pratique les calculs théoriques préalables. La stabilité de nos lois de contrôles (vers position constante) fonctionne et les résultats permettent de voir les différentes trajectoires empruntées par notre Quadcopter simulé.

Afin d'approfondir l'étude du contrôle du quadcopter, il aurait pu être intéressant de simuler l'étude du suivi d'une trajectoire. Cette implémentation permettrait de valider et d'étudier différents cas pratiques de contrôle. Les courbes et les coefficients ayant été calculés, il ne reste que l'écriture d'un programme ayant pour but de valider ces différentes hypothèses.

7 Annexes

Modèle Simulink

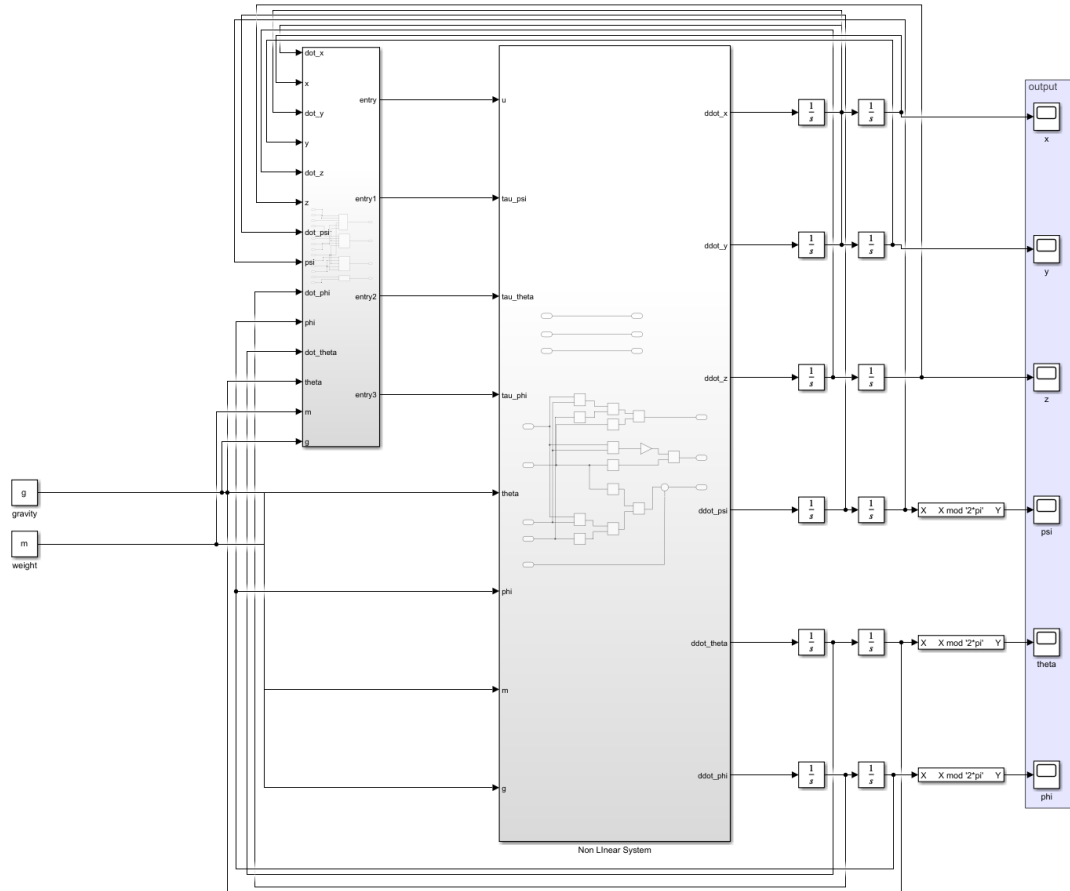


Figure 10: Modèle complet Simulink

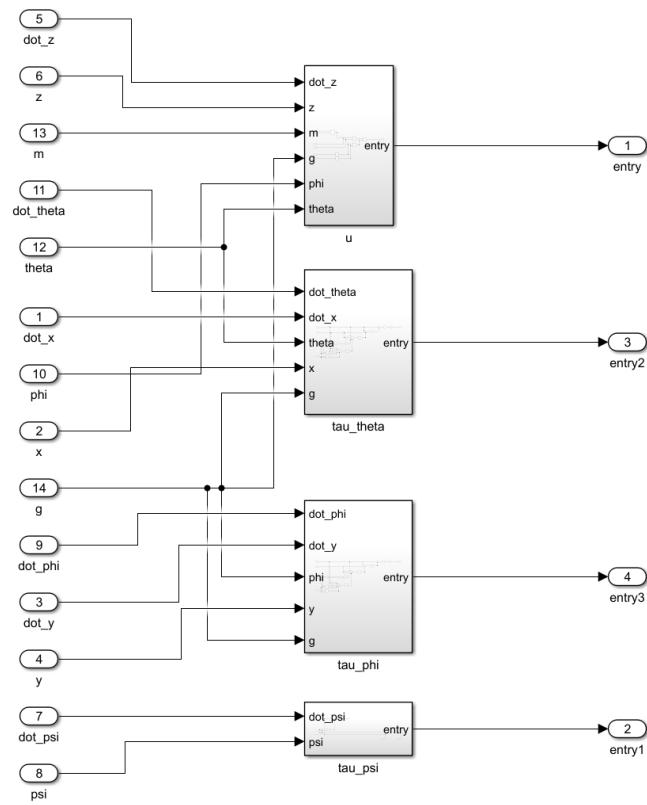


Figure 11: Modèle des entrées Simulink

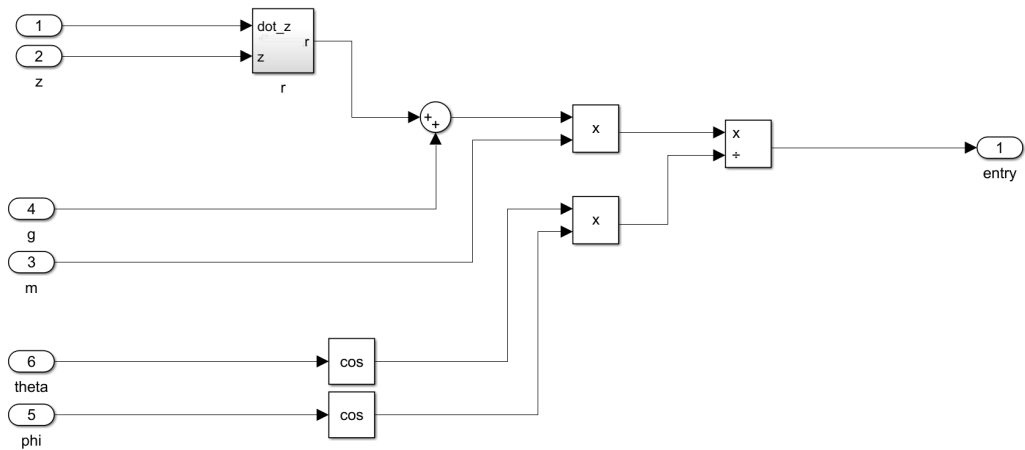


