

Ups, nekaj je šlo
narobe. Očitno ena
stran ni bila uspešno
pretvorjena v pdf
:(

Kompaktnost

davaj gledati pokritja z baznimi okolnicami:



- M metričen $K \subseteq M$ kompaktna $\Rightarrow K$ omejena
- f zvezna, X kompaktna $\Rightarrow f_*(K)$ kompaktna
- $A^{\text{zap}} \subseteq K \Rightarrow A$ je kompaktna
- X, Y kompaktna $\Rightarrow X \times Y$ kompaktna
- $X^{\text{Hausdorff}}$, $K \subseteq X$ ^{kompat} $\Rightarrow K$ zaprt v X
- $A \subseteq \mathbb{R}^n$ je kompaktna $\Leftrightarrow A$ zaprt in omejena
- $K \subseteq \mathbb{R}^n \Rightarrow \forall f^{\text{zv}}: K \rightarrow \mathbb{R}$ je omejena
in zavzame minimum in maksimum
- V kompaktni ima vsaka nekončna množica stabilizacijo
- kompaktnost + Hausdorffov \Rightarrow normalnost
- $X^{\text{komp, metr}}$, Y^{metr} , $f^{\text{zv}}: X \rightarrow Y \Rightarrow f$ enakomerno zvezna
- Hausdorffa prostor je lokalno kompakten
 \Leftrightarrow topologija ima bazo iz relativno kompaktnih odprtih množic
- lokalna kompaktnost + Hausdorffov \Rightarrow regularnost
- metričnost \Rightarrow (kompaktnost \Leftrightarrow poln + popolnoma omejen)

Prostori preslikav

$$\langle K, U \rangle := \{ f^w: X \rightarrow Y ; f_*(K) \subseteq U \} : J_{co}$$

- Y metričen $\Rightarrow J_{co} = \text{top. enakomerne konvergenca na kompaktnih}$
- $C(X, Y)$ Hausdorff $\Rightarrow Y$ Hausdorff
- $C(X, Y)$ regularen $\Rightarrow Y$ regularen
- Urissonova lema: X je $T_4 \iff \forall A, B \text{ zap.} \subseteq X, A \cap B = \emptyset, \exists f^w: X \rightarrow [0, 1], f_*(A) = 0, f_*(B) = 1$
- normalnost + 2-štavnost \Rightarrow metrizabilnost ✓
- regularnost + 2-štavnost \Rightarrow metrizabilnost ✓
- 2-štavnost \Rightarrow (regularnost \iff metrizabilnost) ✓
- $X^{komp}, T_2, \forall a \in X, \exists U \ni a, U \subseteq \mathbb{R}^n \Rightarrow X$ lahko vložimo v nek euklidski prostor
- Vsako zvezno funkcijo lahko poljubno enakomerno aproksimiramo s polinomi:
$$\sum_{i=0}^n \left(\frac{x-i}{n} \right)^2 \cdot B_{n,i}(x) = \frac{x(1-x)}{n}$$
$$B_{n,i}(x) = \binom{n}{i} (1-x)^{n-i} x^i$$

Povezenost

Prostor (X, \mathcal{T}) je nepovezen \Leftrightarrow

$$\exists A, B \in \mathcal{T}. A \cap B = \emptyset, A, B \neq \emptyset, A \cup B = X$$

$$\Leftrightarrow \exists A \subseteq X, A \neq \emptyset, A \neq X, A \text{ zaprta in odprta}$$

$$\Leftrightarrow \exists \text{ zvezna surjektivna preslikava} \\ f: X \rightarrow (\{0, 1\}, \mathcal{T}_{\text{dis}})$$

• $X \subseteq \mathbb{R}$ povezen $\Leftrightarrow X$ je interval

• Povezanost je topološka lastnost.

$$f^w: X \rightarrow Y \quad X \text{ povezen} \Rightarrow f_*(X) \text{ povezen}$$

• $\{A_\alpha\}, A_\alpha \subseteq X, \bigcap A_\alpha \neq \emptyset \Rightarrow \bigcup A_\alpha$ je povezan

• X, Y povezane $\Rightarrow X \times Y$ povezan

• povezanost s patni \Rightarrow povezanost

lokalna povezanost:

$$\forall x \in X. \exists U \ni x. \exists V^{\text{pov}}. x \in V \subseteq U$$

- X lokalno povezan \Leftrightarrow komponente \forall odprte množice v X so odprte
- X lokalno povezan spotni \Rightarrow komponente X so komponente za povezanost s potmi:
- X lokalno povezan s potmi \Rightarrow
(X povezan $\Leftrightarrow X$ povezan s potmi)
- $A \subseteq \mathbb{R}^n$ ^{odp} povezana \Leftrightarrow povezana s potmi