CHƯƠNG I: DAO ĐỘNG CƠ

CHỦ ĐỀ 1: ĐẠI CƯƠNG DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA

A. TÓM TẮT LÍ THUYẾT

1. Chu kì, tần số, tần số góc: $\boxed{\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}}$; $\boxed{T = \frac{t}{n}}$ (t là thời gian để vật thực hiện n dao động)

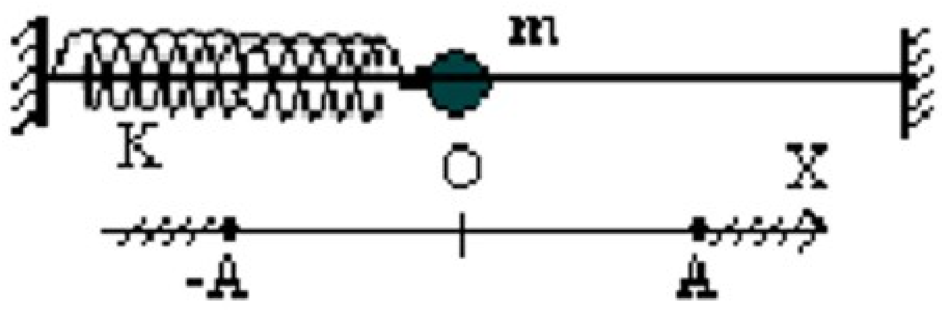
2. Dao động:

a. Dao động cơ: Chuyển động qua lại quanh một vị trí đặc biệt, gọi là vị trí cân bằng.

b. Dao động tuần hoàn: Sau những khoảng thời gian bằng nhau gọi là chu kỳ, vật trở lại vị trí cũ theo **hướng cũ.**

c. Dao động điều hòa: là dao động trong đó li độ của vật là một hàm cosin (hay sin) theo thời gian.

