

Ejercicios Guía 1 - ALC

Vic

Ejercicio 1

Voy a resolver primero los sistemas de ecuaciones lineales no homogéneos, utilizando el **método de eliminación de Gauss**.

a)

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & 1 & | & -2 \\ 3 & -2 & 1 & 5 & | & 3 \\ 1 & -1 & 1 & 2 & | & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow[F_3 - F_1]{F_2 - 3F_1} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & 1 & | & -2 \\ 0 & -5 & 7 & 2 & | & 9 \\ 0 & -2 & 3 & 1 & | & 4 \end{pmatrix} \xrightarrow{5F_3 - 2F_2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & 1 & | & -2 \\ 0 & -5 & 7 & 2 & | & 9 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & | & 2 \end{pmatrix}$$

Ahora, despejamos las variables comenzando desde la última fila hacia la primera:

$$\begin{aligned} x_3 + x_4 &= 2 &\Rightarrow & x_3 = 2 - x_4 \\ -5x_2 + 7(2 - x_4) + 2x_4 &= 9 &\Rightarrow & -5x_2 + 14 - 7x_4 + 2x_4 = 9 \\ -5x_2 - 5x_4 &= -5 &\Rightarrow & x_2 + x_4 = 1 \quad \Rightarrow \quad x_2 = 1 - x_4 \\ x_1 + (1 - x_4) - 2(2 - x_4) + x_4 &= -2 \\ x_1 + 1 - x_4 - 4 + 2x_4 + x_4 &= -2 \\ x_1 - 3 + 2x_4 &= -2 &\Rightarrow & x_1 = -2x_4 + 1 \end{aligned}$$

Por lo tanto, la solución general del sistema es:

$$\begin{pmatrix} -2x_4 + 1 \\ 1 - x_4 \\ 2 - x_4 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + x_4 \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad x_4 \in \mathbb{R}$$

b)

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & -2 & 1 & \big| & 1 \\ 1 & -3 & 1 & 1 & 1 & \big| & 0 \\ 3 & -5 & 3 & 0 & 3 & \big| & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow[F_3-3F_1]{F_2-F_1}$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & -2 & 1 & \big| & 1 \\ 0 & -4 & 0 & 3 & 0 & \big| & -1 \\ 0 & -8 & 0 & 6 & 0 & \big| & -3 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3-2F_2}$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & -2 & 1 & \big| & 1 \\ 0 & -4 & 0 & 3 & 0 & \big| & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \big| & -1 \end{pmatrix}$$

La última fila indica que el sistema es incompatible, ya que $0 = -1$ es una contradicción. Por lo tanto, el sistema no tiene solución. Es un **sistema incompatible**.