

# STÖTAR & ÖVERFÖRING

Förstudierapport gällande faktorer som påverkar realiseringen i inelastiska stötar och rörelsemängdsmomentsöverföring.

Oskar Jonsson (cid: osjon) och Vidar Petersson (cid: vidarp)

Program: Teknisk Fysik.

Kurs: Experimentell fysik 1 - mätteknik, TIF083, del A.

## Sammandrag

Denna förstudie utforskar kollisioners dynamik i en och två dimensioner och undersöker hur olika faktorer påverkar bevarande av rörelsemängd, rörelsemängdsmoment och energi. Specifikt granskas hur relativ kollisionshastighet påverkar en-dimensionella kollisioner och hur kollisionspunkten mellan två puckar påverkar energibevarande och fördelning av rörelsemängd i två dimensioner. Genom teoretisk analys och experiment skall studien ge insikter i kollisionsbeteende med fokus på rörelsemängd, rörelsemängdsmoment och energibevarande inom slutna system. Experimentella uppställningar inkluderar luftskenor, ryttare utrustade med gummiband för en-dimensionella kollisioner och kollisioner mellan puckar på ett luftbord för två-dimensionella kollisioner. Resultaten kan avvika från ideala förväntningar på grund av icke-ideala experimentella förhållanden, såsom friktion och energiförluster. Trots detta skall studien ge värdefulla insikter som är relevanta inom områden som fordonskrocktester och kollisioner mellan himlakroppar. Den kommer bidra till en djupare förståelse av hur rörelsemängd och energi överförs i kollisioner.

## Abstract

This preliminary study explores the dynamics of one and two-dimensional collisions, investigating the impact of various factors on momentum, angular momentum and energy conservation. Specifically, it will examine the effect of relative collision velocity on one-dimensional collision outcomes and analyzes how the collision point between two pucks influences energy conservation and momentum distribution in two dimensions. Using theoretical analysis and experiments, we will derive insights into collision behavior, focusing on momentum, angular momentum, and energy conservation within closed systems. Experimental setups include air tracks, rubber-band-equipped riders for one-dimensional collisions, and puck collisions on an air table for two-dimensional collisions. The results may deviate from ideal expectations due to non-ideal experimental conditions, such as friction and energy losses. Nonetheless, this study will provide valuable insights relevant to fields like automotive safety testing and celestial body collisions, offering a deeper understanding of momentum and energy transfer in collisions.

## Innehåll

<b>1</b>	<b>Inledning</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Teori</b>	<b>1</b>
<b>3</b>	<b>Metod</b>	<b>2</b>
3.1	Försöksuppställning . . . . .	2
3.2	Utförande . . . . .	3
<b>4</b>	<b>Diskussion</b>	<b>4</b>
	<b>Referenser</b>	<b>4</b>

# 1 Inledning

Stöt, eller kollision, är ett fenomen inom klassisk mekanik där kroppar möts och växelverkar under kort tid. Dessa stötar sker i allt från galaxer ner till den mikroskopiska nivå. Därför är det intressant att undersöka stötars egenskaper och hur olika ingående faktorer kan påverka dessa. Denna förstudie syftar därför till att presentera ett förslag på hur bevaring och överföring för stötar i en och två dimensioner kan undersökas.

Det övergripande målet med denna laboration är att analysera energi- och rörelsemängdsbevaring för stötar i en och två dimensioner samt rörelsemängdsmomentöverföring i två dimensioner. För att uppfylla detta mål kommer experimentet att koncentrera sig på att besvara två konkretiserade frågeställningar:

- Hur påverkar relativ kollisionshastighet stötkoefficienten i en endimensionell stöt?
- Hur påverkar kollisionspunkten mellan två puckar energibevaring samt fördelningen mellan rörelsemängd och rörelsemängdsmoment i en tvådimensionell stöt?

Genom en kombination av teoretisk analys, experimentell datainhämtning och dataanalys syftar vi till att ge insikter av betydelse inom två ingående faktorer som styr kollisioner. Dessa insikter kommer att vara av betydelse för tillämpningar inom olika fysikaliska och tekniska områden.