3. Phương trình dao động điều hòa (li độ): $\boxed{x = A\cos(\omega t + \varphi)}$

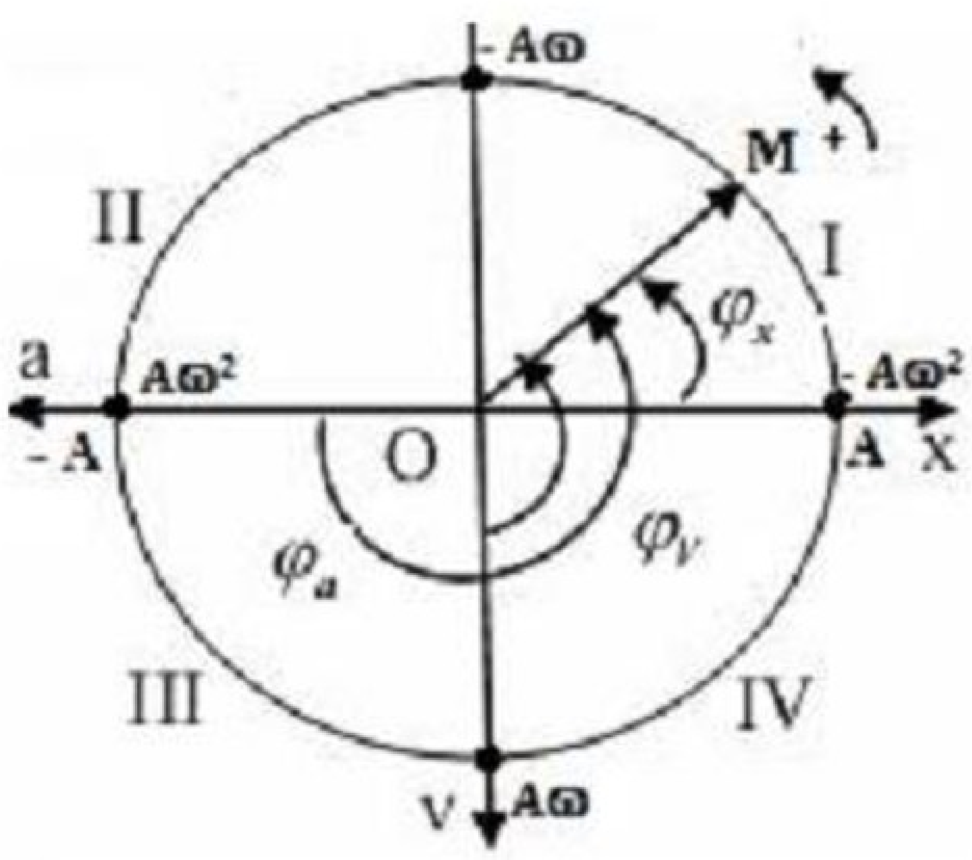


+ x: Li độ, đo bằng đơn vị độ dài cm hoặc m
+ **$A = x_{max}$**: Biên độ (luôn có giá trị dương)
+ Quỹ đạo dao động là một **đoạn thẳng dài L = 2A**
+ ω (rad/s): tần số góc; φ (rad): pha ban đầu; (ωt + φ): pha của dao động
+ **$x_{max} = A$, $|x|_{min} = 0$**

4. Phương trình vận tốc: $\boxed{v = x' = -\omega A\sin(\omega t + \varphi)}$

+ $\vec{v}$ **luôn cùng chiều với chiều chuyển động** (vật chuyển động *theo chiều dương* thì **v > 0**, *theo chiều âm* thì **v < 0**)

+ **v** luôn **sớm pha** $\frac{\pi}{2}$ so với **x**.



Tốc độ: là độ lớn của vận tốc $|v| = |\vec{v}|$

+ Tốc độ cực đại $|v|_{max} = A\omega$ khi vật ở vị trí cân bằng (x = 0).
+ Tốc độ cực tiểu $|v|_{min} = 0$ khi vật ở vị trí biên ($x = \pm A$).

5. Phương trình gia tốc: $a = v' = -\omega^2 A\cos(\omega t + \varphi) = -\omega^2 x$

+ $\vec{a}$ *có độ lớn tỉ lệ với li độ và luôn hướng về vị trí cân bằng.*

+ **a** luôn **sớm pha** $\frac{\pi}{2}$ so với **v** ; **a** và **x** luôn **ngược pha.**

+ Vật ở VTCB: x = 0; $\boxed{|v|_{max} = A\omega;\ |a|_{min} = 0}$
+ Vật ở biên: x = ± A; $\boxed{|v|_{min} = 0;\ |a|_{max} = A\omega^2}$

6. Hợp lực tác dụng lên vật (lực hồi phục):

+ $\vec{F}$ *có độ lớn tỉ lệ với li độ và luôn hướng về vị trí cân bằng.*
+ **Dao động cơ đổi chiều khi hợp lực đạt giá trị cực đại.**
+ $F_{hpmax} = kA = m\omega^2 A$: tại vị trí biên
+ $F_{hpmin} = 0$: tại vị trí cân bằng

7. Các hệ thức độc lập:

a) $\left(\frac{x}{A}\right)^2 + \left(\frac{v}{A\omega}\right)^2 = 1 \Rightarrow A^2 = x^2 + \left(\frac{v}{\omega}\right)^2$ — a) đồ thị của (v, x) là *đường elip*

b) $a = -\omega^2 x$ — b) đồ thị của (a, x) là *đoạn thẳng* đi qua gốc tọa độ

c) $\left(\frac{a}{A\omega^2}\right)^2 + \left(\frac{v}{A\omega}\right)^2 = 1 \Rightarrow A^2 = \frac{a^2}{\omega^4} + \frac{v^2}{\omega^2}$ — c) đồ thị của (a, v) là *đường elip*

d) $F = -k.x$ — d) đồ thị của (F, x) là *đoạn thẳng* đi qua gốc tọa độ

e) $\left(\frac{F}{kA}\right)^2 + \left(\frac{v}{A\omega}\right)^2 = 1 \Rightarrow A^2 = \frac{F^2}{m^2\omega^4} + \frac{v^2}{\omega^2}$ — e) đồ thị của (F, v) là *đường elip*

Chú ý:

* *Với hai thời điểm t_1, t_2 vật có các cặp giá trị x_1, v_1 và x_2, v_2* thì ta có hệ thức tính *A & T* như sau:

$$\left(\frac{x_1}{A}\right)^2+\left(\frac{v_1}{A\omega}\right)^2=\left(\frac{x_2}{A}\right)^2+\left(\frac{v_2}{A\omega}\right)^2 \Leftrightarrow \frac{x_1^2-x_2^2}{A^2}=\frac{v_2^2-v_1^2}{A^2\omega^2}\rightarrow\begin{cases}\omega=\sqrt{\dfrac{v_2^2-v_1^2}{x_1^2-x_2^2}}\rightarrow T=2\pi\sqrt{\dfrac{x_1^2-x_2^2}{v_2^2-v_1^2}}\\ A=\sqrt{x_1^2+\left(\dfrac{v_1}{\omega}\right)^2}=\sqrt{\dfrac{x_1^2v_2^2-x_2^2v_1^2}{v_2^2-v_1^2}}\end{cases}$$

**** Sự đổi chiều các đại lượng:***

- Các vectơ $\vec{a}$, $\vec{F}$ đổi chiều khi qua VTCB.
- Vectơ $\vec{v}$ đổi chiều khi qua vị trí biên.

**** Khi đi từ vị trí cân bằng O ra vị trí biên:***

- Nếu $\vec{a}\uparrow\downarrow\vec{v}\Rightarrow$ chuyển động **chậm dần**.
- Vận tốc giảm, ly độ tăng $\Rightarrow$ động năng giảm, thế năng tăng $\Rightarrow$ độ lớn gia tốc, lực kéo về tăng.

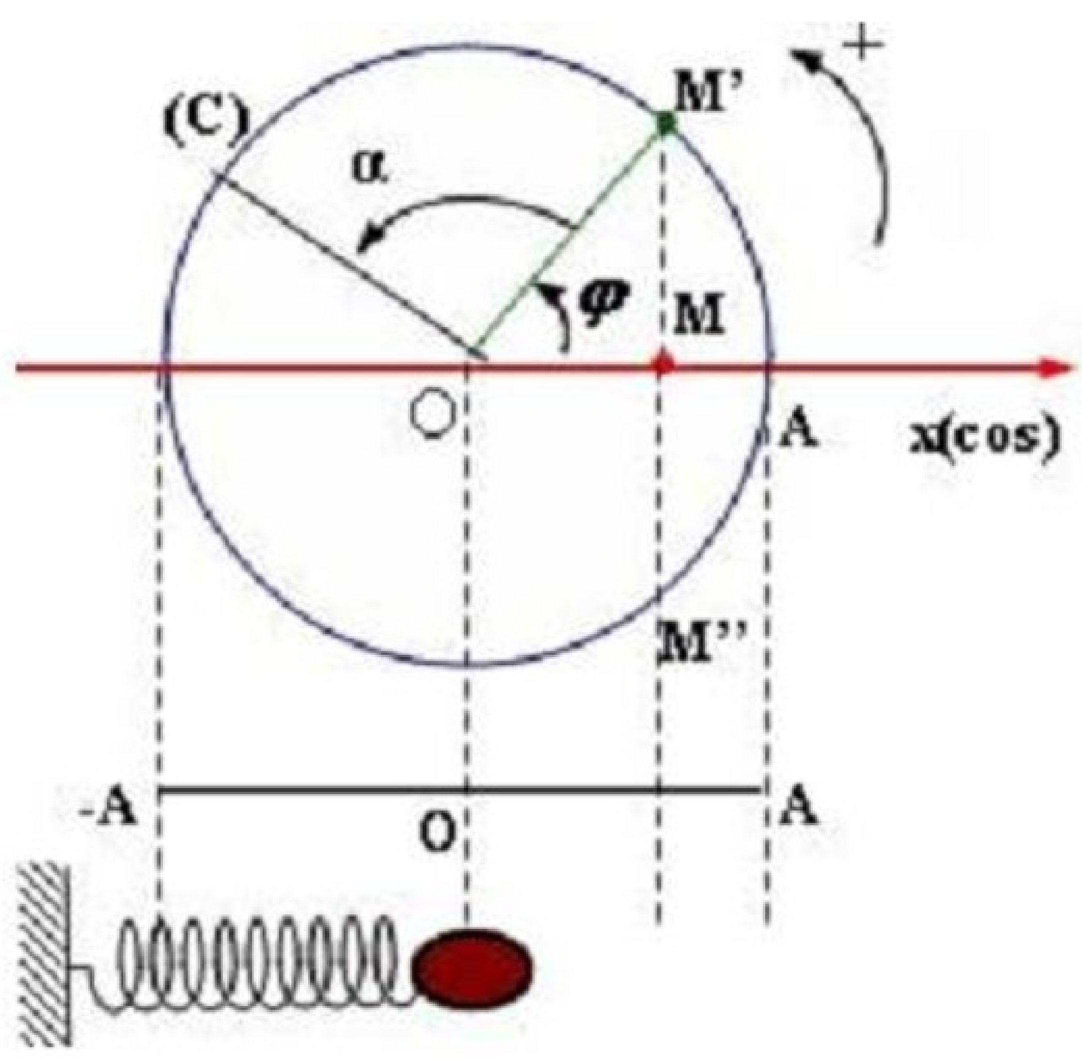
**** Khi đi từ vị trí biên về vị trí cân bằng O:***

