

6 Моделирование динамики популяции с использованием клеточного автомата

Рассматривается систему "организмы - питательная среда". В качестве параметров введены N - численность одноклеточных организмов, P - степень питательности раствора. Одним из вариантов описания такой системы являются уравнения Лотки-Вольтера для системы "хищник-жертва":

$$\frac{dP}{dt} = (r_p - c_1 N - bP) P, \quad \frac{dN}{dt} = (-r_n + c_2 P) N,$$

где r_p - скорость восстановления питательности раствора, r_n - скорость гибели одноклеточных, b - степень замедления скорости восстановления питательности раствора, c_1 и c_2 - коэффициенты взаимного влияния питательности раствора и численности одноклеточных. Графики изменения $N(t)$ и $P(t)$, полученные из решения уравнений Лотки-Вольтера, имеют вид затухающих колебаний, см. рисунок. Также на рисунке изображена фазовая диаграмма, показывающая изменение численности одноклеточных в зависимости от питательности среды.

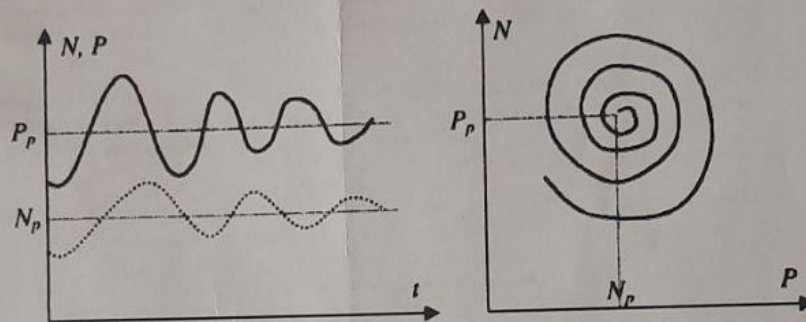


Рис. 3: Уравнение Лотки-Вольтера, слева временные зависимости численности организмов и питательности раствора, справа - фазовая диаграмма

Выполните моделирование описанной биологической системы с использованием клеточного автомата. Клеточный автомат имеет следующие параметры и правила.

1. Клеточное пространство автомата образует поле $M \times M$ клеток.
2. Окрестность клетки автомата составляют восемь соседних клеток.
3. Каждой клетке соответствует значение p степени питательности раствора (энергоемкости), которое может изменяться от 0 до p_{\max} .
4. Прирост Δp питательности раствора клетки за такт времени выполняется следующим образом:

$$\Delta p = \begin{cases} 0, & \text{если } p = p_{\max}, \\ r_p, & \text{если } p < p_{\max}, \end{cases}$$

где r_p - скорость прироста питательности.

5. Общий запас энергии питательного раствора определяется суммарной питательностью (энергией) всех клеток и не может быть более

$$P_{\max} = M^2 p_{\max}.$$

6. Общий запас энергии автомата характеризуется относительной величиной

$$P = \frac{1}{P_{\max}} \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^M p_{xy}.$$

7. Клетка автомата может быть свободной или содержать не более одного одноклеточного организма.
8. Отдельная особь одноклеточного черпает энергию из питательного раствора клетки, в которой находится, снижая его питательность и повышая свой запас энергии на Δp_N за такт.
9. Максимально возможное количество энергии, запасаемое одноклеточным, не превышает p_N .
10. На свои нужды отдельная особь затрачивает Δe_N энергии за такт.
11. Особь всегда старается перейти на соседнюю свободную клетку, выбирая направление перехода случайным образом.
12. Время жизни отдельной особи составляет L тактов.
13. Если время жизни особи превысило продолжительность жизни или запас энергии снизился до нуля, то особь умирает.
14. Начиная с возраста L_3 тактов особь считается зрелой и может производить себе подобных, затрачивая Δr_N при каждом делении дополнительно. При этом старая особь переходит на свободную соседнюю клетку, а новая остается в старой. Если свободных клеток в окрестности нет, то деление не происходит.
15. Начальное распределение особей по клеточному пространству подчинено равномерному закону распределения. Начальное число особей составляет $N_0\%$ от максимально возможного, равного $N_{\max} = M^2$. Общее число особей в автомате характеризуется абсолютной величиной n или относительной величиной $N = n/N_{\max}$.

Рассмотрите клеточный автомат со следующими исходными данными. Размер, $M = 256$. Питательный раствор: $p_{\max} = 10$, $r_p = 1$. Параметры одноклеточного организма: $L = 15$, $L_3 = 3$, $\Delta p_N = 5$, $p_N = 35$, $\Delta e_N = 2$, $\Delta r_N = 3$. Начальное число организмов равно $N_0 = 30\%$.

Постройте временные зависимости изменения величин P и N . Постройте фазовую диаграмму. Варьируйте параметры, оцените изменения происходящие на фазовой диаграмме.

Замените правило 11 на следующее: "особь всегда старается перейти на соседнюю свободную клетку с наибольшим уровнем энергии; если клетки в окрестности имеют меньший запас энергии, то особь остается в прежней клетке". Определите как изменится равновесное значение числа особей и питательности раствора, как изменится фазовая диаграмма.