Homomorfizem kolobarjev:

$$\rho(a) + \rho(b) = \rho(a+b)$$
$$\rho(a) \cdot \rho(b) = \rho(a \cdot b)$$
$$\rho(1) = 1$$

$G/\ker\rho \cong \operatorname{im}\rho$

edinka

Homomorfizem alagebr: H. kolobarjev + linearna preslikava

- $N \lhd G \iff aNa^{-1} \subseteq N$
- $|G:H| = 2 \implies H \lhd G$

- $H \leq G, N \lhd G \implies HN = NH \leq G$
- $N \lhd G, M \lhd G \implies NM = MN \lhd G$
- $H \leq G, N \lhd G \implies$
  1) $N \cap H \lhd H$ (2. izrek o izomorfizmu)
  2) $N \lhd HN$
  3) $HN/N \cong H/N \cap H$

- $M, N \lhd G, M \subseteq N \implies$
  1) $M \lhd N$ (3. izrek o izomorfizmu)
  2) $N/M \lhd G/M$
  3) $(G/M)/(N/M) \cong G/N$

Velja $H \leq G$ $N \trianglelefteq G$ $f: G \to G'$

$f_*(H) \leq G'$ $f_*(N) \trianglelefteq G'$

$f^*(H') \trianglelefteq G$ $f^*(N') \trianglelefteq G$

- G nima pravih netrivialnih podgrup $\Rightarrow G \cong \mathbb{Z}_p$
- G abelova $\wedge$ $p \mid G \Rightarrow \exists a \in G.$ red $a = p$
- $N \trianglelefteq G, a \in G \Rightarrow (\text{red } aN) \mid (\text{red } a)$
- ciklična grupa $\langle x \rangle$ je abl.

~~ok~~

Ideali: $I \subseteq K$ $\quad I \neq 0$

- $(I,+)$ je podgrupa $\quad a-b \in I$
- $\forall a \in I. \forall x \in K. \ ax \in I \wedge xa \in I$

glavni ideal $(a) = aK = Ka$
$(\forall I \ni a. \ aK \subseteq I)$ (če K komutativen)

Najmanjši ideal ki vsebuje a:
$$KaK = \left\{ \sum_{i=0}^{n} x_i a y_i ; \forall n \in \mathbb{N}. \ x_i, y_i \in K \right\}$$

- če ideal vsebuje obrnljiv element je $I = K$

- $I \cdot J = \left\{ \sum_{i=0}^{n} x_i y_i ; \ \forall n \in \mathbb{N}. \ x_i \in I, y_i \in J \right\}$
- $I + J$
- $I \cap J$ $\quad$ so vsi ideali

- $(I+J)/J \cong I/_{I \cap J}$

Korespondenčni izrek:

- Podkolobarji v K/I so natanko oblike L/I ; $L \leq K$, $I \subseteq L$
- $J \triangleleft K$, $I \subseteq J$. K/I so oblike J/I

- K komutativen kolobar.
  $M \triangleleft K$ je maksimalen $\Leftrightarrow$ K/M je polje

- $\forall$ pravi ideal je vsebovan v maksimalnem

$ij = k \quad ji = -k \quad ki = j$

$ik = -j \quad jk = i \quad kj = -i$

Polgrupa: asociativnost

monoid: enota

grupa: inverz

abelova grupa: komutativnost

Kolobar: abelova grupa + monoid
+ distributivnost

Obseg: Kolobar + inverz

Polje: Komutativen obseg

vektorski prostor: (abelova grupa +)

$$(\alpha+\beta)v = \alpha v + \beta v$$

$$\alpha(v+u) = \alpha v + \alpha u$$

$$(\alpha\beta)v = \alpha(\beta v)$$

$$1v = v$$

algebra Kolobar + vektorski prostor

$$\lambda(vu) = (\lambda v)u = v(\lambda u)$$

$a^2b = ba^2$

$a^3b^4 = b^4a^3$

$a^3b^{-3} = b^{-3}a^{-4}$

$a^7 = 1$

$ab = a^8 \cdot b^8 =$

$= a^6a^2bb^7 = a^6ba^2 =$

$= a^4\underline{a^2b}a^2 = a^{2+2}ba^4 = a^2ba^6 = ba^8 = ba$