

Práctica 3:
Vorticidad y advección de vorticidad



UNIVERSIDAD
COMPLUTENSE
MADRID

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS

DINÁMICA ATMOSFÉRICA

Alumno: Victor Galván Fraile

Profesora: Teresa Losada Doval

Índice

1	Introducción y objetivos	1
2	Metodología	3
3	Resultados	3
3.1	Ejercicio 1	3
3.2	Ejercicio 2	5
3.3	Ejercicio 3	7
3.3.1	Nivel de presión de 300 [hPa]	7
3.3.2	Nivel de presión de 700 [hPa]	8
3.3.3	Advección diferencial de vorticidad	9
3.4	Ejercicio 4	10
4	Conclusiones	13

Índice de figuras

1	Mapa de geopotencial en 500 hPa.	4
2	Comparación de los mapas altura geopotencial en 700 y 300 hPa.	4
3	Mapa de geopotencial y vorticidad del viento en 500 hPa.	5
4	Mapa esquemático de geopotencial y vorticidad del viento en 500 hPa.	6
5	Mapa de geopotencial y vorticidad del viento geostrófico en 500 hPa.	6
6	Mapa de geopotencial y diferencia de vorticidad del viento real y geostrófico en 500 hPa.	7
7	Mapa de geopotencial y vorticidad del viento geostrófico en 300 hPa.	8
8	Mapa de geopotencial y vorticidad del viento geostrófico en 700 hPa.	9
9	Mapa del cambio de advección de vorticidad entre 300 y 700 hPa.	10
10	Mapa del viento térmico entre 700 y 300 hPa y vorticidad del viento geostrófico en 500 hPa.	11
11	Mapa de la advección de vorticidad del viento geostrófico en 500 hPa.	11
12	Mapa del viento térmico entre 700 y 300 hPa y vorticidad planetaria.	12
13	Mapa de advección de vorticidad planetaria por el viento térmico.	12

1. Introducción y objetivos

En esta práctica vamos a representar vorticidad, tanto relativa, planetaria como absoluta, y su advección, con el objetivo de analizar la estabilidad/inestabilidad de las distintas zonas. Para llevar a cabo esta tarea, en primer lugar, vamos a definir las variables meteorológicas así como el significado físico de las mismas.

El **geopotencial** (Φ) se define como el trabajo requerido para elevar una unidad de masa de aire una distancia z por encima del nivel del mar, y viene dado por:

$$d\Phi = g \cdot dz \quad (1.1)$$

donde g es la aceleración de la gravedad. En la práctica, los valores de Z (altura geopotencial [mgp]) y los de z (altura geométrica [m]) se diferencian muy poco, especialmente en la troposfera. Recordemos que el motivo de introducir esta variable es que el campo gravitatorio terrestre no es constante en toda la superficie del planeta, ya que depende de la altura y la latitud, entre otros factores.

Un gas se considera como **gas ideal** si todas las colisiones que ocurren en su seno entre átomos o moléculas son perfectamente elásticas, y no hay fuerzas atractivas intermoleculares. Se puede visualizar como una colección de esferas perfectamente rígidas que chocan unas con otras pero sin interacción entre ellas. En tales gases toda la energía interna está en forma de energía cinética y cualquier cambio en la energía interna va acompañada de un cambio en la temperatura. La ecuación de estado de un gas ideal clásico, denominada **ley de los gases ideales** viene dada por:

$$P \cdot V = n \cdot R \cdot T \quad (1.2)$$

donde P es la presión, V el volumen, n el número de moles, R es la constante de los gases y T la temperatura [3].

Considerando que la atmósfera se encuentra en **equilibrio hidrostático**, es decir, en aquella situación en la que las fuerzas del gradiente vertical de presión y la gravedad está en equilibrio, se obtiene la relación:

$$\partial P = -g \cdot \rho \cdot \partial z \quad (1.3)$$

siendo ρ la densidad del aire.

Partiendo de la ecuación de los gases ideales 1.2 y suponiendo un equilibrio hidrostático en la atmósfera, en el que las variaciones de presión con la altura vienen dadas por 1.3, llegamos a que:

$$\Delta z = z_2 - z_1 = \frac{R_d \cdot \bar{T}_v}{g} \ln(P_1/P_2) \quad (1.4)$$

donde \bar{T}_v representa la temperatura virtual media de la capa. Esta ecuación es conocida como la **ecuación hipsométrica**. Finalmente, teniendo en cuenta la definición de geopotencial 1.1, llegamos a que:

$$\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = R_d \cdot \bar{T}_v \ln(P_1/P_2) \quad (1.5)$$

A partir de la segunda ley de Newton, se obtiene la **ecuación del momento** para una parcela de aire en la atmósfera, que separándola en cada una de sus componentes resulta en:

$$\begin{cases} \frac{du}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + F_x + 2\Omega \sin(\phi)v - 2\Omega \cos(\phi)w + \frac{uvtg(\phi)}{a} - \frac{uw}{a}. \\ \frac{dv}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + F_y - 2\Omega \sin(\phi)u - \frac{u^2 \operatorname{tg}(\phi)}{a} - \frac{vw}{a}. \\ \frac{dw}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + F_z - g + 2\Omega \cos(\phi)u + \frac{u^2 + v^2}{a}. \end{cases} \quad (1.6)$$

A partir de la ecuación del momento 1.6, en la aproximación geostrófica, tomamos como términos dominantes el de Coriolis y el del gradiente de presión, igualándolos obtenemos la expresión del viento geostrófico mostrada en 1.7.

$$\vec{V}_g = -\frac{1}{\rho f} \cdot \frac{\partial P}{\partial y} \cdot \hat{i} + \frac{1}{\rho f} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} \cdot \hat{j} = \frac{1}{\rho f} \cdot (\hat{k} \times \nabla_z P) \quad (1.7)$$

A la hora de analizar la estabilidad/inestabilidad de la atmósfera, es decir, analizar las regiones con ascensos/descensos de aire (movimiento vertical), existen fundamentalmente dos métodos:

- **Método Adiabático:** Se basa en el primer principio de la Termodinámica, obteniendo tras un desarrollo que:

$$w = -\frac{\omega}{\rho g} = \frac{-\vec{V} \cdot \nabla_P T}{S_p \rho g} \quad (1.8)$$

donde w es la velocidad vertical del viento, ω representa la variación de presión en el tiempo, S_p es un parámetro de estabilidad térmica (teniendo una atmósfera estable cuando $S_p > 0$). El parámetro $-\vec{V} \cdot \nabla_P T$ se conoce como **advección de temperatura**. Esta advección de la temperatura, en capa más externas que la PBL (*Planetary Boundary Layer*) se puede calcular bajo la hipótesis de viento geostrófico, ya que para las mismas la componente ageostrófica es pequeña. Sin embargo, en situaciones no estacionarias, es necesario conocer el perfil de temperatura ($\frac{\partial T}{\partial t}$). Además, este método es válido en aquellos procesos adiabáticos, con lo cual, no es aplicable en aquellas regiones en donde existen calentamientos diabáticos, como ocurre en las zonas de fuerte condensación, precipitación o evaporación. Luego, es en aquellas regiones de interés, donde el método adiabático no es útil.