# 2 Teori

Kollisioner mellan kroppar introducerar i sin tur överföring av rörelsemängd, rörelsemängdsmoment samt energi som är centrala inom den klassiska mekaniken. Dessa fenomen beskriver kroppars translation och rotation i deras rörelsedimensioner och är bevarade ur ett systemspecifikt perspektiv, det vill säga att dessa kroppars förändring av dessa storheter går att förutspå med hjälp av uttryck härledda från Newtons lagar.

Rörelsemängd är en vektorstorhet uttryckt i  $\mathbf{p}$  som är produkten av en kropps massa  $m$  och dess hastighetsvektor  $\mathbf{v}$ . Rörelsemängden är bevarad i ett slutet system om inga yttre impulser påverkar systemet vilket innebär att ett system av flera kroppars rörelsemängd kan adderas med avseende på varje kropps enskilda rörelsemängd enligt

$$\mathbf{p} = \sum_i m_i \mathbf{v}_i \quad [1]. \quad (1)$$

Rörelsemängdsmoment är även det en vektorstorhet som beskriver en kropps rotationstillstånd med avseende på dess massfördelning samt vinkelhastighet. Denna storhet beskrivs med uttrycket

$$\mathbf{L}_O = \bar{\mathbf{I}}\boldsymbol{\omega} + \mathbf{r}_{MC} \times \mathbf{p} \quad (2)$$

där  $\mathbf{L}_O$  är rörelsemängdsmomentet kring en godtycklig punkt i det bevarade systemet,  $\mathbf{r}_{MC}$  och  $\mathbf{p}$  är vektorn från kroppens masscentrum och rörelsemängdsvektorn respektive kroppens rörelsemängd.  $\bar{\mathbf{I}}$  är kroppens tröghetsmoment relativt masscentrum och  $\boldsymbol{\omega}$  är kroppens rotationshastighet med avseende på masscentrum och storheten är likt rörelsemängden bevarad i ett slutet system [1]. Vid analys av enbart rörelsemängdsmoment

kring masscentrum kan den förenklade formeln  $\mathbf{L}_{MC} = \bar{\mathbf{I}}\boldsymbol{\omega}$  användas.

I ett slutet system är energin enbart bevarad i idealfallet med en perfekt elastisk stöt men hur elastisk stöten är kan uppmärksammas med en kvot av den relativa hastigheten före och efter enligt

$$e = \frac{\Delta v'}{\Delta v}$$

där den relativa hastigheten efter stöt betecknas med  $'$  och där stötkoefficienten  $e \in [0, 1]$  där värdena 0 och 1 representerar en perfekt inelastisk respektive en perfekt elastisk stöt[1].

Den kinetiska energin för en kropp definieras enligt

$$T = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\bar{I}\omega^2$$

där parametrarna är de storheter som tidigare definierats i (1) och (2) för en godtycklig kropp fast utan sina vektoregenskaper vilket leder till att  $T$  inte har någon riktning utan enbart en storlek i systemet [1].

