

宣言型プログラム論 課題7

青木大祐

平成 24 年 10 月 30 日

1 任意のリスト xs, ys , 任意の関数 f に対して, 以下の性質が成り立つことを証明せよ.

```
1 map f (xs@ys) = (map f xs)@(map f ys)
2 let rec map f l =
3   match l with
4   [] -> []
5   | x::rest -> f x :: map f rest
```

1.1 $xs = []$ について

append の定義より、 $[]@ys = ys$ となる。また、map の定義より $map f [] = []$ となる。したがって、

$$map f ([]@ys) = map f ys = (map f [])@(map f ys)$$

となるため、 $xs = []$ について成り立つ。

1.2 xs について成立することを仮定

append の定義より $map f ((x :: xs)@ys) = map f (x :: (xs@ys))$ となり、また map の定義より $f x :: map f (xs@ys)$ と等しい。

ここで xs の時成立すると仮定しているので、

$$= f x :: ((map f xs)@(map f ys)) = (f x :: (map f xs))@(map f ys) = (map f x :: xs)@(map f ys)$$

となり、 $x :: xs$ についても成立すると言える。