- **Método Cinemático:** Se basa en la ecuación de continuidad (conservación de la masa) y permite localizar regiones de ascensos/descensos a partir del estudio de la divergencia/convergencia en superficie y altura, es decir, analizando la divergencia del viento ageostrófico, ya que:

$$\nabla_P \vec{V}_{ag} = -\frac{\partial \omega}{\partial P} \quad (1.9)$$

A la hora de analizar posibles regiones de ascensos o descensos, es útil analizar el **viento térmico**, que no es más que la cizalladura vertical del viento geostrófico, y que viene dada por:

$$\vec{V}_T = \frac{R}{f} \hat{k} \times \nabla \langle T \rangle \ln \left(\frac{p_0}{p_1} \right) \quad (1.10)$$

La **vorticidad** se define como la tendencia a rotar de los elementos del fluido. En los movimientos a gran escala, nos centramos en la componente vertical de la misma, que nos da una medida de la rotación horizontal del fluido. Teniendo en cuenta la definición de **circulación**, llegamos a que la **vorticidad**

absoluta (μ) viene dada en función de la **vorticidad relativa** (ξ) y de la **vorticidad planetaria** (f), de la forma:

$$\begin{aligned}\mu &= \xi + f \\ \xi &= \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} .\end{aligned}\quad (1.11)$$

2. Metodología

Para lograr los objetivos descritos en la sección 1 se han usado datos para el día 19 de enero de 2019 a las 12:00 UTC, en la región comprendida entre $120^{\circ}W$ y $0^{\circ}E$, y entre $20^{\circ}S$ y $70^{\circ}N$. Concretamente, se han utilizado la siguientes variables meteorológicas:

- Geopotencial en tres niveles de presión: 700, 500 y 300 [hPa].
- Componente zonal del viento (u) para los niveles de presión: 700, 500 y 300 [hPa].
- Componente meridional del viento (v) para los niveles de presión: 700, 500 y 300 [hPa].

Todas estas variables se han obtenido de la base de datos del programa Copernicus del European Centre for Medium-Range Weather Forecasts (ECMWF), concretamente, del reanálisis ERA5 [1].

La descarga y tratamiento de estos datos será llevada a cabo en el lenguaje de programación *Python*, concretamente, en un *Jupyter Notebook*, que se comparte a esta informe a través del siguiente enlace: [Github Notebook repository](#). Ahí se incluyen todos los cálculos realizados a lo largo de esta práctica y los mapas obtenidos, se encuentran mapas adicionales que no han sido incluidos en este informe para facilitar la claridad del análisis realizado.

3. Resultados

3.1. Ejercicio 1

En primer lugar, hemos tomado los datos de altura geopotencial para un nivel de presión de 500 [hPa] en la región de estudio para el día 19 de enero de 2019, obteniendo la Figura 1. Para analizar un poco el estrado de la atmósfera, hemos representado también las alturas geopotenciales a dos niveles de presión adicionales: 300 y 700 [hPa] (ver Figura 2). En ellas vemos una atmósfera bastante barotrópica, con una vaguada en el centro/este de EE.UU., dos sistemas de bajas presiones en latitudes altas y uno de bajas presiones típico de las Azores, aunque para analizar esto mejor deberíamos de tener el mapa de presión en superficie.

Una vez dicho esto, nos centramos de nuevo en el mapa de 500 [hPa] y representamos sobre él la vorticidad del viento, teniendo en cuenta para ello la ecuación 1.11. Con todo esto, obtenemos el mapa de la Figura 3. Vamos a analizar a continuación un poco este mapa. En primer lugar, recordemos que la vorticidad es una medida de la rotación de los elementos del fluido, en nuestro caso, del aire. Además podemos reescribir la vorticidad relativa en coordenadas naturales como:

$$\xi = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{V}{R_s} - \frac{\partial v}{\partial x} \quad (3.1)$$

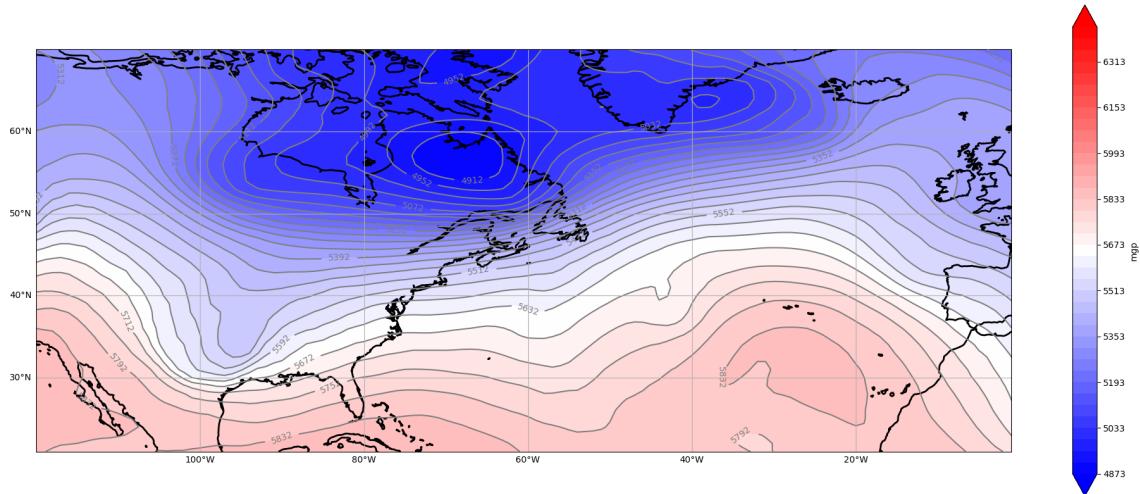
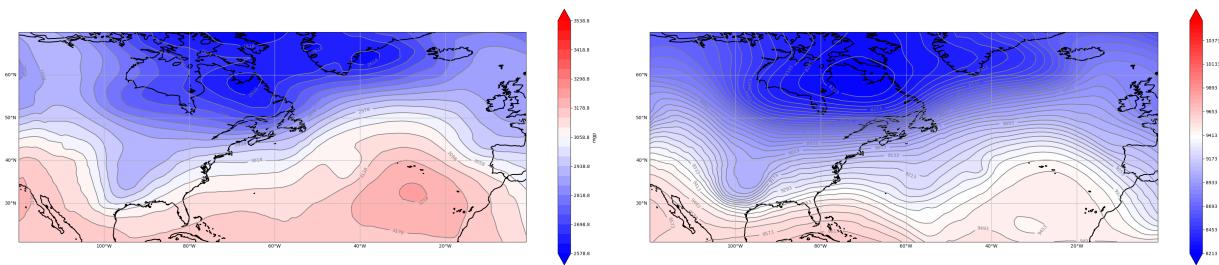


