МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНОМУ УНІВЕРСИТЕТІ “ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА“

Кафедра систем штучного інтелекту

Лабораторна робота №2

З дисципліни
«Дискретна математика»

Виконала:
Студентка групи КН-115
Галік Вікторія
Викладач:
Мельникова Н. І.

Львів – 2019р.

ТЕМА : Моделювання основних операцій для числових множин.

Мета роботи: Ознайомитись на практиці із основними поняттями теорії множин, навчитись будувати діаграми Ейлера-Венна операцій над множинами, використовувати закони алгебри множин, освоїти принцип включень-виключень для двох і трьох множин та комп'ютерне подання множин.

Основні поняття теорії множин.

Операції над множинами

Множина – це сукупність об'єктів, які називають елементами. Кажуть, що множина A є підмножиною множини S (цей факт позначають $A \subseteq S$, де $\subseteq$ – знак нестрогого включення), якщо кожен її елемент автоматично є елементом множини S. Досить часто при цьому кажуть, що множина A міститься в множині S. Якщо $A \subseteq S$ і $S \neq A$, то A називають власною (строгою, істинною) підмножиною S (позначають $A \subset S$, де $\subset$ – знак строгого включення). Дві множини A та S називаються рівними, якщо вони складаються з однакових елементів. У цьому випадку пишуть A=S. Якщо розглядувані множини є підмножинами деякої множини, то її називають <u>універсумом</u> або універсальною множиною і позначають літерою U (зауважимо, що універсальна множина існує не у всіх випадках). Множини як об'єкти можуть бути елементами інших множин, Множину, елементами якої є множини, інколи називають сімейством. Множину, елементами якої є всі підмножини множини A і тільки вони (включно з порожньою множиною та самою множиною A), називають <u>булеаном</u> або множиною-степенем множини A і позначають P(A). Потужністю скінченної множини A називають число її елементів, позначають |A|. Множина, яка не має жодного елемента, називається порожньою і позначається $\emptyset$. Вважається, що порожня множина є підмножиною будь-якої множини, а також A⊂A. 2 Множина всіх підмножин множини A називається булеаном і позначається P(A). Потужність скінченної множини дорівнює кількості її елементів, позначається A . Потужність порожньої множини дорівнює 0.

ВАРІАНТ 5

Постановка завдання:

1. Для даних скінчених множин A = {1,2,3,4,5,6,7}, B = {4,5,6,7,8,9,10}, C = {1,3,5,7,9} та універсума U = {1,2,3,4,5,6,7,8,9,10} знайти множину, яку задано за допомогою операцій:

а) $A \cap B \cup C$; б) $\bar{A} \Delta \bar{C}$.

2. На множинах задачі 1 побудувати булеан множини $C \setminus (\bar{A} \cup \bar{B}) \cap C$. Знайти його потужність.
3. Нехай маємо множини: N – множина натуральних чисел, Z – множина цілих чисел, Q – множина раціональних чисел, R – множина дійсних чисел; A, B, C – будь-які множини. Перевірити які твердження є вірними (в останній задачі у

випадку невірного твердження достатньо навести контрприклад, якщо твердження вірне – навести доведення):

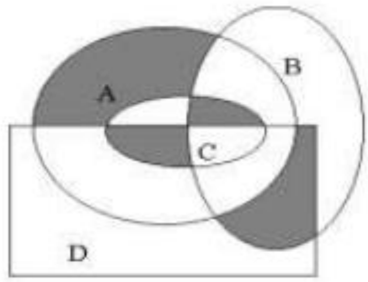
а) $3 \in \{\{1, 2, 3\}, 4\}$;   б) $Z \subset N$;   в) $Q \cap Z \subset R \setminus N$;   г) $Q \setminus Z \subset R \setminus N$;

д) якщо $A \subset B$ і $A \subset C$, то $A \subset B \cap C$

4. Логічним методом довести тотожність: $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$..

5. Зобразити на діаграмі Ейлера-Венна множину $B \cap (A \,\Delta (C \setminus B)) \setminus A$.

6. Множину зображено на діаграмі. Записати її за допомогою операцій.



7. Спростити вигляд множини, яка задана за допомогою операцій, застосовуючи закони алгебри множин (у відповідь множини можуть входити не більше одного разу):

$((A \Delta B) \setminus \bar{C}) \cap B \cup (A \cap B) \cup (A \cap C)$.

8. Скільки чисел серед 1, 2, 3,…, 99, 100 таких, що не діляться на жодне з чисел 2, 3, 5?

