

Một số vấn đề về chuẩn hóa cơ sở dữ liệu

Quách Đình Hoàng

26/11/2013

1. Khóa của lược đồ

Cho lược đồ quan hệ $R(A_1, A_2, \dots, A_n)$ và tập phụ thuộc hàm (PTH) F . K là khóa của R khi và chỉ khi:

- i. K là siêu khóa: $K_F^+ = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ và
- ii. K tối tiểu: $\forall H \subset K, H_F^+ \neq \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$

Để cho thuận tiện, ta sẽ dùng ký hiệu $R(A_1A_2\dots A_n)$ thay vì $R(A_1, A_2, \dots, A_n)$ và $K_F^+ = A_1A_2\dots A_n$ hay $K_F^+ = R$ hay $K^+ = R$ (nếu F đã được ngầm hiểu) thay vì $K_F^+ = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$.

Ví dụ: Cho $R(ABCDE)$, $F = \{E \rightarrow AC, A \rightarrow B, BD \rightarrow E, CE \rightarrow A\}$. Tìm tất cả các khóa của R .

Nếu K là khóa của R thì $K_F^+ = ABCDE$.

Lấy hội các vế phải của các PTH của F , ta được $ABCE$. Vì vậy D phải thuộc K , nếu không thì $D \notin K_F^+$. (Hay có thể nhận xét rằng: D chỉ nằm ở vế trái trong các PTH của F nên D phải thuộc K , nếu không thì không có tập thuộc tính nào của R suy ra D , do đó, $D \notin K_F^+$).

Ta có, $D^+ = D$, do đó, D chưa phải là khóa.

Ta sẽ lần lượt kiểm tra xem DA, DB, DC, DE có phải là khóa không?

$$DA^+ = DABEC, DB^+ = DBEAC, DC^+ = DC, DE^+ = DEACB$$

Vì vậy DA, DB, DE là tất cả khóa có hai thuộc tính của R .

Nếu R có khóa K nào đó có nhiều hơn hai thuộc tính thì K phải chứa D và không chứa các khóa DA, DB, DE . Không có tổ hợp gồm nhiều hơn hai thuộc tính nào của R thỏa điều kiện này.

Vậy DA, DB, DE là tất cả các khóa của R .

2. Phủ tối thiểu của tập PTH

Một phủ tối thiểu (minimal cover) của tập PTH F , là tập phụ thuộc hàm (PTH) U , sao cho:

- i. U tương đương với F ($F^+ = U^+$)
- ii. Tất cả các PTH trong U có dạng $X \rightarrow A$ với A là một thuộc tính đơn.
- iii. Không thể làm U nhỏ hơn (mà vẫn giữ tính chất i) bởi
 - a. Xóa một PTH
 - b. Xóa một thuộc tính từ một PTH (từ vế trái, hay vế phải)

Các PTH và thuộc tính có thể được bỏ đi mà vẫn giữ tính chất tương đương được gọi là (du) thừa.

Thuật toán tìm phủ tối thiểu của tập PTH

Input: Tập PTH F

Output: Một phủ tối thiểu G của F

Bước 1: Tách vế phải của mỗi PTH của F thành thuộc tính đơn sử dụng luật phân rã

Bước 2: Khử các thuộc tính thừa ở vế trái trong các PTH trong F

- Nếu $XB \rightarrow A \in F$ (B là thuộc tính đơn) và $X \rightarrow A$ được suy ra bởi F , thì B là thừa
- Kiểm tra xem B có thừa trong PTH $XB \rightarrow A$ không bằng cách kiểm tra xem $A \in X_F^+$?

Bước 3: Xóa các PTH thừa trong F

- Nếu $F - \{f\}$ suy ra f , thì f là thừa
- Kiểm tra xem PTH $f: X \rightarrow A$ có thừa không bằng cách kiểm tra xem $A \in X_{F-\{f\}}^+$?