Figura 1: Mapa de altura geopotencial en 500 [hPa] en la región de estudio para el día 19 de enero de 2019, los contornos de la figura están distribuidos tal que la diferencia entre dos consecutivos sea de 40 [mgp].



(a) Mapa de altura geopotencial en 700 [hPa].

(b) Mapa de altura geopotencial en 300 [hPa].

Figura 2: Comparación de los mapas altura geopotencial en 700 y 300 [hPa].

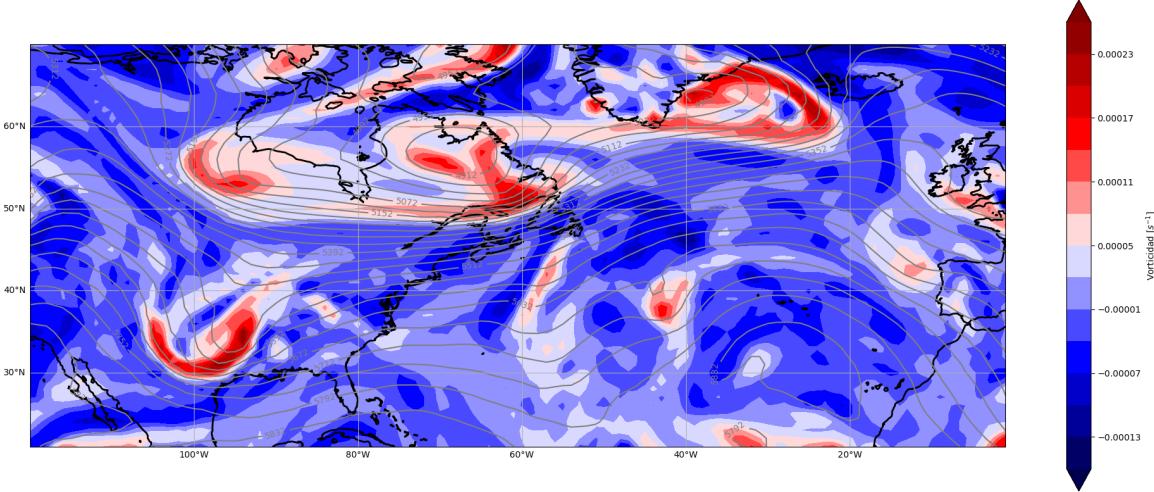


Figura 3: Mapa de altura geopotencial en 500 [hPa] en la región de estudio para el día 19 de enero de 2019, los contornos de la figura están distribuidos tal que la diferencia entre dos consecutivos sea de 40 [mgp]. Además se representa en sombreado la vorticidad del viento real a dicho nivel de presión.

donde R_s es el radio de curvatura de las líneas de corriente. El primer término representa la vorticidad por curvatura (ie, la variación de la dirección del flujo a lo largo de una línea de corriente) y el segundo la vorticidad por cizalladura (ie, la variación de la velocidad en la dirección normal al flujo). Con esto en mente, hemos representado sobre el gráfico anterior las direcciones del viento en diferentes regiones del mapa, obteniendo la Figura 4. Teniendo en cuenta la definición dada anteriormente de vorticidad relativa, se distinguen en la imagen los dos términos: por un lado, las flechas en naranja permiten distinguir la vorticidad por curvatura, obteniendo vorticidades positivas en aquellas regiones donde la circulación es ciclónica, y negativas donde es anticyclónica. En verde se representa un caso ilustrativo de vorticidad por cizalladura del viento. Atendiendo a este procedimiento, los valores de vorticidad mostrados en el mapa se corresponden con lo que esperaríamos atendiendo a la definición de dicha variable.

3.2. Ejercicio 2

En este segundo apartado, vamos a representar la vorticidad del viento geostrófico en el nivel de presión de 500 [hPa] y comparar con los resultados obtenidos en el apartado anterior 3.1. En primer lugar, hemos tomado los datos de altura geopotencial en 500 [hPa] y hemos calculado las componentes zonal (u) y meridional (v) del viento geostrófico aplicando la expresión 1.7 y, a partir de ella, la vorticidad del viento geostrófico. Con todo esto, obtenemos el mapa de la Figura 5.

Para poder comparar de manera eficiente ambos mapas (3 y 5), se ha utilizado la misma barra de color con los mismos valores. Vemos como la vorticidad del viento geostrófico se aproxima mucho a la del viento real, sobretodo en aquellas regiones donde se tienen valores de vorticidad mayores, aunque si nos

