

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ імені Тараса Шевченка
ФАКУЛЬТЕТ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ
Кафедра програмних систем і технологій

Дисципліна
«Ймовірнісні основи програмної інженерії»

Лабораторна робота № 4
«Класичний та статистичний методи визначення ймовірності та обчислення»

Виконала:	Саніна В.О.	Перевірив:	Марцафей А.С.
Група	ІПЗ-21	Дата перевірки	
Форма навчання	денна	Оцінка	
Спеціальність	121		
2022			

Тема: класичний та статистичний методи визначення ймовірності та обчислення

Мета: навчитись використовувати на практиці набуті знання про центральні тенденції та міри.

Завдання:

Аналітичним шляхом розв'язати вказані задачі.

1. В магазин надійшла партія взуття одного фасону і розміру, але різного кольору. Партія містить 40 пар чорного кольору, 26 – коричневого, 22 – червоного і 12 пар синього. Коробки із взуттям виявились невідсортовані за кольором. Яка ймовірність того, що навамання взята коробка виявиться із взуттям червоного або синього кольору?
2. У банку працює 10 співробітників, 8 з яких є консультантами. Знайти ймовірність того, що серед навамання вибраних двох співробітників, хоча б один буде консультантом.
3. В компанії працює 10 менеджерів, серед яких двоє – родичі. Жеребкуванням вибирають трьох. Знайдіть ймовірність того, що серед вибраних фахівців буде принаймні один із родичів.
4. До мінімаркету з п'ятьма відділами прибував товар до одного з них. Ймовірність призначення товару для першого відділу $p_1=0,15$, для другого $p_2=0,25$, для третього $p_3=0,2$, а для четвертого $p_4=0,1$. Знайти ймовірність p_5 того, що цей товар призначений для п'ятого відділу.
5. У графіку руху потягів на дільниці є 120 колій для вантажних потягів. З цієї дільниці на станцію прибувають за розбіркою 80 потягів. Знайти ймовірність прибуття двох розбіркових потягів по двох сусідніх коліях.
6. Ймовірність виготовлення стандартного виробу даним станком дорівнює 0,9. Ймовірність появи виробу першого ґатунку серед стандартних виробів становить 0,8. Визначити ймовірність виготовлення виробу першого ґатунку даним станком.
7. В групі з 10 студентів, які прийшли на екзамен, 3 підготовлені відмінно, 4 – добре, 2 – посередньо і 1 – погано. В екзаменаційних білетах є 20 питань. Студент, який підготовлений відмінно може відповісти на всі 20 питань, який підготовлений добре – на 16, посередньо – на 10, погано – на 5. Визваний навамання студент відповів на три довільно заданих питання. Знайти ймовірність того, що цей студент підготовлений: а) відмінно; б) погано.
8. На трьох автоматизованих лініях виготовляють однакові деталі, причому 40% - на першій лінії, 30% - на другій та 30% - на третій. Ймовірність виготовлення стандартної деталі для цих ліній становить відповідно 0,9, 0,95 та 0,95. Виготовлені деталі надходять на склад. Яка ймовірність того, що навамання взята деталь стандартна?
9. У лікарню поступають (в середньому) 40% хворих на пневмонію, 30% - на перитоніт та 30% хворих на ангіну. Ймовірність повного одужання від пневмонії – 0,8; від перитоніту – 0,7 та ангіни – 0,85. Виписано хворого, який повністю одужав. Яка ймовірність того, що він був хворий на перитоніт?
10. 30% приладів збирає фахівець високої кваліфікації і 70% середньої. Надійність роботи приладу, зібраного фахівцем високої кваліфікації 0,9,

надійність приладу, зібраного фахівцем середньої кваліфікації 0,8. Взятий прилад виявився надійним. Визначити ймовірність того, що він зібраний фахівцем високої кваліфікації.