Figure 12: Entrée U



Figure 13: Entrée de contrôle r

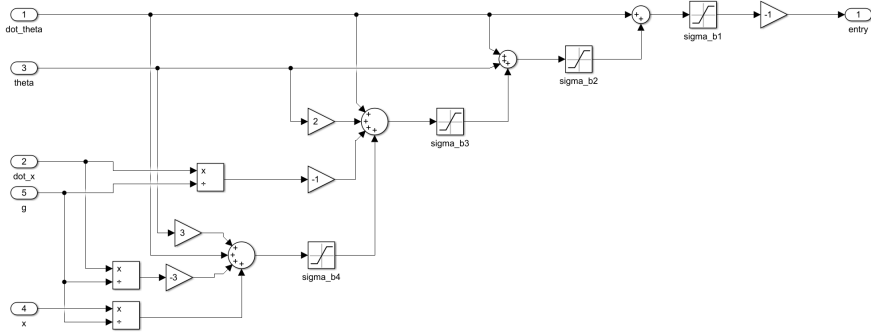


Figure 14: Entrée $\tilde{\tau}_\theta$

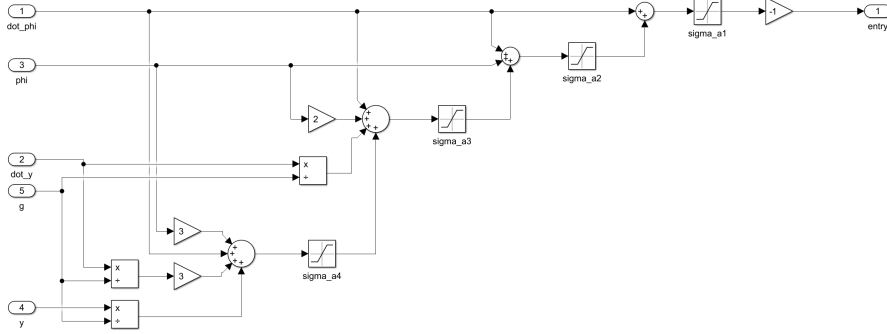


Figure 15: Entrée $\tilde{\tau}_\phi$

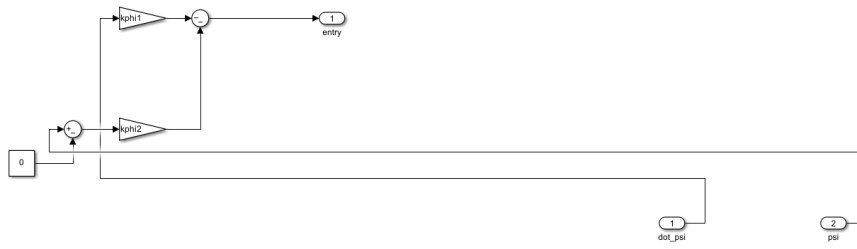


Figure 16: Entrée de contrôle $\tilde{\tau}_\psi$

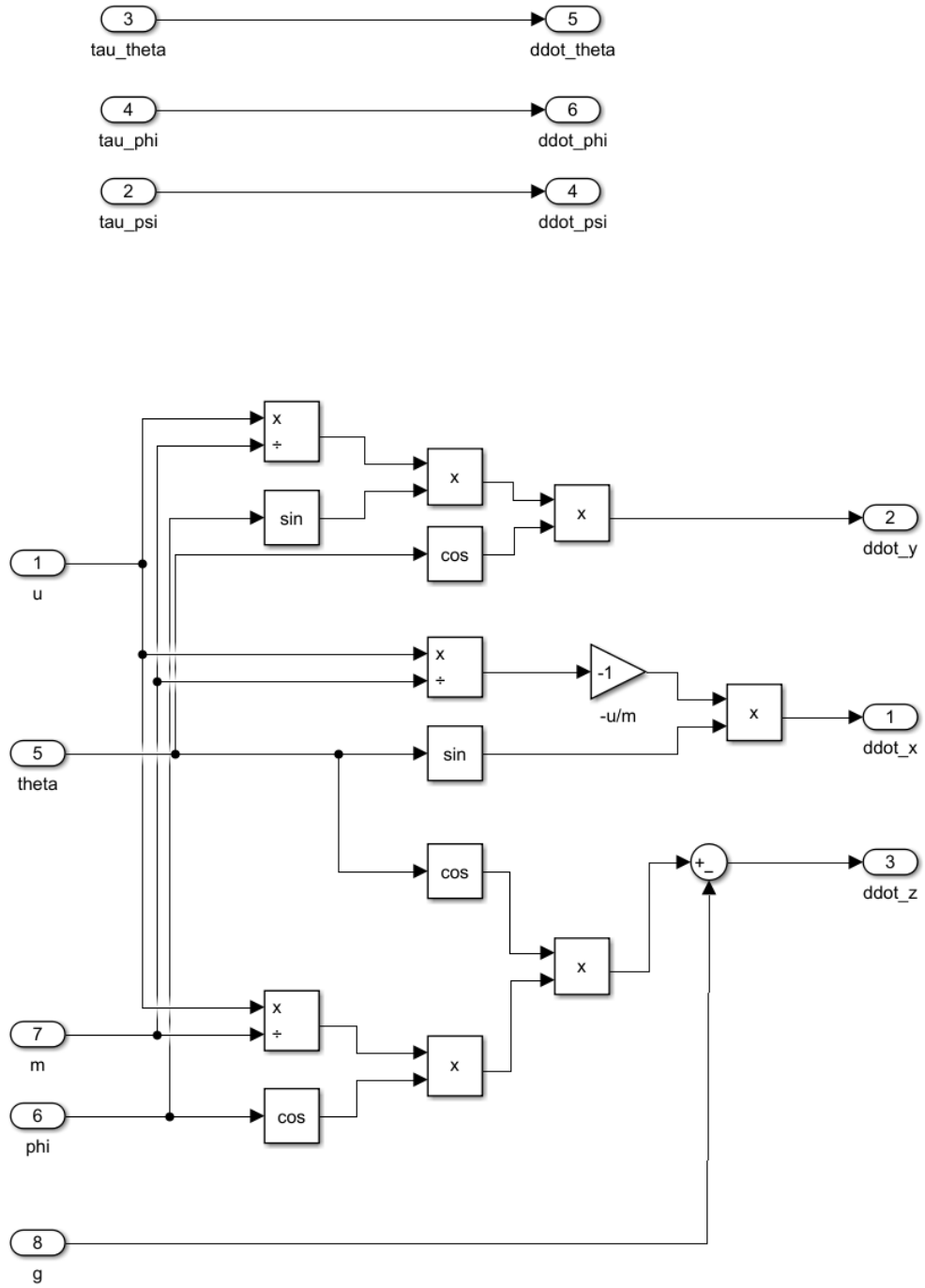


Figure 17: Modèle Non-Linéaire du Quadcoptère