

Q1 (30 marks). In discrete mathematics, Ramsey's theorem states that for any positive integer k , there is an integer m such that in any party with at least m guests, one of the following statements must be true:

- (1) There are at least k guests who know each other.
- (2) There are at least k guests who do not know each other.

For example, for $k = 3$, then in any party of at least 6 guests, either there are three guests who know each other, or there are three guests who do not know each other. This question asks you to write a program (using either Python, C, C++ or Java) to help verify Ramsey's theorem. The input of the program is organized as follows:

- The first line of the input has an integer m , followed by m lines of string, each representing a guest (so there are totally m guests for this input).
- Then, there is another line of integer n , followed by n lines of pair of guests (guest a and guest b know each other if and only if there is a line of pair a, b in the input).
- Then, there is a line containing an integer k .

For the output, your program should print a set of k guests who knows each other, and if there is no such set, the program should print a set of k guests who do not know each other.

Following is a sample run of the program.

```
4
a
b
c
d
3
a b
a c
b c
3
The quests in ['a', 'b', 'c'] know each other
```

The input specifies that there are four guests a, b, c, d in the party, and a knows b , a knows c , and b knows c . Thus, the set of guests $\{a, b, c\}$ know each others.

Here is another sample run:

```
4
a
b
c
d
2
a b
a c
3
The guests in ['b', 'c', 'd'] do not know each other
```

Note: You will get 15 marks if your program can only solve the case when $k = 3$.

Q2 (10 marks). You has 10 pockets and 44 coins of one dollar. You want to put your dollars into your pockets so distributed that each pocket contains a different number of dollars.

- (i) Can you do so? If yes, how? If no, justify your answer.
- (ii) Generalize the problem, considering p pockets and n dollars. Or more precisely, specify the relationship between p and n so that you can put n dollars into p pockets such that each pocket contains a different number of dollars.

Q3 (10 marks). Find the following indefinite integrals.

1. $\int \frac{2x+1}{\sqrt{x^2+x+7}} dx.$

2. $\int \frac{7}{(x-3)(2x+1)} dx.$

Note: Remember that $\int \frac{1}{x} dx = \ln x.$

Q4 (10 marks). On a flight of HKA airline, 5% of the passengers take the first-class seats. Among those passengers, 30% of them are Hong Kong citizens. It is known that 60% of the first-class passengers who are Hong Kong citizens have become members of HKA airline, and the airline only accept Hong Kong citizens as their members. If a passenger is randomly chosen from the passenger list of the flight, find the probability that the passenger takes a first-class seat but is not a member of HKA airline.

以上是 22fall 第一轮的笔试题，以下是在网上总结的一些往年笔试题

1、编程题：输入一组数据，统计数字的频率

例如：输入 [3, 4, 2, 1, 2]

输出 [1:1, 2:2, 3:1, 4:1]

2、编程题：猜数字游戏，类似 这个数比 x 小吗？

首先要指定一个最大上限 n，用户再想一个一个 1 到 n 里面的数字 m，程序需要用“这个数比 x 小”这样的问题来不断的询问，直到找到用户心里想的那个数

3、证明题：请问 $x^n - y^n$ 能否被 $x-y$ 整除，如果能，则证明；不能给出反例

4、概率题

分为 3 个小问

(1) 两个骰子和为 7 的概率有多大

(2) 两个骰子和为 12 的概率有多大

(3) 事件 A：两个骰子和为 7 事件 B：其中一个骰子为 3 两个事件是否为独立事件

5、两个 if 语句是否一样

A, B, C 为三个变量

Statement1: If (A < 10 and B < 5) or If (A < 10 and 6 < C < 10)

Statement2: If ((A < 10) and (B < 5 or (A < 10 and 6 < C < 10)))

1. 取两个长度未定的字符串，编程找出两个串中的最长子串

2. 编程取数组中的最大值、最小值

3. 看程序求输出结果，C 语言，关于函数的传入值传递、地址传递、引用传递是

否会对结果造成改变的考察

~~4~~、5、微积分求积分、极限，普通大学微积分考试里面的计算题那种

~~6~~、~~7~~、概率论，从编号 n 黑球， m 白球里拿取某种情况结果种类、概率，考察 A_b^a 、 C_d^c 内容

~~8~~、忘了，简单题

~~9~~、根据利率和本金，求 10 年后存款金额（应该面对金融方向）

~~1~~、编程题：袋子里有 N 个球，每次取只能取 1 个、2 个、3 个球，请输出所有可能的情况。例如，假设袋子里有 4 个球，则所有可能情况为：

1 1 1 1

1 2 1

1 3

2 2

3 1

1 1 2

2 1 1

~~2~~、编程题：若一个数列 $a_1, a_2 \cdots a_n$ 满足 $a_1 < a_2 < \cdots < a_i, a_i > a_{i+1} > \cdots > a_n$ ，则称该数列为单峰数列。请写一个函数，判断数列 $a_1, a_2 \cdots a_n$ 是否为单峰数列，若是则输出 1，否则输出 0。