Ví dụ

Tìm một phủ tối thiểu của $F = \{ABH \rightarrow CK, A \rightarrow D, C \rightarrow E, BGH \rightarrow L, L \rightarrow AD, E \rightarrow L, BH \rightarrow E\}$

Bước 1: Tách vế phải của mỗi PTH thành thuộc tính đơn sử dụng luật phân rã

- Thay $L \rightarrow AD$ bởi $L \rightarrow A$ và $L \rightarrow D$, thay $ABH \rightarrow CK$ bởi $ABH \rightarrow C$ và $ABH \rightarrow K$.
- $F_1 = \{ABH \rightarrow C, ABH \rightarrow K, A \rightarrow D, C \rightarrow E, BGH \rightarrow L, L \rightarrow A, L \rightarrow D, E \rightarrow L, BH \rightarrow E\}$

Bước 2: Khử các thuộc tính thừa ở vế trái trong các PTH

- Nếu $XB \rightarrow A \in F$ (B là thuộc tính đơn) và $X \rightarrow A$ được suy ra bởi F , thì B là thừa.
- Xét $ABH \rightarrow C$ (có thể bỏ đi thuộc tính nào từ PTH $ABH \rightarrow C$ hay không?)
 - Bỏ A , ta muốn kiểm tra xem A có thừa không trong PTH $ABH \rightarrow C$. (Ta muốn kiểm tra xem $F_2 = (F_1 - \{ABH \rightarrow C\}) \cup \{BH \rightarrow C\}$ có tương đương với F_1 hay không. Ta luôn có F_2 suy ra F_1 (vì nếu có $BH \rightarrow C$ thì sẽ luôn có $ABH \rightarrow C$). Để kiểm tra F_1 có suy ra F_2 hay không, ta phải kiểm tra xem $BH \rightarrow C$ có được suy ra bởi F_1 hay không. Điều này tương đương với việc kiểm tra xem $BH_{F_1}^+$ có chứa C hay không.)

- Vì $C \in BH_{F_1}^+ = BHELADCK$ nên $BH \rightarrow C$ được suy ra bởi F và A là thừa trong $ABH \rightarrow C$. Do đó, có thể thay $ABH \rightarrow C$ bởi $BH \rightarrow C$.
 - $F_2 = \{BH \rightarrow C, BH \rightarrow K, A \rightarrow D, C \rightarrow E, BH \rightarrow L, L \rightarrow A, L \rightarrow D, E \rightarrow L, BH \rightarrow E\}$
- Tiếp tục, vì $B_{F_1}^+ = B$ và $H_{F_1}^+ = H$ đều không chứa C nên không thể bỏ B hay H trong PTH $BH \rightarrow C$ (tức không thể thay $BH \rightarrow C$ bởi $B \rightarrow C$ hay $H \rightarrow C$).
- Xét $ABH \rightarrow K$
 - Bỏ A , vì $K \in BH_{F_2}^+ = BHELADCK$ nên $BH \rightarrow K$ được suy ra bởi F và A là thừa trong $ABH \rightarrow K$. Do đó, có thể thay $ABH \rightarrow K$ bởi $BH \rightarrow K$.
 - $F_3 = \{BH \rightarrow C, BH \rightarrow K, A \rightarrow D, C \rightarrow E, BH \rightarrow L, L \rightarrow A, L \rightarrow D, E \rightarrow L, BH \rightarrow E\}$
 - Vì $B_{F_2}^+ = B$ và $H_{F_2}^+ = H$ đều không chứa K nên không thể bỏ B hay H trong $BH \rightarrow K$.
- Xét $BGH \rightarrow L$
 - Bỏ B , vì $L \notin GH_{F_3}^+ = GH$ nên không thể thay $BGH \rightarrow L$ bởi $GH \rightarrow L$
 - Bỏ G , vì $L \in BH_{F_3}^+ = BHELADCK$ nên $BH \rightarrow L$ được suy ra bởi F và G là thừa trong $BGH \rightarrow L$. Do đó, có thể thay $BGH \rightarrow L$ bởi $BH \rightarrow L$.
 - Bỏ H , vì $L \notin B_{F_3}^+ = B$ nên không thể bỏ H trong $BH \rightarrow C$.
 - $F_4 = \{BH \rightarrow C, BH \rightarrow K, A \rightarrow D, C \rightarrow E, BH \rightarrow L, L \rightarrow A, L \rightarrow D, E \rightarrow L, BH \rightarrow E\}$
- Xét $BH \rightarrow E$
 - Vì $B_F^+ = B$ và $H_F^+ = H$ đều không chứa E nên không thể bỏ B hay H trong $BH \rightarrow E$.
 - $F_5 = \{BH \rightarrow C, BH \rightarrow K, A \rightarrow D, C \rightarrow E, BH \rightarrow L, L \rightarrow A, L \rightarrow D, E \rightarrow L, BH \rightarrow E\}$