- Nếu $\vec{a}\uparrow\uparrow\vec{v}\Rightarrow$ chuyển động **nhanh dần**.
- Vận tốc tăng, ly độ giảm $\Rightarrow$ động năng tăng, thế năng giảm $\Rightarrow$ độ lớn gia tốc, lực kéo về giảm.

* *Ở đây không thể nói là vật dao động nhanh dần **"đều"** hay chậm dần **"đều"** vì dao động là loại chuyển động có gia tốc a biến thiên điều hòa chứ không phải gia tốc a là hằng số.*

8. Mối liên hệ giữa dao động điều hòa (DĐĐH) và chuyển động tròn đều (CĐTĐ):

a) DĐĐH được xem là **hình chiếu vị trí** của một chất điểm **CĐTĐ** lên một trục nằm trong mặt phẳng quỹ đạo & ngược lại với: $\boxed{A=R;\ \omega=\dfrac{v}{R}}$



b) Các bước thực hiện:

- **Bước 1:** Vẽ đường tròn (O ; R = A).
- **Bước 2:** Tại t = 0, xem vật đang ở đâu và bắt đầu chuyển động theo chiều âm hay dương:
  + Nếu $\varphi>0$: vật chuyển động ***theo chiều âm*** (về biên âm)
  + Nếu $\varphi<0$: vật chuyển động ***theo chiều dương*** (về biên dương)
- **Bước 3:** Xác định ***điểm tới*** để xác định ***góc quét Δφ***, từ đó xác định được ***thời gian và quãng đường*** chuyển động.

c) Bảng tương quan giữa DĐĐH và CĐTĐ:

Dao động điều hòa x = Acos(ωt+φ)	Chuyển động tròn đều (O, R = A)
A là biên độ	R = A là bán kính
ω la tần số góc	ω la tốc độ góc
(ωt+φ) la pha dao động	(ωt+φ) là tọa độ góc
v_{max} = Aω la tốc độ cực đại	v = Rω là tốc độ dài
a_{max} = Aω² la gia tốc cực đại	a_{ht} = Rω² là gia tốc hướng tâm
F_{phmax} = mAω² là hợp lực cực đại tác dụng lên vật	F_{ht} = mAω² là lực hướng tâm tác dụng lên vật

9. Các dạng dao động có phương trình đặc biệt:

a x = a ± Acos(ωt + φ) với a = const $\Rightarrow$ Biên độ: $\begin{cases}\text{Biên độ A}\\ \text{Tọa độ VTCB: x = A}\\ \text{Tọa độ vị trí biên x} = \pm\text{ A}\end{cases}$

b) x = a ± Acos²(ωt + φ) với a = const ⇒ $\boxed{\text{Biên độ: } \frac{A}{2};\ \omega' = 2\omega;\ \varphi' = 2\varphi}$