9. Ввести з клавіатури дві множини символьних даних. Реалізувати операцію об’єднання над цими множинами. Вивести на екран новоутворену множину. Знайти програмно булеан цієї множини.

Розв’язання :

1. Комп’ютерне подання :
A = {1111111000}, B = {0001111111}, C = {1010101010}.

а) $A \cap B$ = {0001111000}. $A \cap B \cup C$ = {1011111010}. $A \cap B \cup C$ = {1,3,4,5,6,7,9}
б) $\bar{A}$= {0000000111}, $\bar{C}$= {0101010101}, $\bar{A}\Delta\bar{C}$= {0101010010} $\bar{A}\Delta\bar{C}$= {2,4,6,9}.

2. $\bar{B}$ = {1110000000},

$\bar{A}$= {0000000111},

$(\bar{A} \cup \bar{B})$ = {1110000111}

C = {1010101010}.

$(\bar{A} \cup \bar{B}) \cap C$ = {1010000010}

$C \setminus (\bar{A} \cup \bar{B}) \cap C$ = {0000101000} = {5,7}

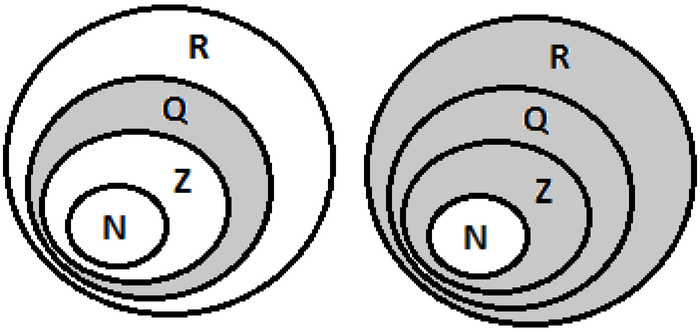
$|C \setminus (\overline{A} \cup \overline{B}) \cap C|$ = 2

$|P(C \setminus (\overline{A} \cup \overline{B}) \cap C)|$ = 2^2= 4

$P(C \setminus (\overline{A} \cup \overline{B}) \cap C)$ = {∅,{5},{7},{5, 7}}

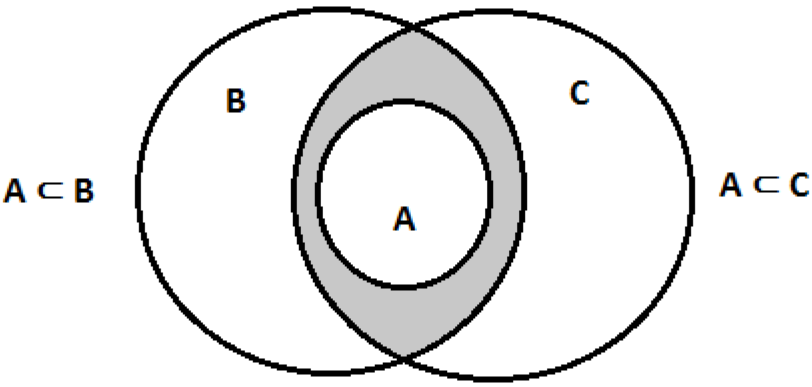
3. а) Твердження хибне, бо 3 не є елементом множини.

   б) Твердження хибне, бо $N \subset Z$.
   в) Твердження хибне : множина Z містить N, а множина R їх не містить.
   г) Твердження правильне :



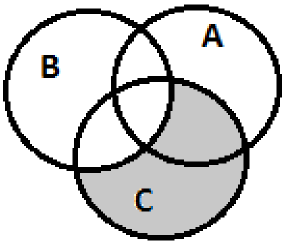
Q\Z R\N

   д) Твердження правильне:

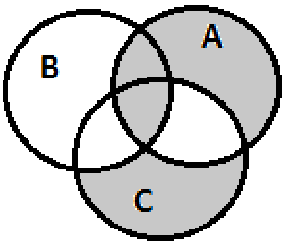


4. $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$
   $A \setminus (B \cup C) = A \cap \neg (B \cup C) = A \cap \overline{B} \cap \overline{C}$
   $(A \setminus B) \cap (A \setminus C) = (A \cap \overline{B}) \cap (A \cap \overline{C}) = A \cap \overline{B} \cap \overline{C}$
   Оскільки, використовуючи означення та закони де Моргана, ми звели вираз справа і вираз зліва до одного виразу, тотожність доведена.