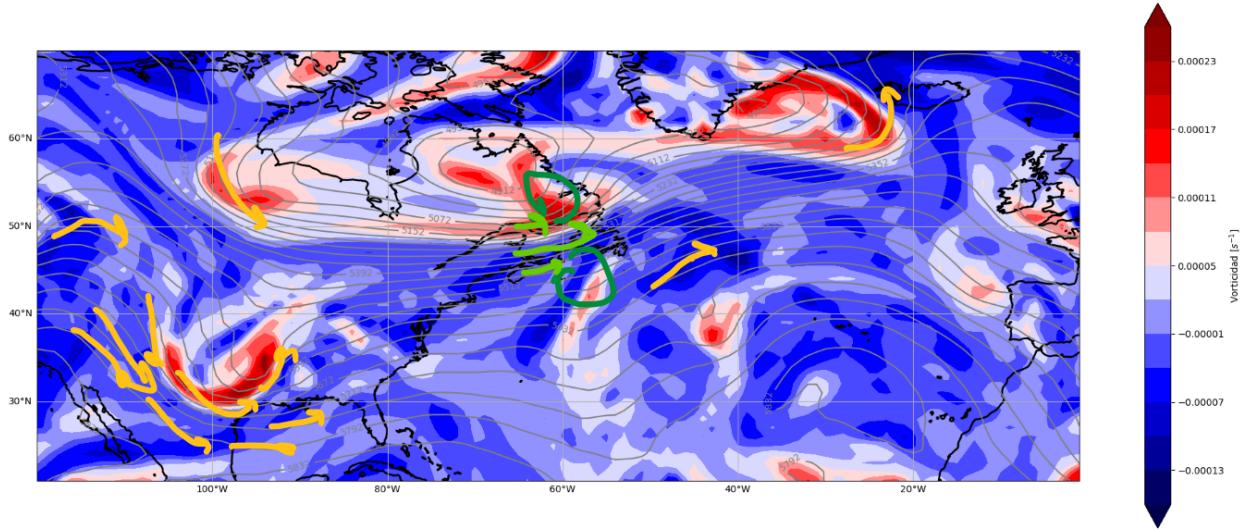


Figura 4: Mapa de altura geopotencial en 500 [hPa] en la región de estudio para el día 19 de enero de 2019, los contornos de la figura están distribuidos tal que la diferencia entre dos consecutivos sea de 40 [mgp] Además se representa en sombreado la vorticidad del viento real a dicho nivel de presión, así como la dirección del viento en diferentes regiones.

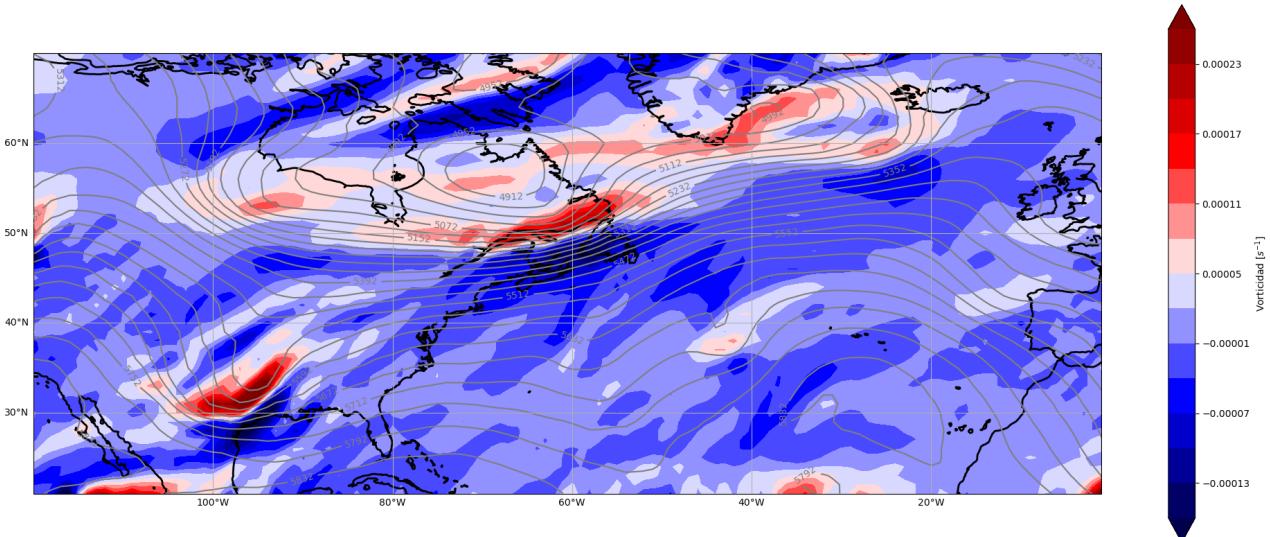


Figura 5: Mapa de altura geopotencial en 500 [hPa] en la región de estudio para el día 19 de enero de 2019, los contornos de la figura están distribuidos tal que la diferencia entre dos consecutivos sea de 40 [mgp] Además se representa en sombreado la vorticidad del viento geoestrófico a dicho nivel de presión.

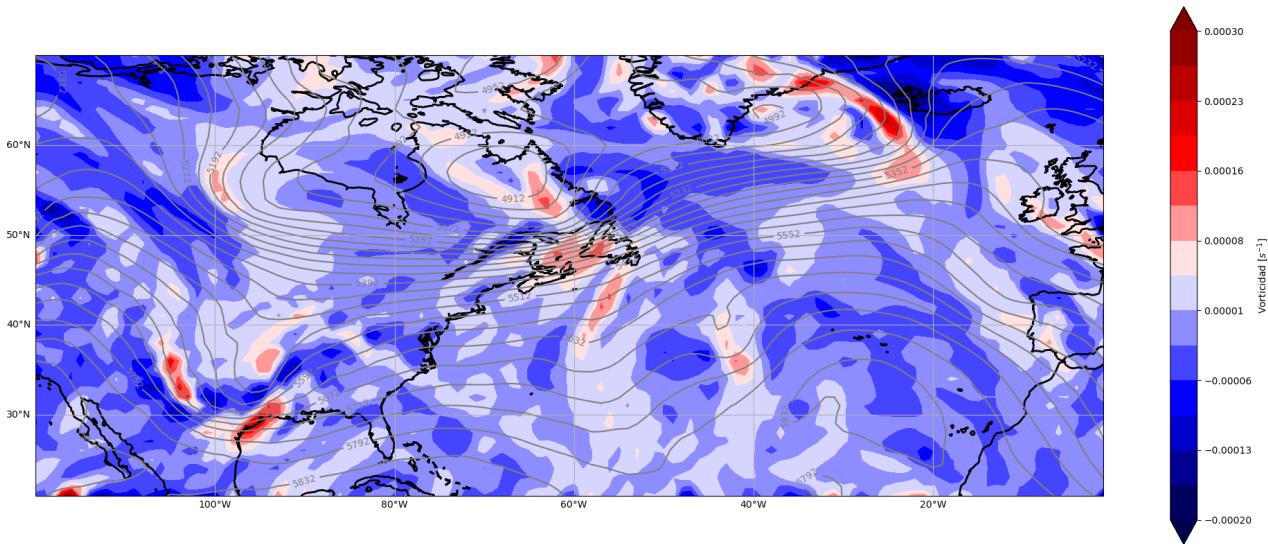


Figura 6: Mapa de altura geopotencial en 500 [hPa] en la región de estudio para el día 19 de enero de 2019, los contornos de la figuran están distribuidos tal que la diferencia entre dos consecutivos sea de 40 [mgp]. Además se representa en sombreado la diferencia de vorticidad entre viento real y el geoestrófico a dicho nivel de presión.