Математична модель:

Формула сполучення:

$$C_n^k = \frac{n!}{k! (n - k)!}$$

Класичне означення ймовірності:

$$P = \frac{A}{\theta}$$

Де A – сприятливі події, θ – загальна кількість елементів

Ймовірність появи хоча б однієї події:

$$P(A) = 1 - P(\bar{A})$$

Де \bar{A} – ймовірність протилежної події

Сума усіх ймовірностей

$$P(A) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) + \dots + P(A_n) = 1$$

Ймовірність одночасної появи двох незалежних випадкових подій A та B :

$$P(A \cap B) = P(A) * P(B)$$

Аналітичний розв'язок:

4) 1. черний - 40

кор. - 26

червоний - 22

с - 12

2. всього - 10

консультанти - 8

$$\text{червоний} \cdot c = \frac{22 \cdot 12}{40 \cdot 26 + 22 \cdot 12} = 0,34$$

$$\begin{matrix} 2 \text{ консультанта} & 1 \text{ консультант} \\ C_8^2 \cdot C_2^0 + C_8^1 \cdot C_2^1 \\ C_{10}^2 \end{matrix} =$$

$$= \frac{\frac{8!}{2! \cdot 6!} \cdot \frac{2!}{0! \cdot 2!} + \frac{8!}{1! \cdot 7!} \cdot \frac{2!}{1! \cdot 1!}}{\frac{10!}{2! \cdot 8!}} = 0,98$$

3. менеджерів - 10

розділів - 2

вісирів - 3x

$$1 - \frac{C_8^3}{C_{10}^3} \quad \text{і ті, що не розділи}$$

$$= 1 - \frac{\frac{8!}{3! \cdot 5!}}{\frac{10!}{3! \cdot 7!}} = 0,53$$

$p_1 = 0,15$

$p_2 = 0,25$

$p_3 = 0,2$

$p_4 = 0,1$

$$1 - \text{зат} (p_1, p_4) = 1 - (0,15 + 0,25 + 0,2 + 0,1) = 0,3$$

5. всього - 120 калі

прибула - 80 потів

$$\frac{C_{80}^2}{C_{120}^2} = \frac{\frac{80!}{2! \cdot 78!}}{\frac{120!}{2! \cdot 118!}} = 0,441$$

в стандарт - 0,9

і затунк - 0,8

$$0,9 \times 0,8 = 0,72$$

7. всього - 10

відмінно - 3

добре - 4

погано - 1

погано - 2

питань - 20

20

16

5

10

$$\begin{array}{l} \text{I. } \frac{3}{10} \cdot \frac{20}{20} \cdot \frac{19}{19} \cdot \frac{18}{18} = 0,3 \\ \text{II. } \frac{1}{10} \cdot \frac{5}{20} \cdot \frac{4}{19} \cdot \frac{3}{18} = 0,0027 \\ \text{III. } \frac{4}{10} \cdot \frac{16}{20} \cdot \frac{15}{19} \cdot \frac{14}{18} = 0,127 \\ \text{IV. } \frac{2}{10} \cdot \frac{10}{20} \cdot \frac{9}{19} \cdot \frac{8}{18} = 0,0215 \end{array}$$

будинок	$\frac{T}{T+II+III+IV} = \frac{0,3}{0,518} = 0,58$	
погано	$\frac{II}{T+II+III+IV} = \frac{0,0009}{0,518} = 0,002$	
8. T-40%	стандарт 0,9	ймовірність стандарту сума = $0,4 \cdot 0,8 + 0,3 \cdot 0,7 + 0,3 \cdot 0,85 = 0,51$
II-30%	0,25	
III-30%	0,25	
9. пильщиків - 40%	шанс 0,8	ймовірність перитоніту $\frac{0,3 \cdot 0,7}{0,4 \cdot 0,8 + 0,3 \cdot 0,7 + 0,3 \cdot 0,85} = 0,27$
перитоніт - 30%	0,7	
пильщиків - 30%	0,85	
10. висока - 30%	надійність 0,9	$\frac{0,3 \cdot 0,8}{0,3 \cdot 0,9 + 0,7 \cdot 0,8} = 0,33$
середня - 70%	0,8	