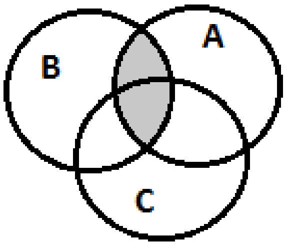
5.



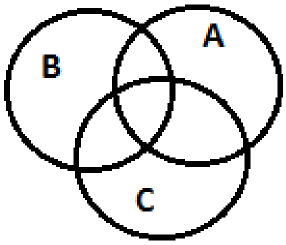
$C \setminus B$



$A\,\Delta\,(C \setminus B)$



$B \cap (A\,\Delta\,(C \setminus B))$



$B \cap (A\,\Delta\,(C \setminus B)) \setminus A$

6. $(A \setminus B \setminus C \setminus D) \cup (C \cap D \setminus B) \cup ((C \setminus D) \cap B) \cup (B \cap D \setminus A)$
7. $((A\Delta B)\setminus\bar{C}) \cap B \cup (A \cap B) \cup (A \cap C)$.
   •$(A\Delta B)\setminus\bar{C} = (A\Delta B) \cap C = ((A \cup B) \setminus (A \cap B)) \cap C$
   •$(A \cap B) \cup (A \cap C) = A \cap (B \cup C)$
   • $(((A \cup B) \setminus (A \cap B)) \cap C \cap B) \cup (A \cap (B \cup C)) =$
   $= (((A \cup B) \cap (\overline{A \cap B})) \cap C \cap B) \cup (A \cap (B \cup C)) =$
   $= (((A \cup B) \cap (\bar{A} \cup \bar{B})) \cap C \cap B) \cup (A \cap (B \cup C)) =$
   $= ((A \cup B) \cap B \cap (\bar{A} \cup \bar{B}) \cap C) \cup (A \cap (B \cup C)) =$
   $= (B \cap (\bar{A} \cup \bar{B}) \cap C) \cup (A \cap (B \cup C)) =$
   $= (((B \cap \bar{A}) \cup (B \cap \bar{B})) \cap C) \cup (A \cap (B \cup C)) =$
   $= ((B \cap \bar{A}) \cap C) \cup (A \cap (B \cup C)) =$
   $= (B \cap \bar{A} \cap C) \cup (A \cap B) \cup (A \cap C) =$
   $= (B \cap \bar{A} \cap C) \cup (B \cap A) \cup (A \cap C) =$
   $= (B \cap ((\bar{A} \cap C) \cup A)) \cup (A \cap C) =$
   $= (B \cap (C \cup A)) \cup (A \cap C) =$
   $= (B \cap C) \cup (B \cap A) \cup (A \cap C) =$
   $= (B \cap (C \cup A)) \cup (C \cap A)$
8. A=$\{x: x \in Z, 0 \le x \le 100\}$, |A|=100
   B=$\{x: x \in A, x$ –ділиться на 5$\}$
   |B|=20
   C=$\{x: x \in A, x$ –ділиться на 3$\}$
   |C|=33
   D=$\{x: x \in A, x$ –ділиться на 2$\}$
   |D|=50
   $|B \cap C| = 6$.
   $|C \cap D| = 16$.
   $|B \cap D| = 10$.
   $|B \cap C \cap D| = 3$.
   $|B \cup C \cup D| = |B| + |C| + |D| - |B \cap C| - |C \cap D| - |B \cap D| + |B \cap C \cap D| = 74$ – діляться хоча б на одне з цих чисел
   $|A \setminus (B \cup C \cup D)| = 26$ – кількість чисел із проміжку (1; 100), які не діляться на жодне із цих чисел.