Bước 3: Xóa các PTH thừa

- Nếu $F - \{f\}$ suy ra f , thì f là thừa. Nếu f là $X \rightarrow A$, kiểm tra xem $A \in X_{F-\{f\}}^+$?
- Xét $BH \rightarrow C$, ta muốn kiểm tra xem PTH này có thừa không? (tức, ta muốn kiểm tra xem tập PTH $F_5 - \{BH \rightarrow C\}$ có tương đương với F_5 hay không. Ta luôn có F_5 suy ra $F_5 - \{BH \rightarrow C\}$. Để kiểm tra $F_5 - \{BH \rightarrow C\}$ có suy ra F_5 hay không, ta phải kiểm tra xem $BH \rightarrow C$ có được suy ra bởi $F_5 - \{BH \rightarrow C\}$ hay không. Điều này tương đương với việc kiểm tra xem $BH_{F_5-\{BH \rightarrow C\}}^+$ có chứa C hay không.)
 - Vì $C \notin BH_{F_5-\{BH \rightarrow C\}}^+ = BHKLADE$ nên không thể bỏ $BH \rightarrow C$.
- Xét $BH \rightarrow K$
 - Vì $K \notin BH_{F_5-\{BH \rightarrow K\}}^+ = BHCELAD$ nên không thể bỏ $BH \rightarrow K$.
- Xét $A \rightarrow D$
 - Vì $D \notin A_{F_5-\{A \rightarrow D\}}^+ = A$ nên không thể bỏ $A \rightarrow D$.
- Xét $C \rightarrow E$
 - Vì $E \notin C_{F_5-\{C \rightarrow E\}}^+ = C$ nên không thể bỏ $C \rightarrow E$.
- Xét $BH \rightarrow L$

- Vì $L \in BH_{F_5 - \{BH \rightarrow L\}}^+ = BHCKELAD$ nên có thể bỏ $BH \rightarrow L$.
- $F_6 = \{BH \rightarrow C, BH \rightarrow K, A \rightarrow D, C \rightarrow E, \text{~~BH} \rightarrow L~~, L \rightarrow A, L \rightarrow D, E \rightarrow L, BH \rightarrow E\}$
- Xét $L \rightarrow A$
 - Vì $A \notin L_{F_6 - \{L \rightarrow A\}}^+ = LD$ nên không thể bỏ $L \rightarrow A$.
- Xét $L \rightarrow D$
 - Vì $D \notin L_{F_6 - \{L \rightarrow D\}}^+ = LAD$ nên có thể bỏ $L \rightarrow D$.
 - $F_7 = \{BH \rightarrow C, BH \rightarrow K, A \rightarrow D, C \rightarrow E, \text{~~BH} \rightarrow L~~, L \rightarrow A, \text{~~L} \rightarrow D~~, E \rightarrow L, BH \rightarrow E\}$
- Xét $E \rightarrow L$
 - Vì $L \notin E_{F_7 - \{E \rightarrow L\}}^+ = E$ nên không thể bỏ $E \rightarrow L$.
- Xét $BH \rightarrow E$
 - Vì $E \notin BH_{F_7 - \{BH \rightarrow E\}}^+ = BHCKELAD$ nên có thể bỏ $BH \rightarrow E$.
 - $F_8 = \{BH \rightarrow C, BH \rightarrow K, A \rightarrow D, C \rightarrow E, \text{~~BH} \rightarrow L~~, L \rightarrow A, \text{~~L} \rightarrow D~~, E \rightarrow L, \text{~~BH} \rightarrow E~~\}$

