

Teste de formatação

1ª Questão

As árvores de Fibonacci são um exemplo de árvores AVL em que a altura máxima é limitada superiormente por $\log(n)$, onde n é o número de nós da árvore. Quando um nó é excluído dessas árvores, as operações de corte e fusão aumentam a altura da árvore em no máximo uma unidade por caminho da raiz a uma folha. Portanto, a exclusão de nós é eficiente em termos de complexidade, exigindo apenas $O(\log(n))$ operações.

Por exemplo, considere uma árvore AVL perfeitamente balanceada com altura 3. Se um nó com valor X for excluído dessa árvore e seu sucessor for escolhido para tomar seu lugar, o novo nó (com valor maior) seria adicionado à esquerda do pai do nó excluído. Embora a árvore ainda esteja perfeitamente balanceada, o pai do nó excluído agora está desbalanceado e precisa ser rotacionado para restaurar o balanceamento. No entanto, como a distância entre o pai do nó excluído e a raiz é $\log(n)$, que é X neste exemplo, apenas uma operação de rotação é necessária para restaurar o balanceamento. Portanto, a exclusão de nós nessas árvores AVL implica na realização de $O(\log(n))$ operações de rotação para o balanceamento.

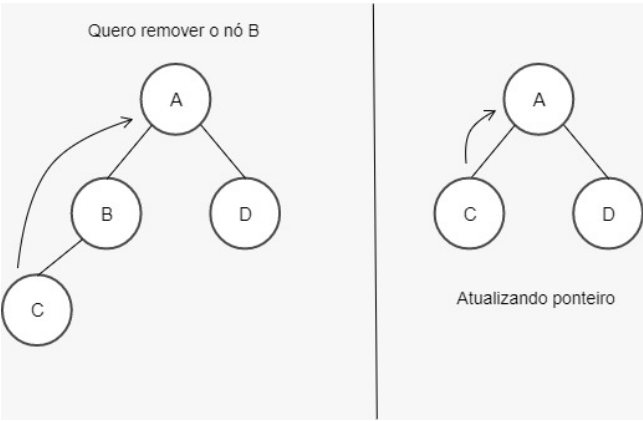
2ª Questão

O algoritmo de remoção em árvore AVL consiste em buscar o nó que se deseja remover e, em seguida, remover o nó da árvore.

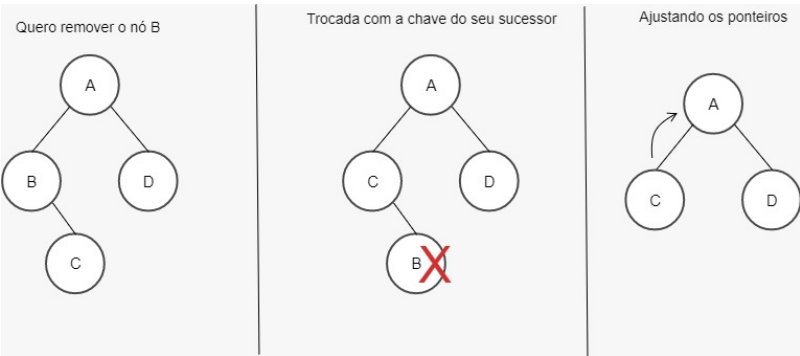
Para excluir nós em Árvores AVL é necessário levar em consideração os seguintes casos:

Se o nó encontrado for nulo, então a árvore é vazia ou a chave não existe na árvore. Não há o que remover neste caso. Caso contrário, uma vez encontrado o nó x com a chave desejada, tratamos de removê-lo da árvore. Há somente dois casos a considerar:

a) No primeiro caso, se o nó não tiver filho direito, o seu filho esquerdo assume o seu lugar na árvore e os ancestrais de x devem ter suas alturas atualizadas e ser regulados, se necessário, por meio de rotação apropriada.