fijamos en detalle sí que hay sutiles diferencias. Para ver estas diferencias algo mejor, hemos representado la diferencia de vorticidad entre el viento real y el viento geoestrófico, que se representa en la Figura 6. En ella podemos ver como la región de alta vorticidad situada en el golfo de México (en el estado de Luisiana aproximadamente) está sobreestimada en el caso de la vorticidad del viento geoestrófico, dando lugar a anomalías positivas donde teníamos vorticidad negativa en la Figura 3, y al revés donde teníamos vorticidad positiva.

3.3. Ejercicio 3

En este tercer ejercicio, vamos a realizar una análisis similar al del apartado anterior, pero para los niveles de presión de 300 y 700 [hPa].

3.3.1. Nivel de presión de 300 [hPa]

En primer lugar, vamos a representar la vorticidad del viento geoestrófico en el nivel de presión de 300 [hPa] y comparar con los resultados obtenidos en el apartado anterior 3.2. Hemos tomado los datos de altura geopotencial en 300 [hPa] y hemos calculado las componentes zonal (u) y meridional (v) del viento geoestrófico aplicando la expresión 1.7 y, a partir de ella, la vorticidad del viento geoestrófico. Con todo esto, obtenemos el mapa de la Figura 7.

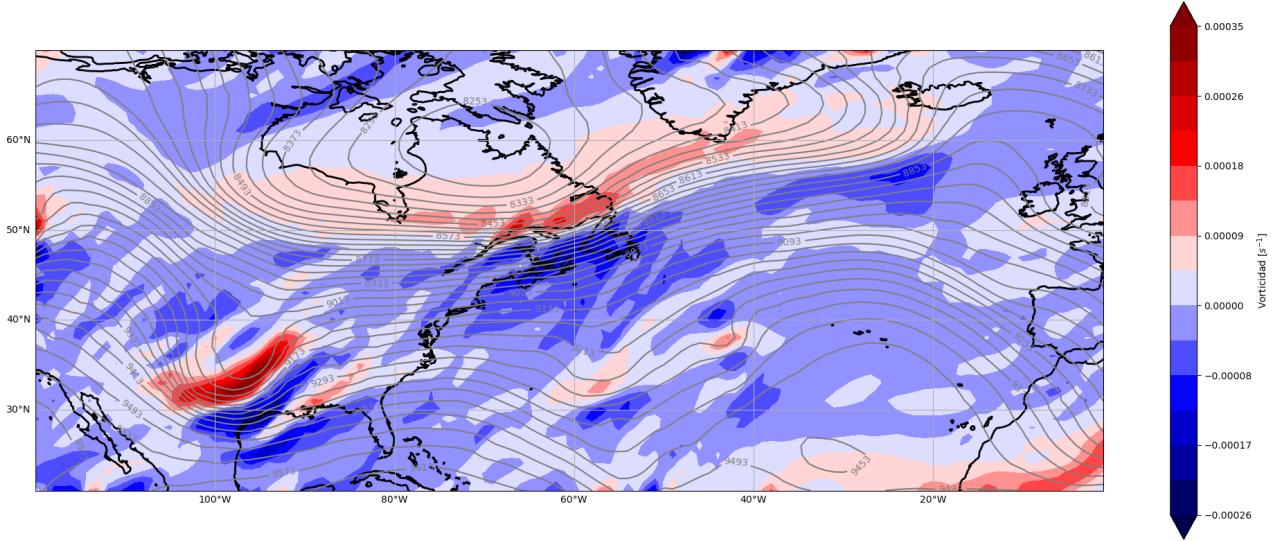


Figura 7: Mapa de altura geopotencial en 300 [hPa] en la región de estudio para el día 19 de enero de 2019, los contornos de la figuran están distribuidos tal que la diferencia entre dos consecutivos sea de 40 [mgp]. Además se representa en sombreado la vorticidad del viento geostrófico a dicho nivel de presión.

Una vez hecho esto, vamos a analizar los resultados obtenidos en la Figura 7. En ella podemos ver como el patrón general de vorticidad es muy similar al que se obtuvo para el nivel de presión de 500 [hPa] (ver Figura 5), aunque la intensidad, tanto positiva como negativa, de la vorticidad al nivel del 300 [hPa] es superior. Esto es consistente con lo visto en la ecuación 1.11, ya que si nos fijamos en la vorticidad relativa: el primer término, a igual radio de curvatura, tendrá mayor vorticidad aquella región con mayor velocidad del viento; mientras que para el segundo término, a igual separación de las isobares (o isohipsas), tendremos mayor vorticidad relativa por cizalladura en aquella región donde el cambio de la velocidad del viento sea más pronunciado. Y en 300 [hPa], a las latitudes medias que estamos estudiando, estamos muy influidos por la corriente en chorro. Por el mismo motivo, esperamos tener menor vorticidad de manera general en el nivel de presión de 700 [hPa], lo veremos a continuación.

3.3.2. Nivel de presión de 700 [hPa]

En segundo lugar, vamos a representar la vorticidad del viento geostrófico en el nivel de presión de 700 [hPa] y comparar con los resultados obtenidos en el ejercicio anterior 3.2 y del apartado anterior 3.3.1. Hemos tomado los datos de altura geopotencial en 700 [hPa] y hemos calculado las componentes zonal (u) y meridional (v) del viento geostrófico aplicando la expresión 1.7 y, a partir de ella, la vorticidad del viento geostrófico. Con todo esto, obtenemos el mapa de la Figura 8.