Vậy ta tìm được một phủ tối tiểu của F là $\{BH \rightarrow C, BH \rightarrow K, A \rightarrow D, C \rightarrow E, L \rightarrow A, E \rightarrow L\}$.

Chú ý: Một tập PTH F có thể có nhiều phủ tối tiểu.

- Nếu ta thực hiện **bước 2** với thứ tự bỏ các thuộc tính theo nhiều cách khác nhau ta có thể thu được nhiều tập PTH khác nhau đều tương đương với F .
- Nếu ta thực hiện **bước 3** với thứ tự bỏ các PTH theo nhiều cách khác nhau ta có thể thu được nhiều phủ tối tiểu khác của F .

3. Thuật toán tìm phép chiếu của tập PTH

Input: Lược đồ quan hệ R , tập PTH F trên R và lược đồ quan hệ S ($S \subset R$).

Output: Tập PTH G thỏa lược đồ quan hệ S , $G = \pi_S(F) = \{X \rightarrow Y \in F^+ \mid XY \subseteq S\}$

$G = \{\}$

for each $X \subset S$

 Tính X_F^+

if $A \in X_F^+ \cap S$ **then**

$G = G \cup \{X \rightarrow A\}$

Ví dụ: $R(ABCD)$, $S(ACD)$, $F = \{A \rightarrow B, B \rightarrow C, C \rightarrow D\}$. Tìm một phủ tối tiểu của $G = \pi_S(F)$.

Theo thuật toán ta cần xét tất cả $2^3 = 8$ tập con của ACD . Tuy nhiên, ta nhận thấy rằng tập rỗng và tập gồm tất cả các thuộc tính, ACD , sẽ không suy ra được phụ thuộc hàm không tầm thường nào. Mặt khác, nếu có $X_F^+ \supseteq S$ thì ta sẽ không cần xét thêm bao đóng của các tập chứa X bởi các PTH mới (nếu có) đều có thể được suy ra từ các PTH có vế trái là X .

Do đó, ta sẽ lần lượt tính bao đóng của các thuộc tính đơn và sau đó là các các tập gồm hai thuộc tính nếu cần thiết.

$A_F^+ = ABCD$, do đó, ta tìm được $A \rightarrow C$ và $A \rightarrow D$ thỏa trên S .

$C_F^+ = CD$, do đó, ta tìm được $C \rightarrow D$ thỏa trên S .

$D_F^+ = D$, do đó, ta không tìm thêm được phụ thuộc hàm không tầm thường nào.

Vì $A_F^+ \cap S = S = ACD$, ta không cần tính bao đóng của AC , AD nữa. Lý do là bởi các PTH ta tìm thêm được, ví dụ $AC \rightarrow D$ và $AD \rightarrow C$, đều có thể được suy ra từ các PTH có vế trái là A là $A \rightarrow C$ và $A \rightarrow D$.

Do đó, tổ hợp gồm hai thuộc tính ta cần tính bao đóng là CD . Vì $CD_F^+ = CD$, do đó, ta không tìm thêm được phụ thuộc hàm không tầm thường nào.

Vậy ta tìm được các PTH $\{A \rightarrow C, A \rightarrow D, C \rightarrow D\}$ thỏa trên S .

Vì $A \rightarrow D$ có thể được suy ra từ $A \rightarrow C$ và $C \rightarrow D$ nên ta thu được tập PTH tương đương với tập PTH trên là $\{A \rightarrow C, C \rightarrow D\}$.

