

Pogoji za metriko

1. $d(a,b) = 0 \Leftrightarrow a=b$
2. $d(a,b) = d(b,a)$
3. $d(a,b) + d(b,c) \geq d(a,c)$ ✓

Topologija

1. zaprtost za poljubne unije
2. zaprtost za končne preseke ✓

Baze

1. je pokritje
2. Presek dveh baznih je unija baznih

zveznost $f^*(B_x) \in J_x$

- lahko preverimo na bazi:
 $\Leftrightarrow f^*(Z^{\text{zr}}) = \text{zrta} \Leftrightarrow \overline{f_*(A)} \subseteq f_*(\bar{A})$
- lahko preverjamo na predbazi:
 $\forall V \in \mathcal{P} \quad f^*(V) \in J_x$ ✓

odprtost

- lahko preverjamo na bazi ✓

Homeomorfizmi:

f bijekcija $\wedge f^{-1}$ bijekcija

f^{-1} in f sta si inverzni

- zveza odprta bijekcija
 \Leftrightarrow zveza zaprta bijekcija



Topološke lastnosti... lastnosti, ki se držanje
pri homeomorfizmi

- diskretnost
- metriizabilnost
- separabilnost

NE:

- omejenost
- polnost

- 1-sterenost, 2-sterenost
- povezenost
- kompaktnost
- T_0, T_1, T_2, T_3, T_4



Dednost:

- diskretnost in trivialnost NE

- metriizabilnost

- 1-sterenost

- 2-sterenost

- T_1, T_2, T_3 , regularnost

• separabilnost

$(A^{\text{odp}} \subseteq X \Rightarrow A \text{ je separabilen})$

• normalnost

$(A^{\text{zap}} \subseteq X \Rightarrow A \text{ je normalen})$



Multiplikativnost

- T_1, T_2, T_3



• ostralo loci

• loci



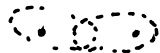
$$T_0: \forall x, y. \exists U \in \mathcal{J}. x \in U \wedge y \notin U$$

(Kolmogorov)



$$T_1: \forall x, y. \exists U, V \in \mathcal{J}. x \in U, y \in V, x \notin V, y \notin U$$

(Fréchet)



$$T_2: \forall x, y. \exists U \in \mathcal{J}. x \in U, y \in V, U \cap V = \emptyset$$

(Hausdorff)



$$T_3: \forall x. \forall A^{\text{top}}. x \notin A. \exists U, V. x \in U, A \subseteq V. U \cap V = \emptyset$$



$$T_4: \forall A^{\text{top}}, B^{\text{top}}. A \cap B = \emptyset. \exists U, V \in \mathcal{J}. A \subseteq U, B \subseteq V,$$

$$U \cap V = \emptyset$$



Podbaze \mathcal{P} , če velja: $U \cap P = X$

$$\mathcal{B} = \{ \cap U : U \subseteq \mathcal{P} \wedge U \neq \emptyset \wedge |U| \neq \infty \}$$

(druzina vseh končnih presekov elementov \mathcal{P})

- generira najmanjšo topologijo, kjer so $U \in \mathcal{P}$ odprte

Pokritja:



- $\{X_\lambda\}$ odprto pokritje za X
 $A \subseteq X. (\forall \lambda. A \cap X_\lambda \text{ odp} \Leftrightarrow A \text{ odp v } X)$
- $\{X_\lambda\}$ zaprto lokalno končno pokritje X
 $A \subseteq X. (\forall \lambda. A \cap X_\lambda \text{ zap} \Leftrightarrow A \text{ zap v } X)$
- $\{X_\lambda\}$ odprto ali lokalno končno pokritje X
 f zvezna $\Leftrightarrow f|_{X_\lambda}$ zvezna

Vložitav: $f: X \rightarrow Z_p$ je homeomorfizem

$Z_p \text{ odp} \Rightarrow (f \text{ je vložitav} \Leftrightarrow f \text{ odprta})$

$Z_p \text{ zap} \Rightarrow (f \text{ je vložitav} \Leftrightarrow f \text{ zaprta})$



Izrek:

- $f = (f_y, f_z) : X \longrightarrow Y \times Z$

f je vezna $\Leftrightarrow f_y, f_z$ sta vezni

- X je 1-Steven. $\forall A \subseteq X. \bar{A} = L(A)$ ^{↖ limite} zaporedij \bigvee_A
^ (f je vezna $\Leftrightarrow f_*(L(A)) \subseteq L(f_*(A))$)

- odprt podprostor separabilnega prostora je separabilen

- $B \subseteq A \subseteq X$

$$Cl_A B = Cl_X B \cap A$$

$$Int_A B \supseteq Int_X B \cap A$$

$$Fr_A B \subseteq Fr_X B \cap A$$

- Steven metrični prostor brez izoliranih točk ne more biti poln

- Frechetov \Leftrightarrow enojci so zaprti

Implikacije:

- 2-šternost \Rightarrow 1-šternost
- 2-šternost \Rightarrow separabilnost
- separabilnost + metričnost \Rightarrow 2-šternost
- metričnost \Rightarrow Hausdorffovost
- Hausdorffov \Rightarrow Fréchetov
- Normalnost \Rightarrow regularnost \Rightarrow Hausdorff \Rightarrow Fréchet
- J Hausdorff $\wedge J \subseteq J' \Rightarrow J'$ Hausdorff
- metričnost \Rightarrow normalnost
- $T_4 + T_1 \Rightarrow T_3 + T_1 \Rightarrow T_2 \Rightarrow T_1 \Rightarrow T_0$
- regularnost $(T_3 + T_1)$ + 2-šternost \Rightarrow normalnost

