Pogoji za metriko

1. $d(a,b) = 0 \Leftrightarrow a = b$
2. $d(a,b) = d(b,a)$
3. $d(a,b) + d(b,c) \geq d(a,c)$ ✓

Topologija

1. zaprtost za poljubne unije
2. zaprtost za končne preseke ✓

Baza

1. je pokritje
2. Presek dveh baznih je unija baznih ✓

zveznost $f^*(\mathcal{B}_y) \in \mathcal{T}_x$

- lahko preverimo na bazi

$\Leftrightarrow f^*(z^{zap}) =$ zaprta $\Leftrightarrow \overline{f_*(A)} \subseteq f_*(\bar{A})$

- lahko preverjamo na predbazi

$V \in P \quad f^*(V) \in \mathcal{T}_x$ ✓

odprtost ✓

- lahko preverjamo na bazi

Homeomorfizem:

f bijekcija $\wedge$ f_* bijekcija

f^* in f_* sta si inverzni

- zvezna odprta bijekcija
$\Leftrightarrow$ zvezna zaprta bijekcija

Topološka lastnost ... lastnost, ki se ohranja pri homeomorfizmih

- diskretnost
- metrizabilnost
- separabilnost
- 1 števnost, 2-števnost
- povezanost
- kompaktnost
- T_0, T_1, T_2, T_3, T_4

NE:
- omejenost
- polnost

Dednost:

- diskretnost in trivialnost NE
- metrizabilnost
- 1-števnost
- 2-števnost
- T_1, T_2, T_3, regularnost

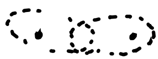
- seperabilnost
($A^{odp} \subseteq X \Rightarrow A$ je seperabilen)
- normalnost
($A^{zap} \subseteq X \Rightarrow A$ je normalen)

Multiplikativnost

- T_1, T_2, T_3

- ostro loči 
- loči 

$T_0 : \forall x, y.\ \exists U \in J.\ x \in U \wedge y \notin U$ 
(kolmogorov)

$T_1 : \forall x, y.\ \exists U, V \in J.\ x \in U,\ y \in V,\ x \notin V,\ y \notin U$
(Frécht) 

$T_2 : \forall x, y.\ \exists U \in J.\ x \in U,\ y \in V,\ U \cap V = \emptyset$ 
(Hausdorf)

$T_3 : \forall x.\ \forall A^{zap}\ x \notin A.\ \exists U, V.\ x \in U, A \subseteq V.\ U \cap V = \emptyset$

$T_4 : \forall A^{zap}, B^{zap}.\ A \cap B = \emptyset.\ \exists U, V \in J.\ A \subseteq U, B \subseteq V,$
$U \cap V = \emptyset$

Ups, nekaj je šlo narobe. Očitno ena stran ni bila uspešno pretvorjena v pdf

: (

Podbaza P, če velja: $\bigcup P = X$

$\mathcal{B} = \{ \bigcap U \,;\, U \subseteq P \wedge U \neq \emptyset \wedge |U| \neq \infty \}$

(družina vseh končnih presekov elementov P)

- generira najmanjšo topologijo, kjer so $U \in P$ odprte

Pokritja:

- $\{X_\lambda\}$ odprto pokritje za X

  $A \subseteq X. (\forall \lambda. A \cap X_\lambda$ odp $\Leftrightarrow A$ odp v $X)$
- $\{X_\lambda\}$ zaprto lokalno končno pokritje X

  $A \subseteq X. (\forall \lambda. A \cap X_\lambda$ zap $\Leftrightarrow A$ zap v X
- $\{X_\lambda\}$ odprto ali lokalno končno pokritje X

  f zvezna $\Leftrightarrow f/_{X_\lambda}$ zvezna

Vložitev: $f: X \to Z_f$ je homeomorfizem

Z_f odp $\Rightarrow$ (f je vložitev $\Leftrightarrow f$ odprta)

Z_f zap $\Rightarrow$ (f je vložitev $\Leftrightarrow f$ zaprta)

Izreki:

- $f = (f_y, f_z) : X \longrightarrow Y \times Z$

  f je zvezna $\Leftrightarrow$ f_y, f_z sta zvezni

- X je 1-števen. $\forall A \subseteq X .\ \bar{A} = L(A)$ limite zaporedij v A

  $\wedge$ (f je zvezna $\Leftrightarrow f_*(L(A)) \subseteq L(f_*(A))$)

- odprt podprostor separabilnega prostora je separabilen

- $B \subseteq A \subseteq X$

  $Cl_A B = Cl_X B \cap A$

  $Int_A B \supseteq Int_X B \cap A$

  $Fr_A B \subseteq Fr_X B \cap A$

- števen metrični prostor brez izoliranih točk ne more biti poln

- Frechetov $\Leftrightarrow$ enojci so zaprti

Implikacije:

- 2-števnost $\Rightarrow$ 1-števnost
- 2-števnost $\Rightarrow$ seperabilnost
- seperabilnost + metričnost $\Rightarrow$ 2-števnost
- metričnost $\Rightarrow$ Hausdrorffovost
- Hausdorffov $\Rightarrow$ Fréchtov
- Normalnost $\Rightarrow$ regularnost $\Rightarrow$ Hausdorf $\Rightarrow$ Frecht
- $\mathcal{J}$ hausdrorf $\wedge$ $\mathcal{J} \subseteq \mathcal{J}'$ $\Rightarrow$ $\mathcal{J}'$ hausdorf
- metričnost $\Rightarrow$ normalnost
- $T_4 + T_1 \Rightarrow T_3 + T_1 \Rightarrow T_2 \Rightarrow T_1 \Rightarrow T_0$
- regularnost (T_3+T_1) + 2-števnost $\Rightarrow$ normalnost