$\{A \rightarrow C, C \rightarrow D\}$ thực sự đã tối tiểu (vế phải trong các PTH đều là thuộc tính đơn; vế trái trong các PTH đều là thuộc tính đơn nên không có thuộc tính thừa ở vế trái; ta cũng không thể bỏ bớt PTH nào để được tập PTH tương đương).

Vậy phủ tối tiểu của $G = \pi_S(F)$ là $\{A \rightarrow C, C \rightarrow D\}$.

4. Phân rã lược đồ

Cho lược đồ quan hệ R và tập PTH F .

- i. Một *phân rã (decomposition)* của lược đồ R là một tập các lược đồ R_i với tập PTH F_i tương ứng, trong đó:
 - $R = \bigcup_i R_i$
 - $F_i = \pi_{R_i}(F)$
- ii. Một *phân rã (decomposition)* của một thể hiện r của R là một tập các thể hiện $r_i = \pi_{R_i}(r)$
- iii. Một phân rã (R_1, \dots, R_n) của R là *không mất thông tin (lossless/nonadditive join)* nếu mọi thể hiện hợp lệ r của R đều có thể được xây dựng lại từ các thành phần của nó. Nghĩa là:

$$r = r_1 \bowtie r_2 \bowtie \dots \bowtie r_n, \text{ với } r_i = \pi_{R_i}(r)$$

- iv. Một phân rã (R_1, \dots, R_n) của R , là *bảo toàn PTH (dependency preserving)* khi và chỉ khi:

$$F^+ = (F_1 \cup F_2 \cup \dots \cup F_n)^+, \text{ với } F_i = \pi_{R_i}(F)$$

Thuật toán phân rã BCNF không mất thông tin

Input: Lược đồ quan hệ R , tập PTH F trên R .

Output: Tập các lược đồ R_i thỏa BCNF và tập PTH F_i tương ứng.

$result = \{(R, F)\}$

$done = \text{false}$

while (**not** $done$)

if có $(R_i, F_i) \in result$ mà R_i không thỏa BCNF **then**

 Tìm $X \rightarrow Y$ trong R_i mà $X \rightarrow R_i \notin F^+$ (X không là siêu khóa của R_i)

$result = (result - (R_i, F_i)) \cup \{(X^+, G_i)\} \cup \{(R_i - (X^+ - X)), H_i\}$

 (Hoặc $result = (result - (R_i, F_i)) \cup \{(XY, G_i)\} \cup \{(R_i - (Y - X)), H_i\}$)

 Tính G_i, H_i dựa vào phép chiếu tập PTH F lên X^+ và $R_i - (X^+ - X)$ (hoặc Y và $R_i - (Y - X)$)

else

$done = \text{true}$

return $result$

Ví dụ: Cho lược đồ $R(ABCDEFGHKL)$, $F = \{ABH \rightarrow CK, A \rightarrow D, C \rightarrow E, BGH \rightarrow L, L \rightarrow AD, E \rightarrow L, BH \rightarrow E\}$. Hãy phân rã R thành các lược đồ thỏa BCNF.

Đầu tiên, ta cần xác định một PTH của F vi phạm BCNF. Ta thấy $ABH \rightarrow CK$ vi phạm BCNF vì $ABH^+ = ABHCKDEL \neq R$. Ta sẽ phân rã R dựa trên PTH này.

