Informatique Fondamentale

LIV 2022-2023

Travaux Dirigés 4

Site du cours : `https://kyriakoglou.up8.site/informatiquefondamentale.html`
Les exercices marqués de (@) sont à faire dans un second temps.

Exercice 1. *Inclusion*

Pour chacune des propositions suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse.

1. $[3,5] \subset [1,6]$
2. $]3,5[\subset [3,5]$
3. $[3,5] \subset]3,5[$
4. $[-3,5[\subset [0,1]$
5. $]-\infty,5[\subset]-\infty,5]$
6. $]-6,2] \subset]-3,+\infty[$

Exercice 2. *Intersection, Union*

Donner, si possible sous forme d'intervalle, les résultats des opérations suivantes.

— $[2,6] \cap [3,7]$
— $[0,6] \cap]0,+\infty[$
— $]-\infty,-1] \cap]3,+\infty[$
— $]-\infty,-1] \cup]3,+\infty[$
— $]-\infty,3] \cup]-1,+\infty[$

Exercice 3. *Produit*

On considère les ensembles suivants :

— $A = \{a, b\}$
— $B = \{\square, \odot\}$
— $C = [3]$

Énumérer les éléments des ensembles suivants :

1. $C \times B$
2. $B \times B$ (ou B^2)
3. $A \times C \times A$

Exercice 4. *Couple enumerate*

Énumérer les éléments des ensembles suivants. (+ et < sont respectivement l'addition et la relation d'infériorité dans R)

1. $A := \{(x,y) : (x+3=y) \wedge (x \in \mathbb{Z}) \wedge (x > -5) \wedge (x < 4)\}$
2. $B := \{(m,u) : (m+3 < u) \wedge (m \in \mathbb{Z}) \wedge (m > -5) \wedge (m < 4) \wedge (u < m+9)\}$
3. $C := \{(x,9) : (x+3 < 9) \wedge (x \in \mathbb{Z}) \wedge (x > -5) \wedge (x < 4) \wedge (9 < x+9)\}$

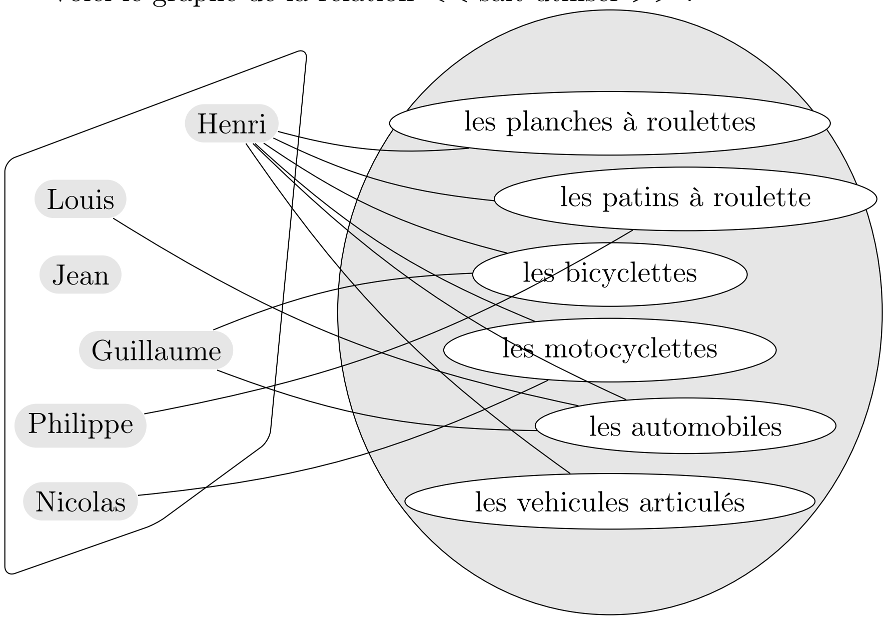
Exercice 5. *Quantificateur*

Considérons l'expression : $x^2 > 9$.

1. Peut-on dire, sans autre renseignement, que c'est une proposition ? Si oui est-elle vraie ou fausse ?
2. Maintenant l'expression $\forall x \in R, x^2 > 9$. Est-ce une proposition. Est-elle vraie ou fausse ?
3. Mêmes questions pour $\exists x \in R, x^2 > 9$

Exercice 6. *Transports*

Voici le graphe de la relation << sait utiliser >> :



Répondez aux questions suivantes :

1. Nicolas sait-il faire de la moto ?
2. Philippe sait-il conduire un véhicule articulé ?
3. Guillaume sait-il conduire une automobile ?
4. Quel est l'ensemble des véhicules que Guillaume sait utiliser ?
5. Quels sont les gens qui savent conduire une automobile ?
6. Quels sont les gens qui savent utiliser les bicyclettes et les automobiles ?
7. Quels sont les gens qui savent tout utiliser ?
8. Quels sont les véhicules que sait utiliser Jean ?