9. **Програмна реалізація :**

```
#include <math.h>
#include <iostream>

using namespace std;

int main() {
	char uni[200] = { '\0' };
	int size_u = 0;
	int arr1[100] = { 0 };
	int size1;
	int arr2[100] = { 0 };
	int size2;
	int arr3[200] = { 0 };
	int size3 = 0;
	char sign;
	////////////////////// input size1 //////////////////////////////
	cout << "			Enter the size of first array :\t";
	cin >> size1;
	do{
		if (size1 > 100 || size1 < 0){
			cout << "  ERROR, size may be only from 1 to 100. Try again :\t";
			cin >> size1;
		}
	} while (size1 > 100 || size1 < 0);
	cout << "=====================================================================" << endl;
	////////////////////// input elements1 /////////////////////////////
	for (int i = 0; i < size1; i++) {
		cout << "			Enter the " << i + 1 << " element of first array :\t";
		cin >> sign;
		int element = -1;
		for (int j = 0; j < size_u; j++) {
			if (sign == uni[j]) {
				element = j;
				break;
			}
		}
		if (element >= 0) {
			arr1[element] = 1;
		}
		else {
			arr1[size_u] = 1;
			uni[size_u] = sign;
			size_u++;
		}
	}
	cout << endl <<"=====================================================================" <<
endl;
	//////////////////// input size2 ////////////////////////////////////
	cout << "			Enter the size of second array :\t";
	cin >> size2;
	do {
		if (size2 > 100 || size2 < 0) {
			cout << "  ERROR, size may be only from 1 to 100. Try again :\t";
			cin >> size2;
		}
	} while (size2 > 100 || size2 < 0);
	cout << "=====================================================================" << endl;
	////////////////////// input elements2 /////////////////////////////
	for (int i = 0; i < size2; i++) {
		cout << "			Enter the " << i + 1 << " element of second array :\t";
		cin >> sign;
		int element = -1;
		for (int j = 0; j < size_u; j++) {
			if (sign == uni[j]) {
				element = j;
				break;
```

```
				}
			}
			if (element >= 0) {
				arr2[element] = 1;
			}
			else {
				arr2[size_u] = 1;
				uni[size_u] = sign;
				size_u++;
			}
		}

		cout << endl <<"=======================================================================" <<
endl;

		for (int i = 0; i < size_u; i++) {
			if (arr1[i] == 1 || arr2[i] == 1) {
				arr3[i] = 1;
				size3++;
			}
		}
		char output[100] = { '\0' };
		for (int i = 0, j = 0; i < size_u; i++) {
			if (arr3[i] == 1) {
				output[j] = uni[i];
				j++;
			}
		}
		////////////////////// output /////////////////////////////////
		//cout << " Universum is  " << uni << endl;
		cout << "                  The association = { ";
		for (int i = 0; i < size3; i++) {
			if (i < size3 - 1) {
				cout << output[i]<< ", ";
			}
			else {
				cout << output[i];
			}
		}
		cout << " } " << endl;
		cout << endl << "=======================================================================" <<
endl;
		/////////////////// boolean //////////////////////////////////
		int size_b;
		size_b = (int)pow(2, size3);
		cout << "   Boolean = { ";
		for (int i = 0; i < size_b; i++) {
			cout << " { ";
			for (int j = 0; j < size3; j++) {
				if (i & (1 << j)) {
					cout << output[j] << " ";
				}
			}
			if (i != size_b - 1) {
				cout << " }, ";
			} else {
				cout << " } } " << endl;
			}
		}
		cout << endl;
		cout << "=======================================================================" << endl;

		system("pause");
		return 0;
		}
```

Результати програми :