$$R_1(ABHCK) \quad R_2(ABDEGHL)$$

Ta có thể tính $F_1 = \pi_{R_1}(F) = \pi_{ABHCK}(F)$ và $F_2 = \pi_{R_2}(F) = \pi_{ABDEHK}(F)$ dùng thuật toán tìm phép chiếu của tập PTH rồi kiểm tra xem R_1 và R_2 đã thỏa BCNF hay chưa dựa trên F_1 và F_2 vừa tính được. Tuy nhiên, việc tính toán này có độ phức tạp cao (và tốn thời gian) vì trong trường hợp xấu nhất ta phải xét $(2^n - 2)$ tập con của tập có n thuộc tính. Thật không cần thiết nếu ta tốn nhiều thời gian để tính F_1 và F_2 trong khi R_1 và R_2 chưa phải là kết quả cuối cùng (R_1 và R_2 chưa là BCNF). Thay vì vậy, ta có thể kiểm tra xem R_i ($i = 1, 2$) đã thỏa BCNF chưa bằng cách kiểm tra xem có một tập con X nào của R_i mà bao đóng của X trên F khác với chính nó và không là siêu khóa của R_i , tức $X^+ \cap R_i \neq X$ và $X^+ \cap R_i \neq R_i$. Nếu có tập X như vậy thì R_i chưa thỏa BCNF và ta sẽ tiếp tục phân rã R_i dựa trên PTH có về trái là X .

Xét $R_1(ABHCK)$, ta thấy $C^+ = CELAD$ và $C^+ \cap R_1 = CA$, do đó, $C \rightarrow A$ vi phạm BCNF. Ta sẽ tiếp tục phân rã R_1 theo $C \rightarrow A$.

$$R_{11}(\underline{CA}), F_{11} = \{C \rightarrow A\} \quad R_{12}(\underline{BHCK}), F_{12} = \{BH \rightarrow CK\}$$

Cả R_{11} và R_{12} đều đã thỏa BCNF.

Xét $R_2(ADEGHL)$, ta thấy $A^+ = AD$, do đó $A \rightarrow D$ vi phạm BCNF. Ta sẽ tiếp tục phân rã R_2 theo $A \rightarrow D$.

$$R_{21}(\underline{AD}), F_{21} = \{A \rightarrow D\} \quad R_{22}(AEGHL)$$

R_{21} đã thỏa BCNF.

Xét $R_{22}(AEGHL)$, ta thấy $E^+ = ELAD$ và $E^+ \cap R_{22} = ELA$, do đó, $E \rightarrow LA$ vi phạm BCNF. Ta sẽ tiếp tục phân rã R_{22} theo $E \rightarrow LA$.

$$R_{221}(ELA) \quad R_{222}(\underline{EGH}), F_{222} = \{\}$$

R_{222} đã thỏa BCNF.

Xét $R_{221}(ELA)$, ta thấy $L^+ = LA$, do đó, $L \rightarrow A$ vi phạm BCNF. Ta sẽ tiếp tục phân rã R_{221} theo $L \rightarrow A$.

$$R_{2211}(\underline{LA}), F_{2211} = \{L \rightarrow A\} \quad R_{2212}(\underline{EL}), F_{2212} = \{E \rightarrow L\}$$

Cả R_{2211} và R_{2212} đều đã thỏa BCNF.

Tổng hợp lại, ta được phân rã sau:

$$\begin{aligned} R_{11}(\underline{CA}), F_{11} = \{C \rightarrow A\} & \quad R_{12}(\underline{BHCK}), F_{12} = \{BH \rightarrow CK\} & R_{21}(\underline{AD}), F_{21} = \{A \rightarrow D\} \\ R_{222}(\underline{EGH}), F_{222} = \{\} & \quad R_{2211}(\underline{LA}), F_{2211} = \{L \rightarrow A\} & R_{2212}(\underline{EL}), F_{2212} = \{E \rightarrow L\} \end{aligned}$$

Phân rã này không mất thông tin, nhưng không bảo toàn PTH. PTH bị mất sau khi phân rã là $C \rightarrow E$ và $BGH \rightarrow L$.

Thuật toán phân rã 3NF không mất thông tin và bảo toàn phụ thuộc hàm

Input: Lược đồ quan hệ R , tập PTH F trên R .

Output: Tập các lược đồ R_i thỏa 3NF và tập PTH F_i tương ứng.

Bước 1: Tìm một phủ tối thiểu U của F .