Tal y como analizamos anteriormente para el caso de la vorticidad a 300 [hPa], el patrón general es muy similar al del nivel de 500 [hPa] (ver Figura 5), con intensidades de la vorticidad relativa menores que

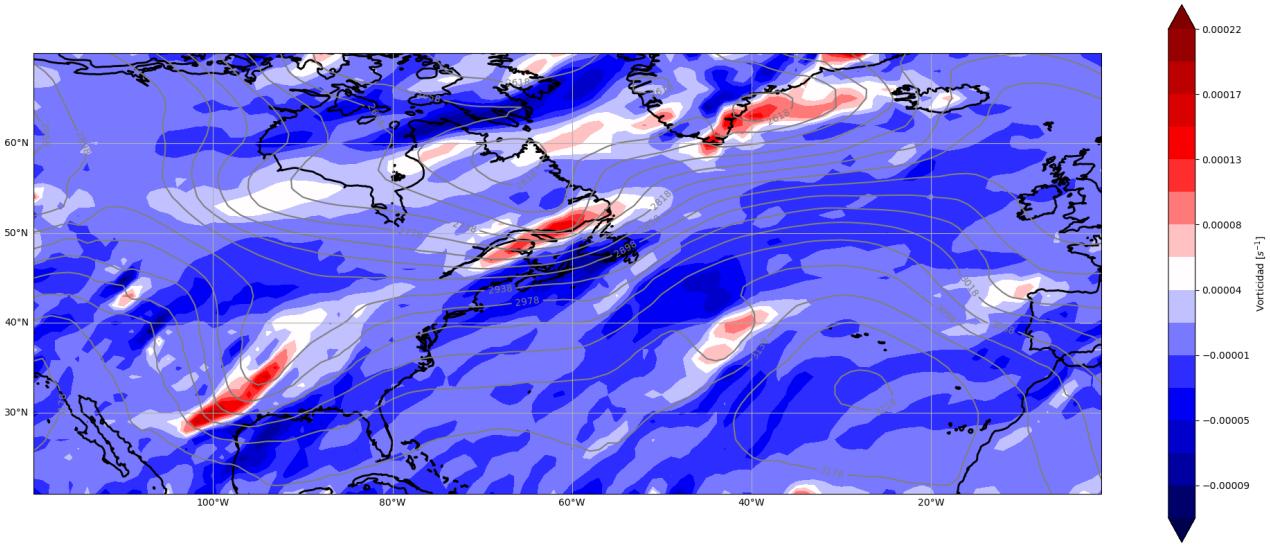


Figura 8: Mapa de altura geopotencial en 700 [hPa] en la región de estudio para el día 19 de enero de 2019, los contornos de la figuran están distribuidos tal que la diferencia entre dos consecutivos sea de 40 [mpa]. Además se representa en sombreado la vorticidad del viento geostrófico a dicho nivel de presión.

en 300 [hPa].

3.3.3. Advección diferencial de vorticidad

Una vez analizada la vorticidad en los tres niveles de presión con los que estamos trabajando, vamos a analizar las posibles regiones de ascensos y descensos. Para ello, vamos a aplicar la ecuación omega en la aproximación cuasi-geostrófica:

$$\sigma \left(\frac{f_g^2}{\sigma} \frac{\partial^2}{\partial p^2} + \nabla^2 \right) \omega = f_0 \frac{\partial}{\partial p} \left[\vec{V}_g \cdot \nabla (\zeta_g + f) \right] + \nabla^2 \left[\vec{V}_g \cdot \nabla_p \left(-\frac{\partial \Phi}{\partial p} \right) \right] \quad (3.2)$$

Concretamente, vamos a analizar el primer término de la derecha de la ecuación 3.2, que se conoce como el **término de advección diferencial de vorticidad**. Este término, a grandes rasgos, nos está diciendo que si la advección de vorticidad aumenta con la altura, entonces se producirán movimientos ascendentes. Para analizarlo mejor, hemos calculado la advección de vorticidad en ambos niveles, y hemos calculado la diferencia entre la del nivel de 300 y la de 700 [hPa], que se representa en la Figura 9. En las regiones donde esta diferencia es positiva, tendremos que la advección de vorticidad crece con la altura, y por tanto, esperaremos tener ascensos. Inversamente, en las regiones donde es negativa, la advección de vorticidad decrece con la altura, esperaremos tener descensos de aire.

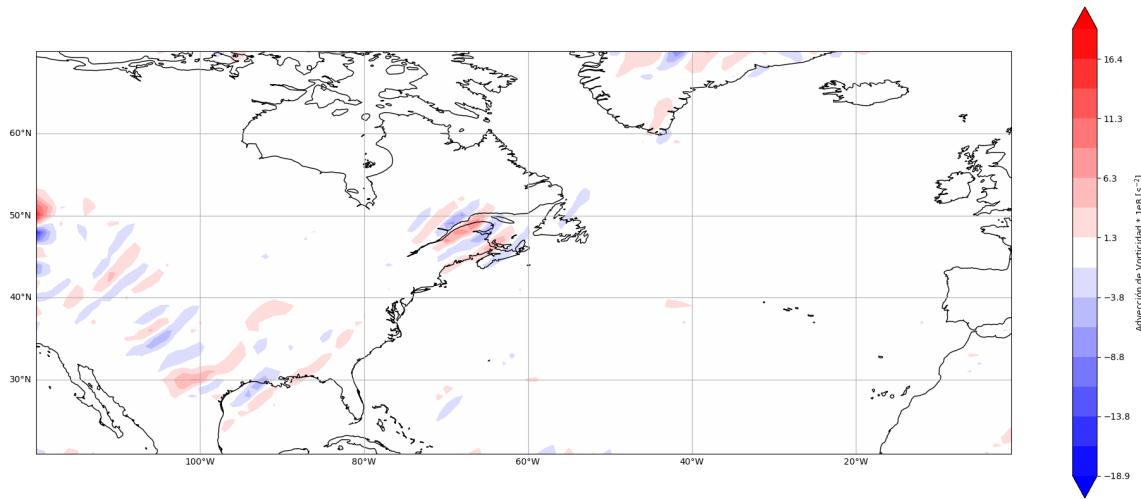


Figura 9: Mapa del cambio de advección de vorticidad del viento geostrófico entre 300 y 700 hPa.

3.4. Ejercicio 4

En este último apartado, vamos a analizar la advección de vorticidad por parte del viento térmico. Por ello, en primer lugar, teniendo en cuenta la definición de viento térmico 1.10, vamos a representarlo en este estrato, tal que éste vendrá dado por: $\vec{v}_T = \vec{v}_{g,500\text{hPa}} - \vec{v}_{g,850\text{hPa}}$. Con esto en cuenta, obtenemos el mapa de la Figura 10.