D:\Desktop\Дискретна математика\ЛабораторнаN№2\laaaaab2\Debug\laaaaab2.exe

```
                    Enter the size of first array :       -8
  ERROR, size may be only from 1 to 100. Try again :      102
  ERROR, size may be only from 1 to 100. Try again :      4
======================================================================
                    Enter the 1 element of first array :  f
                    Enter the 2 element of first array :  z
                    Enter the 3 element of first array :  o
                    Enter the 4 element of first array :  m

======================================================================
                    Enter the size of second array :      -200
  ERROR, size may be only from 1 to 100. Try again :      5
======================================================================
                    Enter the 1 element of second array : z
                    Enter the 2 element of second array : 6
                    Enter the 3 element of second array : q
                    Enter the 4 element of second array : i
                    Enter the 5 element of second array : d

======================================================================
                    The association = { f, z, o, m, 6, q, i, d }

======================================================================
```

```
======================================================================
   Boolean = { { }, { f }, { z }, { f z }, { o }, { f o }, { z o }, { f z o }, { m }, { f m }, { z
m }, { f z m }, { o m }, { f o m }, { z o m }, { f z o m }, { 6 }, { f 6 }, { z 6 }, { f z 6 }, { o
6 }, { f o 6 }, { z o 6 }, { f z o 6 }, { m 6 }, { f m 6 }, { z m 6 }, { f z m 6 }, { o m 6 }, { f o m
 6 }, { z o m 6 }, { f z o m 6 }, { q }, { f q }, { z q }, { f z q }, { o q }, { f o q }, { z o q },
 { f z o q }, { m q }, { f m q }, { z m q }, { f z m q }, { o m q }, { f o m q }, { z o m q }, { f z o m
 q }, { 6 q }, { f 6 q }, { z 6 q }, { f z 6 q }, { o 6 q }, { f o 6 q }, { z o 6 q }, { f z o 6 q },
{ m 6 q }, { f m 6 q }, { z m 6 q }, { f z m 6 q }, { o m 6 q }, { f o m 6 q }, { z o m 6 q }, { f z o m 6
 q }, { i }, { f i }, { z i }, { f z i }, { o i }, { f o i }, { z o i }, { f z o i }, { m i }, { f m
 i }, { z m i }, { f z m i }, { o m i }, { f o m i }, { z o m i }, { f z o m i }, { 6 i }, { f 6 i },
{ z 6 i }, { f z 6 i }, { o 6 i }, { f o 6 i }, { z o 6 i }, { f z o 6 i }, { m 6 i }, { f m 6 i }, { z
m 6 i }, { f z m 6 i }, { o m 6 i }, { f o m 6 i }, { z o m 6 i }, { f z o m 6 i }, { q i }, { f q i },
{ z q i }, { f z q i }, { o q i }, { f o q i }, { z o q i }, { f z o q i }, { m q i }, { f m q i }, { z
m q i }, { f z m q i }, { o m q i }, { f o m q i }, { z o m q i }, { f z o m q i }, { 6 q i }, { f 6 q i
}, { z 6 q i }, { f z 6 q i }, { o 6 q i }, { f o 6 q i }, { z o 6 q i }, { f z o 6 q i }, { m 6 q i }, {
 f m 6 q i }, { z m 6 q i }, { f z m 6 q i }, { o m 6 q i }, { f o m 6 q i }, { z o m 6 q i }, { f z o m 6 q
 i }, { d }, { f d }, { z d }, { f z d }, { o d }, { f o d }, { z o d }, { f z o d }, { m d }, { f m
 d }, { z m d }, { f z m d }, { o m d }, { f o m d }, { z o m d }, { f z o m d }, { 6 d }, { f 6 d },
{ z 6 d }, { f z 6 d }, { o 6 d }, { f o 6 d }, { z o 6 d }, { f z o 6 d }, { m 6 d }, { f m 6 d }, { z
m 6 d }, { f z m 6 d }, { o m 6 d }, { f o m 6 d }, { z o m 6 d }, { f z o m 6 d }, { q d }, { f q d },
{ z q d }, { f z q d }, { o q d }, { f o q d }, { z o q d }, { f z o q d }, { m q d }, { f m q d }, { z
m q d }, { f z m q d }, { o m q d }, { f o m q d }, { z o m q d }, { f z o m q d }, { 6 q d }, { f 6 q d
}, { z 6 q d }, { f z 6 q d }, { o 6 q d }, { f o 6 q d }, { z o 6 q d }, { f z o 6 q d }, { m 6 q d }, {
 f m 6 q d }, { z m 6 q d }, { f z m 6 q d }, { o m 6 q d }, { f o m 6 q d }, { z o m 6 q d }, { f z o m 6 q
 d }, { i d }, { f i d }, { z i d }, { f z i d }, { o i d }, { f o i d }, { z o i d }, { f z o i d },
{ m i d }, { f m i d }, { z m i d }, { f z m i d }, { o m i d }, { f o m i d }, { z o m i d }, { f z o m i
 d }, { 6 i d }, { f 6 i d }, { z 6 i d }, { f z 6 i d }, { o 6 i d }, { f o 6 i d }, { z o 6 i d }, { f
 z o 6 i d }, { m 6 i d }, { f m 6 i d }, { z m 6 i d }, { f z m 6 i d }, { o m 6 i d }, { f o m 6 i d },
{ z o m 6 i d }, { f z o m 6 i d }, { q i d }, { f q i d }, { z q i d }, { f z q i d }, { o q i d }, { f o
 q i d }, { z o q i d }, { f z o q i d }, { m q i d }, { f m q i d }, { z m q i d }, { f z m q i d }, { o
m q i d }, { f o m q i d }, { z o m q i d }, { f z o m q i d }, { 6 q i d }, { f 6 q i d }, { z 6 q i d },
 { f z 6 q i d }, { o 6 q i d }, { f o 6 q i d }, { z o 6 q i d }, { f z o 6 q i d }, { m 6 q i d }, { f m 6
 q i d }, { z m 6 q i d }, { f z m 6 q i d }, { o m 6 q i d }, { f o m 6 q i d }, { z o m 6 q i d }, { f z o
 m 6 q i d } }
```

Висновок: ми провели ознайомлення з основними поняттями теорії множин, побудували діаграми Ейлера-Вена, написали програму для обчислення об’єднання та виводу булеану множини.