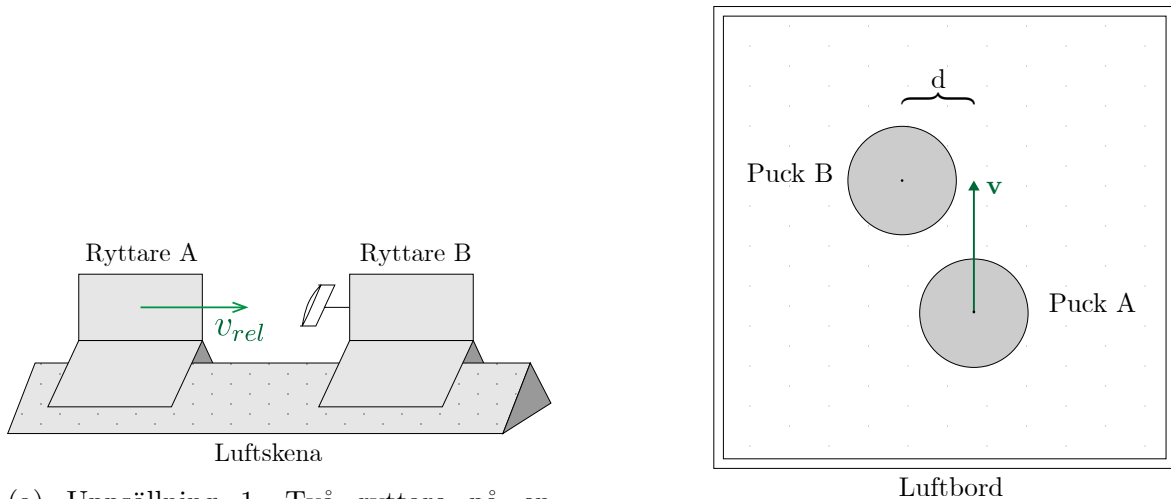
Genom att studera bevarandet av dessa storheter i ett slutet system kan man med hjälp av de uttryck som presenterats bestämma överföringen av rörelsemängd, rörelsemängdsmoment samt energi för kropparna i systemet. Denna teori är därmed essentiell för att studera stötkoefficienten, fördelningen mellan rörelsemängd och rörelsemängdsmoment samt energibevaringen för två kroppar i ett slutet system.

## 3 Metod

Den experimentella datainsamlingen kommer att följa två distinkta uppställningar för att svara på de specifika frågeställningarna gällande stötar i en dimension (del 1) och stötar samt rörelsemängdsmoment i två dimensioner (del 2). Nedan beskrivs de föreslagna uppställningarna och det tillvägagångssätt som kommer att användas för datainsamling och datahantering.

### 3.1 Försöksuppställning

För del 1 av experimentet kommer en försöksuppställning att användas som inkluderar en luftskena och två ryttare försedda med gummiband, enligt figur 1a. För del 2 kommer en annan uppställning att användas, bestående av ett luftbord, två puckar med gummiband och ett stötdon, enligt figur 1b. Ytterligare instrument inkluderar Qualisys kamerasytem med relevanta tillbehör, en våg, ett skjutmått och en mobiltelefon med gyrometer. Dessa instrument kommer att fungera som mätverktyg för att kalibrera experimentuppställningen och för att samla in data för de parametrar som nedan under experimentens utförande.



(a) Uppställning 1. Två ryttare på en luftskena kolliderar med varierad relativ hastighet. Deras kontaktpunkt består av ett uppspänt gummiband.

(b) Uppställning 2. Två puckar på ett luftbord kolliderar med varierat avstånd  $d$  från hastighetsvektorn och masscentrum.

Figur 1: Principskiss över försöksuppställningarna.

I respektive utförande kommer ett antal parametrar hos stötarna mätas experimentellt. I del 1 skall ryttarnas massa  $m_a, m_b$  och position  $x_a, x_b$  registreras. I del 2 kommer puckarnas massa  $m_a, m_b$ , radie  $r_a, r_b$ , positionsvektor för masscentrum  $\mathbf{r}_a, \mathbf{r}_b$  och vinkel  $\theta_a, \theta_b$  mätas. Positions- och vinkeldatan registreras löpande innan, under och efter stöten av kamerasystemet för att erhålla hastigheterna som är relevanta för frågeställningen.

Utifrån den insamlade datan från parametrarna ovan skall hastighet  $\mathbf{v}$ , vinkelhastighet  $\omega$ , rörelsemängd  $\mathbf{p}$ , rörelsemängdsmoment  $\mathbf{L}_{MC}$ , kinetisk energi  $T$ , kollisionspunkt  $d$  beräknas för del 1. För del 2 beräknas relativ hastighet  $v_{rel}$  och stötens elasticitetskoefficient  $e$  med hjälp av dataanalys och teorin från avsnitt 2.