A partir de este mapa (10), podemos como es la advección de vorticidad por parte del viento térmico (cizalladura vertical del viento geostrófico), de todas formas, vamos a representar en un nuevo mapa la propia advección para facilitar el análisis, que se representa en la Figura 11. En ella vemos claramente como la advección de vorticidad más intensa ocurre de nuevo alrededor del estado de Texas y Luisiana, que es donde teníamos mayores valores de vorticidad relativa.

Finalmente, vamos a analizar la vorticidad planetaria y su advección. Teniendo en cuenta su definición, en la Figura 12 se representa dicha vorticidad, observando una serie de bandas longitudinales, que es lo esperado ya que este término solo depende de la latitud. Una vez hecho esto, calculamos la advección de vorticidad planetaria por parte del viento térmico, obteniendo el mapa de la Figura 13.

Comparando los mapas 11 y 12, vemos como las zonas donde la advección de vorticidad relativa por el viento térmico es positiva (Figura 11) se corresponde con regiones en donde la advección de vorticidad planetaria por el viento térmico es negativa (Figura 12), y viceversa. Esto es lo esperable, ya que si aproximamos el aire por un fluido incompresible (que no incomprensible), es decir, la aproximación de aguas someras donde la densidad permanece constante, tendremos que la vorticidad potencial se conserva. Además, si asumimos que el espesor de la columna es constante, entonces la vorticidad absoluta también se tiene que conservar, con lo cual, los términos de vorticidad relativa y planetaria (de la ecuación 1.11) han de compensarse entre sí.

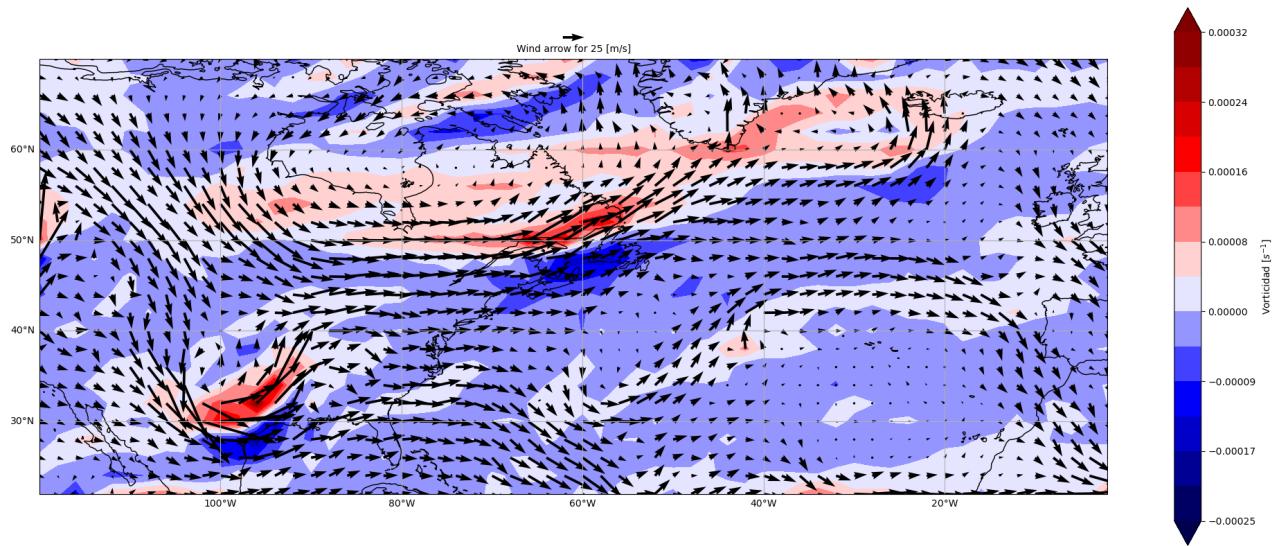


Figura 10: Mapa del viento térmico entre 700 y 300 hPa en la región de estudio para el día 19 de enero de 2019, los contornos de la figura están distribuidos tal que la diferencia entre dos consecutivos sea de 40 mgp. Además se representa en sombreado la vorticidad del viento geostrófico a 500 hPa.

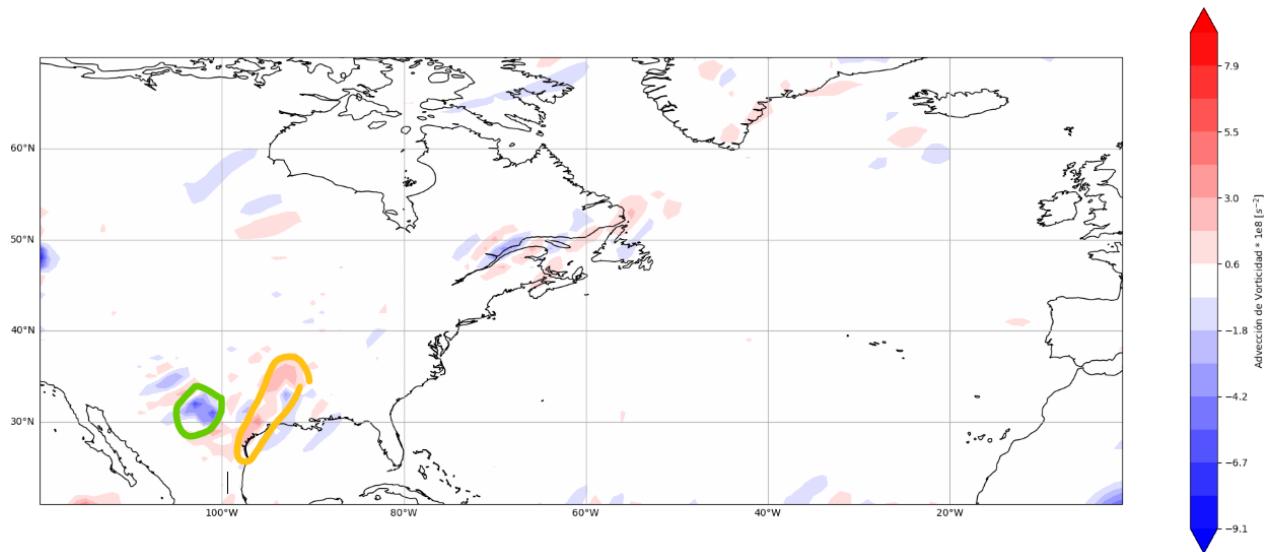


Figura 11: Mapa de la advección de vorticidad del viento geostrófico a 500 hPa. Se muestra en verde la región donde existe mayor advección de vorticidad antícnica, y en naranja donde existe mayor advección de vorticidad ciclónica.