Bước 2: Phân U thành các U_1, U_2, \dots, U_n sao cho vế trái của tất cả các PTH trong U_i là giống nhau.

Bước 3: Với mỗi U_i , tạo lược đồ R_i gồm tất cả các thuộc tính trong U_i và $F_i = U_i$

Bước 4: Nếu không có R_i nào là siêu khóa của R , thêm lược đồ $(R_0, \{ \})$ với R_0 là khóa của R .

Ví dụ: Cho lược đồ R với $F = \{ABH \rightarrow CK, A \rightarrow D, C \rightarrow E, BGH \rightarrow L, L \rightarrow AD, E \rightarrow L, BH \rightarrow E\}$.
Hãy phân rã R thành các lược đồ thỏa 3NF không mất thông tin và bảo toàn PTH.

Bước 1: Tìm một phủ tối thiểu U của F

Dùng thuật toán tìm phủ tối thiểu ta đã tìm được phủ tối thiểu sau đây (đã làm ở trên):

$$U = \{BH \rightarrow C, BH \rightarrow K, A \rightarrow D, C \rightarrow E, L \rightarrow A, E \rightarrow L\}$$

Bước 2: Phân U thành các U_1, U_2, \dots, U_n sao cho vế trái của tất cả các PTH trong U_i là giống nhau.

$$U_1 = \{BH \rightarrow C, BH \rightarrow K\}, U_2 = \{A \rightarrow D\}, U_3 = \{C \rightarrow E\}, U_4 = \{L \rightarrow A\}, U_5 = \{E \rightarrow L\}$$

Bước 3: Với mỗi U_i , tạo lược đồ R_i gồm tất cả các thuộc tính trong U_i và $F_i = U_i$

$$R_1(BHCK), F_1 = \{BH \rightarrow C, BH \rightarrow K\} \quad R_2(AD), F_2 = \{A \rightarrow D\}$$

$$R_3(CE), F_3 = \{C \rightarrow E\} \quad R_4(AL), F_4 = \{L \rightarrow A\} \quad R_5(EL), F_5 = \{E \rightarrow L\}$$

Bước 4: Nếu không có R_i nào là siêu khóa của R , thêm lược đồ $(R_0, \{ \})$ với R_0 là khóa của R .

Vì khóa (duy nhất) của R là $BGH \not\subset R_i$ (với $i = 1, \dots, 5$) nên ta thêm lược đồ $R_0(BGH), F_0 = \{ \}$.

Tổng hợp lại ta được phân rã sau:

$$R_0(BGH), F_0 = \{ \} \quad R_1(BHCK), F_1 = \{BH \rightarrow C, BH \rightarrow K\} \quad R_2(AD), F_2 = \{A \rightarrow D\}$$

$$R_3(CE), F_3 = \{C \rightarrow E\} \quad R_4(AL), F_4 = \{L \rightarrow A\} \quad R_5(EL), F_5 = \{E \rightarrow L\}$$

Phân rã này là không mất thông tin và bảo toàn PTH. Các lược đồ R_i đều thỏa 3NF (thật sự là cả BCNF).

Nhận xét: Kết quả phân rã ở trên cho thấy một phương pháp khác để phân rã thành các lược đồ thỏa BCNF. Đầu tiên, ta sử dụng thuật toán phân rã 3NF. Sau đó, đối với bất kỳ lược đồ nào thỏa 3NF mà không thỏa BCNF, ta sẽ tiếp tục phân rã nó bằng cách sử dụng thuật toán phân rã BCNF (Khi đó, việc mất một số phụ thuộc hàm là điều không thể tránh khỏi. Nhưng ít nhất ta đã cố gắng hết sức để giữ lại nhiều PTH nhất có thể.) Ưu điểm của phương pháp này là nếu tồn tại một phân rã thành các lược đồ BCNF không mất thông tin và bảo toàn PTH thì thuật toán phân rã 3NF có khả năng sẽ tìm ra nó.