Псевдокод алгоритмів:

Формула сполучення:

result = факторіал n / факторіал k * факторіал різниці n та k

Знаходження ймовірності:

return кількість_заданих_подій/загальна_сума_подій;

1. Задача 1

def Task1():

кількість_пар_чорного_взуття = 40

кількість_пар_коричневого_взуття = 26

кількість_пар_червоного_взуття = 22

кількість_пар_синього_взуття = 12

сумарна_кількість_пар_взуття = кількість_пар_чорного_взуття +
кількість_пар_коричневого_взуття + кількість_пар_червоного_взуття +
кількість_пар_синього_взуття

ймовірність = (кількість_пар_червоного_взуття +
кількість_пар_синього_взуття) / сумарна_кількість_пар_взуття

2. Задача 2

def Task2 ():

Кількість_співробітників = 10

Кількість_консультантів = 8

Кількість_працівників, яких необхідно обрати = 2

Ймовірність_що_з_2_працівників_жоден_не_буде_консультантом =
Вибір_1_працівника_з_2 (ті, що не є консультантами) /

Загальна_кількість_вибірок_працівників

Ймовірність_того, що_з_2_працівників_хоча_б_1_буде_консультантом
= 1 – Протилежна_подія (жодного консультанта)

3. Задача 3

def Task3():

Кількість_менеджерів = 10

Кількість_родичів = 2

Кількість_менеджерів, яких_необхідно_обрати = 3

Мінімальна_кількість_сприятливих_подій = 1

Протилежна ймовірність (жоден родич) = Вибір 3 менеджерів з усіх менеджерів, що не є родичами / Вибір 3 менеджерів з сукупної кількості

Ймовірність того, що з 3 менеджерів хоча б 1 буде родичем = 1 –

Протилежна подія

4. Задача 4

def Task4():

ймовірність_першої_події = 0.15

ймовірність_другої_події = 0.25

ймовірність_третьої_події = 0.2

ймовірність_четвертої_події = 0.1

ймовірність_п'ятої = 1 –

сукупна_ймовірність_усіх_інших_ймовірностей

5. Задача 5

def Task5():

кількість_потягів = 80

кількість_колій = 120

probability = Вибірка двох потягів з 80 / Вибірка двох сусідніх колій з 120

6. Задача 6

def Task6():

ймовірність_виготовлення_стандартної_деталі = 0.9

ймовірність_виготовлення_деталі_вищого_гатунку = 0.8

ймовірність_одночасної_появи_2_подій =

ймовірність_виготовлення_стандартної_деталі *

ймовірність_виготовлення_деталі_вищого_гатунку

7. Задача 7

def Task7():

Сумарна кількість студентів(N)= 10

Кількість питань(T) = 20

Ідеально_підготовлений_студент=(I) = 3

Добре_підготовлений_студент(Д) = 4

Середньо_підготовлений_студент(С) = 2

Погано_підготовлений_студент(П) = 1

Ймовірність трьох правильних відповідей від ідеально підготовленого студента = $I / N * 20 / T * 19 / (T - 1) * 18 / (T - 2)$

Ймовірність трьох правильних відповідей від добре підготовленого студента = $Д / N * 16 / T * 15 / (T - 1) * 14 / (T - 2)$

Ймовірність трьох правильних відповідей від будь-якого середньо підготовленого студента = $C / N * 10 / T * 9 / (T - 1) * 8 / (T - 2)$

Ймовірність трьох правильних відповідей від будь-якого погано підготовленого студента = $\Pi / N * 5 / T * 4 / (T - 1) * 3 / (T - 2)$

сукупна ймовірність правильної відповіді від будь-якого студента =
сума_правильних_відповідей_від_ідеально_підготовленого_студента +
сума_правильних_відповідей_від_добре_підготовленого_студента +
сума_правильних_відповідей_від_середньо_підготовленого_студента +
сума_правильних_відповідей_від_погано_підготовленого_студента

ймовірність того, що правильно відповів ідеально підготовлений студент = ймовірність правильних відповідей від будь-якого ідеального студента / сукупна ймовірність правильних відповідей