Exercice 7. *Transports 2*

Pour chaque proposition suivante, dans le contexte de l'exercice *Transports*, indiquez si elle est vraie ou fausse.

1. Il existe quelqu'un qui sait tout utiliser.
2. Il existe un vehicule qui peut être utilisé par tout le monde.
3. Tous les véhicules peuvent être utilisés par quelqu'un.
4. Tous les véhicules peuvent être utilisés par tout le monde.
5. Quelqu'un ne peut utiliser aucun véhicule.
6. Il y a un véhicule qui ne peut être utilisé par personne.

Exercice 8. *En symbole*

Si on pose :

— g : Guillaume
— p : Philippe
— j : Jean
— l : Louis
— h : Henri
— n : Nicolas
— b : les bicyclettes
— o : les patins à roulettes
— m : les motocyclettes
— v : les automobiles
— a : les véhicules articulés
— r : les planches à roulettes
— R : << sait utiliser >>.
— A : l'ensemble d'arrivé de la relation R
— D : l'ensemble de départ de la relation R

Écrire les phrases des deux exercices précédents sous la forme d'ensembles ou de propositions.

Exercice 9. *Questions*

En utilisant les codes de l'exercice *En symbole*. Répondre aux questions suivantes :

1. Quel est l'ensemble d'arrivé A de la relation << sait utiliser >> ?
2. Quel est l'ensemble de départ D de la relation << sait utiliser >> ?
3. Quel est l'ensemble de la relation << sait utiliser >> ?
4. Quel est le cardinal de la relation << ne sait pas utiliser >>, sous-ensemble de $D \times A$?

Exercice 10. *Proposition*

Indiquer si ces propositions sont vraies ou fausses. (Attention $[0,3]$ et $[0,3[$ sont deux intervalles différents)

1. $\forall x \in [0,3]$, $\exists y \in \mathbb{R}$, $x < y$
2. $\forall y \in [0,3]$, $\exists x \in \mathbb{R}$, $y < x$
3. $\forall x \in [0,3]$, $\exists y \in [0,3]$, $x < y$
4. $\forall x \in [0,3[$, $\exists y \in [0,3]$, $x < y$
5. $\exists x \in [0,3[$, $\exists y \in [0,3]$, $x < y$
6. $\forall x \in [0,3[$, $\exists y \in [0,3[$, $x < y$
7. $\exists x \in [0,3[$, $\forall y \in [0,3[$, $x < y$
8. $\exists x \in [0,3]$, $\forall y \in [0,3[$, $x < y$

Exercice 11. *En français s'il vous plaît !*

Soient A et B des ensembles et on pose H : l'ensemble des humains, R la relation <<est la mère de>>, T la relation <<est le fils>>. Que signifie chacune des expressions ou que décrit chaque ensemble suivants :

1. $\forall x \in H$, $\exists t \in H\, tRx$
2. $\forall y \in H$, $\exists t \in H$, NON (yRt)
3. $\forall x \in A$, $x \in B$
4. $\{x \in H / \forall y \in H\, \text{NON}(yRx)\}$
5. $\forall x \in H, \forall y \in H\, (xRy) \Leftrightarrow (yTx)$

Exercice 12. *Le contraire*

Pour chacune des propositions suivantes indiquer son contraire ou s'il s'agit d'un ensemble son complémentaire.

1. L'ensemble des nombres divisibles par 7.
2. $\forall a \in A$, $\exists b \in \mathbb{R}$, $x < b$
3. $\{A \in P(\mathbb{R}) / \exists x \in \mathbb{R}, \forall a \in A,\ a < x\}$
4. $A \subset B$

Exercice 13. *Les impairs*

Représentez l'ensemble des nombres impairs.
Bonus : essayez d'écrire un programme en python qui crée cet ensemble.

Exercice 14. *Miroir*

Si $X \times Y = Y \times X$, que pouvons-nous dire des ensembles X et Y ?

Exercice 15. *Relation antisymétrique*

Lesquelles des relations (R) suivantes sur l'ensemble (S) sont antisymétriques ?

1. $S = \{1,2,3,4,5\}$, R= $\{(1,3),(1,1),(2,4),(3,2),(5.4),(4,2)\}$.
2. $S = \{1,2,3,4,5\}$, $R = \{(1,4),(1,2),(2,3),(3,4),(5,2),(4,2),(1,3)\}$.
3. $S = \mathbb{Z}$ et $x\ R\ y$ si et seulement si $x^4 = y^4$.

Exercice 16. *Caractérisation des relations*

Chacune des relations suivantes est-elle réflexive, irréflexive, symétrique, antisymétrique, transitive ?

1. Soit R une relation sur $\mathbb{R}$ définie par $x\ R\ y$ si et seulement si $y = |x|$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$.
2. Soit P l'ensemble de toutes les personnes, et soit R la relation sur P donnée par $x\ R\ y$ si x et y ne sont pas nés dans la même ville, pour toutes les personnes dans P.