### 3.2 Utförande

Inledningsvis kalibreras bordet och skenan samt deras lufttillförsel för att minimera påverkan från gravitation eller friktion. För att uppnå ökad precision i mätningarna av puckarnas position och vinkel över tid kommer tre markörer att placeras på puckarnas yttre kant. För att öka elasticiteten i kollisionerna och minska energiförluster till ljud kommer gummiband att appliceras på både ryttarnas och puckarnas kontaktytor.

Därefter utförs mätningarna genom att för hand eller med stötdon skjuta iväg ryttare och puck mot varandra. I del 1 kommer ryttarnas relativa kollisionshastighet varieras för att analysera stötens elasticitet. I del 2 varieras däremot puckarnas kollisionspunkt  $d$  för att undersöka energibevaring och fördelningen av överföring mellan rörelsemängd och rörelsemängdsmoment.

Slutligen skall analys av den insamlade positions- och vinkeldatan  $\pm 0.2$ s innan och efter stöten ske. Utifrån den datan tas ett medelvärde på hastighet och vinkelhastighet innan och efter stöt. Detta används för att vidare beräkna energi, rörelsemängd och rörelsemängdsmoment numeriskt. Exempelvis definieras kollisionspunkten som kortaste

avståndet mellan den stillastående puckens masscentrum och den andras hastighetsvektorns riktning enligt  $d = \sin(\varphi) \|\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b\|$  där  $\varphi$  är hastighetsvektorns vinkel.

## 4 Diskussion

Observation av att storheterna inte helt är bevarade enligt tidigare presenterade uttryck kommer troligtvis att göras på grund av det icke-ideala system som försöken kommer att göras i. På grund av att faktorer som både kan tillföra och tillfrånta energi till systemet kommer vara närvarande kommer till exempel stötkoefficientens uträkning inte bli exakt. Även lufttillförseln i experimenten kan bli svår att reglera så att den skapar ett system där friktionen blir så nära noll för att behålla det slutet och beroende på alla faktorerers noggrannhet samt reglerbarhet kommer överföringen divergera från 100%.

I den första uppställningen del 1, där relativ hastighet varieras mellan ryttarna i en en-dimensionell stöt, förväntas stötkoefficienten enligt presenterad teori idealiskt sett inte att påverkas. Dock kommer eventuella experimentella faktorer som ökade inre friktioner, rörelse i  $\hat{z}$ -led, energiförluster till ljud och värme i gummibandet påverka resultatet vid högre hastigheter. Vid lägre hastigheter kan det däremot bli intressant att studera ifall luftströmmar från skenan gör det möjligt för  $e < 1$  att observeras.

I del 2 förväntas ett större  $d$  enligt presenterad teori i ett idealt fall enbart påverka fördelningen mellan rörelsemängd i  $\hat{x}$  och  $\hat{y}$ -led vid stöt. Detta på grund av att idealfallet inte tar hänsyn till friktion mellan puckarnas kontaktytor. I och med att puckarna är cirkelformade uppstår enbart radiella impulser som i sin tur enbart påverkar masscentrums translation. Genom att däremot ta hänsyn till tangentiell friktion i stöten bör stora  $d$  ge upphov till större tangentiella krafter vilket i sin tur resulterar i ett impulsmoment. Det bör leda till en större rörelsemängdsmomentsöverföring som naturligt kommer bli en större andel av den ursprungliga rörelsemängden. Liknande experimentella faktorer som påverkar del 1 kommer rimligtvis även vara relevanta i del 2. Därför skall åtgärder tas för att optimera dessa faktorer så bra som möjligt för att försöka bibehålla det slutna systemet och minimera yttre faktorerers påverkan.

Resultaten av dessa experiment har potential att tillämpas inom olika fysikaliska och tekniska områden. Exempelvis kan insikterna från studien vara värdefulla både för att förbättra krocktestning i bilindustrin eller förstå kollisioner mellan himlakroppar. Detta genom att bättre förstå hur olika faktorer påverkar stötar och energiöverföring.

## Referenser

- [1] J. L. Meriam, L. G. Kraige och J. N. Bolton, *Engineering mechanics: Dynamics*. Wiley, 2020.