ймовірність того, що правильно відповів погано підготовлений студент = ймовірність правильних відповідей від будь-якого поганого студента / сукупна ймовірність правильних відповідей

8. Задача 8

def Task8():

перша_лінія = 0.4

стандартна_деталь_1_лінії = 0.9

друга_лінія = 0.3

стандартна_деталь_2_лінії = 0.95

третя_лінія = 0.3

стандартна_деталь_3_лінії = 0.95

ймовірність стандартної деталі з будь-якого станку = ймовірність одночасної появи з першого станку + ймовірність одночасної появи з другого станку + ймовірність одночасної появи з третього станку

9. Задача 9

def Task9():

кількість_пневмонії = 0.4

кількість_перитоніту = 0.3

кількість_ангіна = 0.3

вірогідність_одужання_від_пневмонії = 0.8

вірогідність_одужання_від_перитоніту = 0.7

вірогідність_одужання_від_ангіна = 0.85

ймовірність_одужати_від_будь-якої_хвороби = кількість_пневмонії *
вірогідність_одужання_від_пневмонії + кількість_перитоніту *
вірогідність_одужання_від_перитоніту + кількість_ангіна *
вірогідність_одужання_від_ангіна

ймовірність_одужати_від_перитоніту = (кількість_перитоніту *
вірогідність_одужання_від_перитоніту) /

ймовірність_одужати_від_будь-якої_хвороби

10. Задача 10

def Task10():

висока_кваліфікація = 0.3

середня_кваліфікація = 0.7

висока_якість = 0.9

середня _ якість = 0.8

Ймовірність того, що деталь вищого гатунку була виготовлена працівником вищої кваліфікації = (висока_кваліфікація * висока_якість)/(висока_кваліфікація* висока_якість + середня_кваліфікація * середня_якість)

Демонстрація роботи алгоритмів:

```
=====
Завдання 1
Ймовірність того, що навання взята коробка виявиться із взуттям червоного або синього кольору
=====
0.34
=====
Завдання 2
Ймовірність того, що серед навання вибраних двох співробітників, хоча б один буде консультантом
=====
0.98
=====
Завдання 3
Ймовірність того, що серед вибраних фахівців буде принаймні один із родичів
=====
0.53
=====
Завдання 4
Ймовірність р5 того, що цей товар призначений для п'ятого відділу
=====
0.3
=====
Завдання 5
Ймовірність прибуття двох розбіркових потягів по двох сусідніх коліях
=====
0.44
=====
Завдання 6
Ймовірність виготовлення виробу першого ґатунку станком
=====
0.72
=====
Завдання 7
Ймовірність того, що цей студент підготовлений
а) відмінно; б) погано.
=====
а) 0.58
б) 0.002
=====
Завдання 8
Ймовірність того, що навання взята деталь стандартна
=====
0.51
=====
Завдання 9
Ймовірність того, що пацієнт був хворий на перитоніт
=====
0.27
=====
Завдання 10
Ймовірність того, що він зібраний фахівцем високої кваліфікації
=====
0.33
=====
```

Висновок: Під час виконання лабораторної роботи було розроблено алгоритми для роботи з методами визначення ймовірності, а саме: реалізація формули сполучення, ймовірності появи хоча б однієї події, суми усіх

ймовірностей, ймовірність одночасної появи двох незалежних випадкових подій А та В. Для тесту розроблених алгоритмів було аналітично і кодом розв'язано 10 задач з теорії ймовірності. Для задач 1-4 відповіді аналітичного розв'язку співпали з розв'язанням через код. В результатах задачі 5 є похибка в 0.001 через округлення мови python та аналітичного розв'язку. Для задачі 6 результати аналітичного та кодового розв'язання співпали. Для задачі 7 є невелика похибка через декілька округлень при пошуку сполучень. Для задач 8-10 результати аналітичних обчислень та обчислень кодом співпадають, значить, можна зробити висновок, що програма працює правильно.