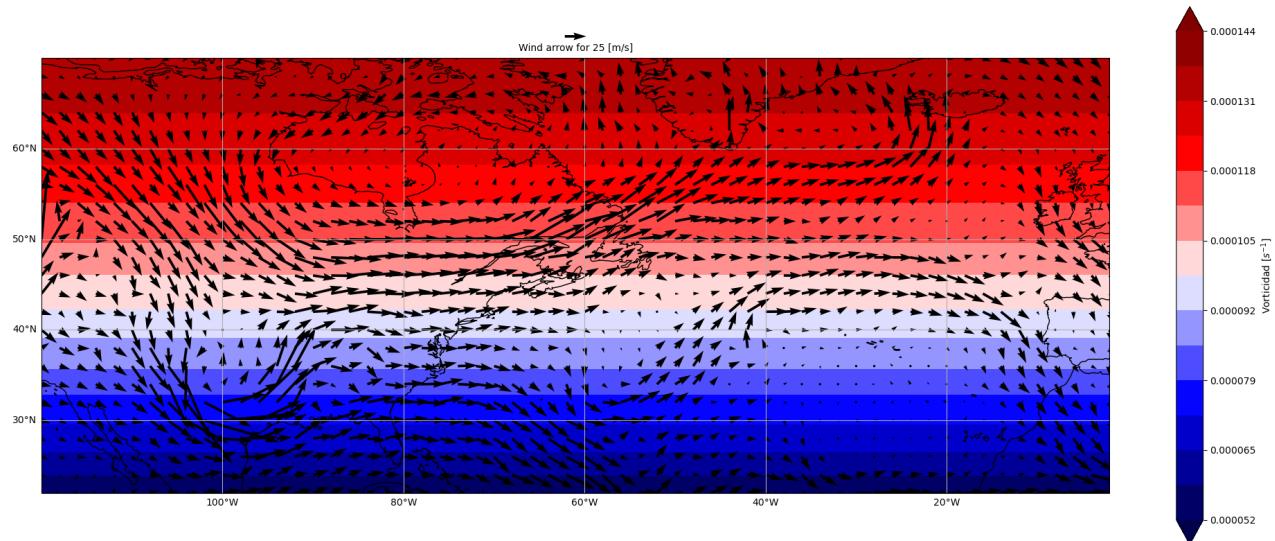


Figura 12: Mapa del viento térmico entre 700 y 300 hPa en la región de estudio para el día 19 de enero de 2019, los contornos de la figura están distribuidos tal que la diferencia entre dos consecutivos sea de 40 [mpg] Además se representa en sombreado la vorticidad planetaria.

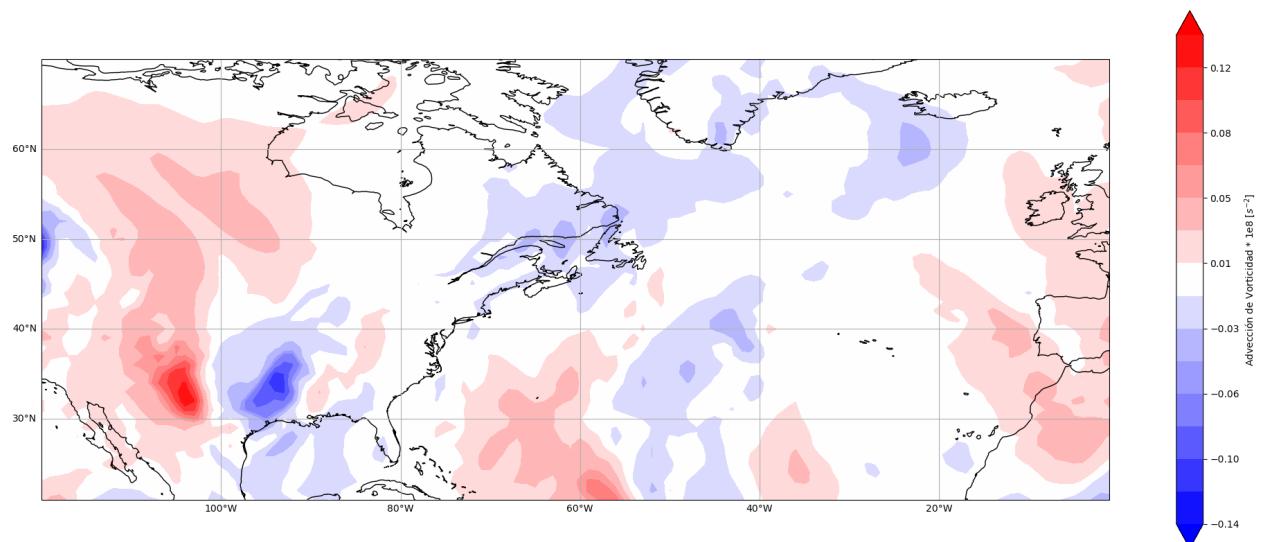


Figura 13: Mapa advección de vorticidad planetaria por parte del viento térmico.

4. Conclusiones

A lo largo de esta práctica hemos podido analizar una situación meteorológica real, creando numerosos mapas en los que se representan diferentes variables que nos permiten analizar la situación sinóptica, detectando zonas de inestabilidad y de ascensos y descensos de aire, aplicando los métodos vistos en la teoría, y que se explican brevemente en la Sección 1. Además, hemos aprendido cuáles son las variables más adecuadas para analizar cada una de las situaciones. A su vez, hemos aplicado diferentes aproximaciones, como la del viento geostrófico 1.7, analizando su fiabilidad para analizar la vorticidad en diferentes latitudes y diferentes situaciones (altas presiones, bajas presiones...). Todo ello nos ha permitido afianzar los conocimientos aprendidos, y ha servido como un primer paso a la predicción meteorológica.

Referencias

- [1] Hans Hersbach, Bill Bell, Paul Berrisford, Shoji Hirahara, András Horányi, Joaquín Muñoz-Sabater, Julien Nicolas, Carole Peubey, Raluca Radu, Dinand Schepers, et al. The era5 global reanalysis. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 146(730):1999–2049, 2020.
- [2] NOAA. North atlantic hurricane chart, 2019. [Web; accedido el 17-11-2022].
- [3] Wikipedia. Gas ideal, 2022. [Web; accedido el 14-11-2022].