~~3~~、数学题：计算求导和不定积分

~~4~~、数学题：

~~5~~、若事件 A, B 相互独立，则 $P(A) P(B)$ 满足什么关系？

~~6~~、事件 A ：一个家庭有 3 个孩子，其中有男孩 事件 B ：这个家庭最多有一个男孩，请判断事件 $A B$ 是否相互独立。（假设 8 种可能性的概率相等）

~~7~~、管理学：若本金为 \$10,000，年利率为 4%，列出下列问题的计算表达式

a 按照单利率计算，十年后共有多少钱？

b 按照复利率计算，十年后共有多少钱？

c 按照月复利率计算，十年后共有多少钱？

8、编程部分 ~~1~~、给正整数 N ，分解成 1 和 3 的组合，比如 $N=4$ ，分解为 1111, 13, 31(递归) ~~2~~、给个正整数 N ，判断是否有 7 位并且第 4 位是 0

~~9~~、 $x \sin x$ 求导 2. $x/(1+x)$ 求不定积分, 3 和 4 都是概率题目, 5 是写出来标准差的公式, 6 是 5 的基础上进行简单考察, 具体细节记不得了.

~~10~~、概率论 【考随机变量的函数分布】

~~11~~、从 1-20 中挑选一个整数，抽到偶数的概率是 0.7，抽到奇数的概率是 0.3，当抽到奇数 n 时，损失 n 美元，当抽到偶数 n 时，赚到 n 美元，例如抽到 3，损失 3 元，抽到 6，则赚到 6 元，求最终钱的期望值？

~~12~~、求导 $(5x^4 + \ln x)$ 求不定积分 【易】

~~13~~、概率论题目 【古典概型】

~~14~~、从一副标准的扑克牌中，给你 5 张牌

a 求有 3 个 A 的概率

b 求没有黑桃色的概率 【Spades 黑桃】

【注 英文有点难 第一次没怎么看懂题】

~~15~~、编程题【从一个整数数组中 找出出现频率最高的数】

~~16~~、编程题【从一个整数中找出乘积最大的两个整数，有负数存在】

~~17~~、算法题，用什么语言来写都行，就是经典的跳台阶问题（可以去 Leetcode 或者 GitHub 上面看看，都有解题思路和答案），考察的就是 *recursion*。我当时用了 $3N+1$ 的问题来解，有点儿摸不着头脑，毕竟没刷过题。

~~18~~、语言题，用了 python 和 C 来考察一段代码的输出结果，挺简单的。python 考了 *global* 和 *local variable* 的范围，C 考了 *swap()* 还有 *pointer*。基本上都能答得出来。

~~19~~、概率题，考排列组合。

~~20~~、代数题，考积分求导。

~~21~~、最后考了一个比较坑的 financial 问题，就是银行存钱取钱和利率的计算。里面出现了一个 *compound interest* 和 *simple interest* 弄得我摸不着头脑，不知道是啥意思。

~~22~~、考察算法/概率论 第一题是给算法找规律 第二题是逻辑和排列组合 第三题是编程 最后一题是条件概率 其他的不太记得了 只要稍稍准备过一些就非常容易做出来

~~23~~、第一题是一个看程序题，有三小问：

第一问是已知输入写输出。

第二问是问这个程序功能（是求两个数乘积）。

第三问时间复杂度。

~~24~~、第二题是概率论和集合，三小问，

第一问求三个骰子随机仍一共多少种组合，相同数字不同排列的算同一种。

第二小问是 $A \cap B = B \cap C$ ，A 是否等于 C。

第三小问是 $A \cup B = B \cup C$ ，A 是否等于 C。

~~25~~、第三题是编程题，说的是什么灯泡什么时候开什么时候关。当时考的时候没怎么仔细看没看明白，跳过去。。后来回来写的时候都没时间了

~~26~~、第四题是写递归程序，两小问

第一问写出求 n 的 m 次方

第二问写数组的逆序

~~27~~、第五题是条件概率，最经典的患病率那道题，国内上概率论应该都做过的

~~28~~、读算法，回答算法要做什么和时间复杂度

~~29~~、排列组合和集合问题

~~30~~、用递归求解 n^m 和数组转置问题

~~31~~ 编程，设有 n 个小灯泡，对之操作 n 轮，第 i 轮里编号为 i 的倍数的小灯泡的状态要变化，求 n 轮过后有多少亮着的小灯泡 Q5. 概率论，考了贝叶斯

~~32~~ 编程两道，一道递归，一道判断一个七位数的某几位是否相等。

数学考了积分，微分，条件概率和标准差笔试部分一共有 3 张 A4 纸的题目，一共有 6 道题，考了 4 道数学+2 道编程。

~~33~~ 矩阵逆的定义，给一个矩阵让求逆。

~~34~~ 标准差的定义，如果原数据集全部乘以常数 c ，则新的标准差为？

~~35~~ 求 $1/x + 4e^{2x}$ 的不定积分。

~~36~~ 两个七面骰子，求它们和的所有可能个数（不考虑顺序） 条件概率公式，一个数组里拿两个数，已知一个数为 2，求两个数的和大于 6 的概率。

~~37~~ N 级台阶，每次可以上一步或两步，返回可能的所有方法的个数（考虑顺序）。

~~38~~ 无序数组，返回乘积最大的两个数。