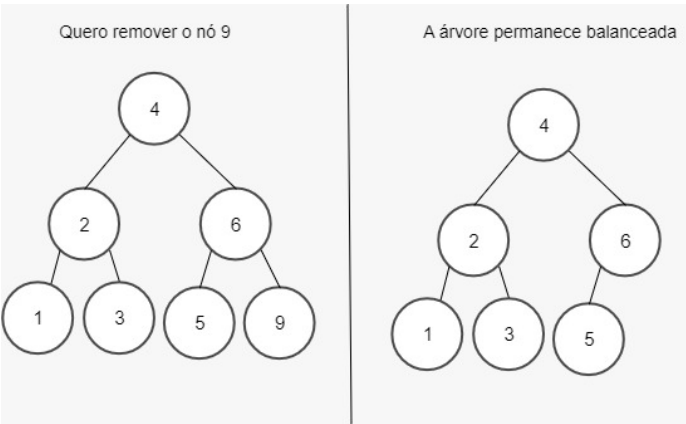
b) No segundo caso, se o nó tiver filho direito a chave do nó é trocada com a chave do seu sucessor e o sucessor é liberado. Todos os nós que estiverem no caminho do antigo pai do sucessor de x até a raiz da árvore devem ter suas alturas atualizadas e ser regulados, se necessário, por meio de rotação apropriada.



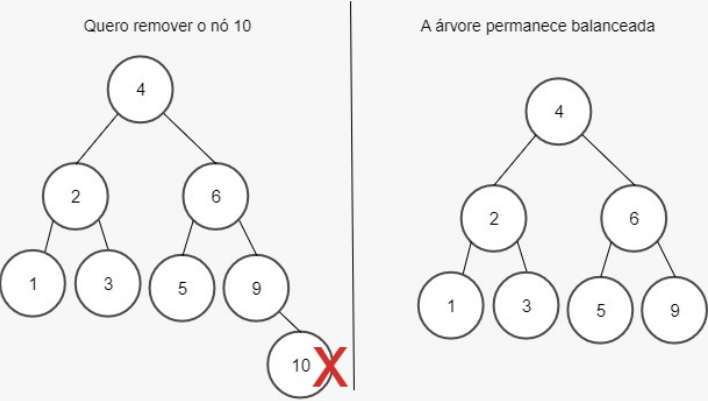
ANÁLISE DO BALANCEAMENTO NA REMOÇÃO

Os únicos nós que podem ter se tornado desbalanceados na remoção de um nó são os ancestrais do nó fisicamente removido.

C(1). No caso em que as alturas das subárvores do nó a ser removido são iguais, a remoção não afetará a altura e o balanceamento da árvore ou seja, nenhuma regulagem será necessária.



C(2). A remoção de um nó x da subárvore mais alta diminuirá a altura da árvore e pode levar a um desbalanceamento na árvore, dependendo da estrutura da árvore e da posição do nó x em relação aos seus ancestrais.



Se a subárvore removida for a subárvore esquerda ou direita de p e a outra subárvore permanecer intacta, então a árvore ainda estará balanceada.

C(3). O caso de remoção da subárvore mais baixa de um nó P pode ser dividido em subcasos:

C(3.a). - O filho direito da árvore P tem balanço = 0, então faremos uma rotação a esquerda, fazendo que o P mantenha sua subárvore esquerda e herde a subárvore esquerda do seu filho direito, como sua subárvore direita e, por fim, fazemos que o filho direito de P seja agora o pai da mesma, mantendo assim o balanceamento da árvore. Dessa forma a altura da árvore não é alterada e nenhuma nova regulagem é necessária.

C(3.b). - Nesse caso o filho direito da árvore P tem balanço = +1. Fazemos o mesmo passo do caso anterior com rotação a esquerda, tomando cuidado agora, pois, algum ancestral pode ter se tornado desregulado, já que a altura diminuiu.

C(3.c). - Nesse último caso o filho direito da árvore P tem balanço -1. Faremos outro tipo de rotação, dessa vez sendo uma rotação esquerda dupla, que basicamente será uma rotação a direita das subárvores direita da árvore, depois uma rotação simples a esquerda em P . E novamente, algum ancestral pode ter se tornado desregulado, já que a altura diminuiu.