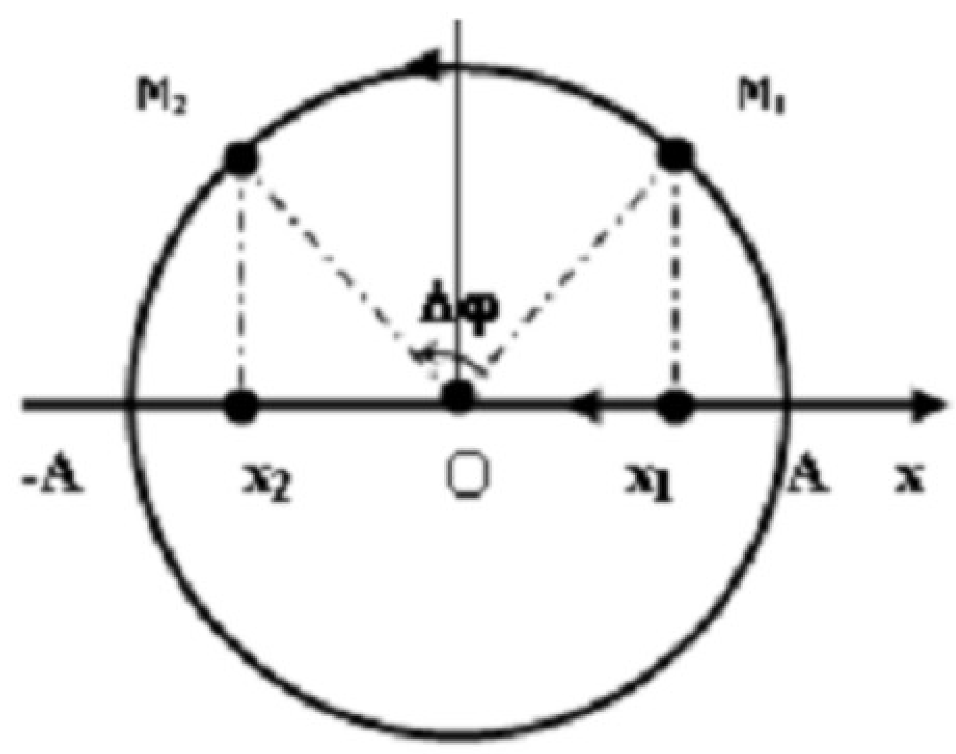
B. PHÂN DẠNG VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI CÁC DẠNG BÀI TẬP

🕮 DẠNG 1: Tính thời gian và đường đi trong dao động điều hòa

a) Tính khoảng thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí x_1 đến x_2:

*** Cách 1:** ***Dùng mối liên hệ DĐĐH và CĐTĐ***

$$\begin{cases} T \to 360^0 \\ t - ? \to \Delta\varphi \end{cases} \Rightarrow \boxed{\Delta t = \frac{\Delta\varphi}{\omega} = \frac{\Delta\varphi}{360^0}.T}$$



*** Cách 2:** ***Dùng công thức tính & máy tính cầm tay***

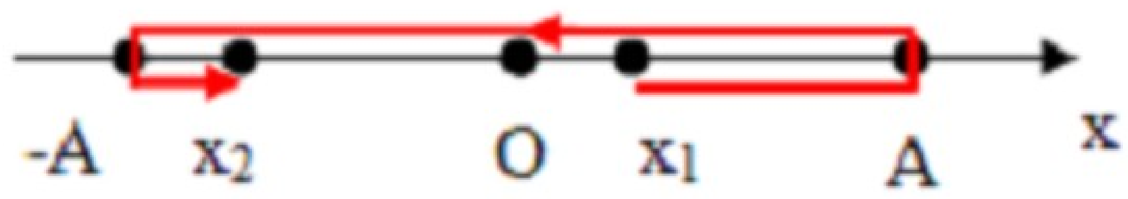
- Nếu đi từ **VTCB đến li độ x** hoặc ngược lại: $\boxed{\Delta t = \frac{1}{\omega}\arcsin\frac{|x|}{A}}$
- Nếu đi từ **VT biên đến li độ x** hoặc ngược lại: $\boxed{\Delta t = \frac{1}{\omega}\arccos\frac{|x|}{A}}$

b) Tính quãng đường đi được trong thời gian t:

- Biểu diễn t dưới dạng: $t = nT + \Delta t$; trong đó n là số dao động nguyên; Δt là khoảng thời gian còn lẻ ra ($\Delta t < T$).
- Tổng quãng đường vật đi được trong thời gian t: $S = n.4A + \Delta s$

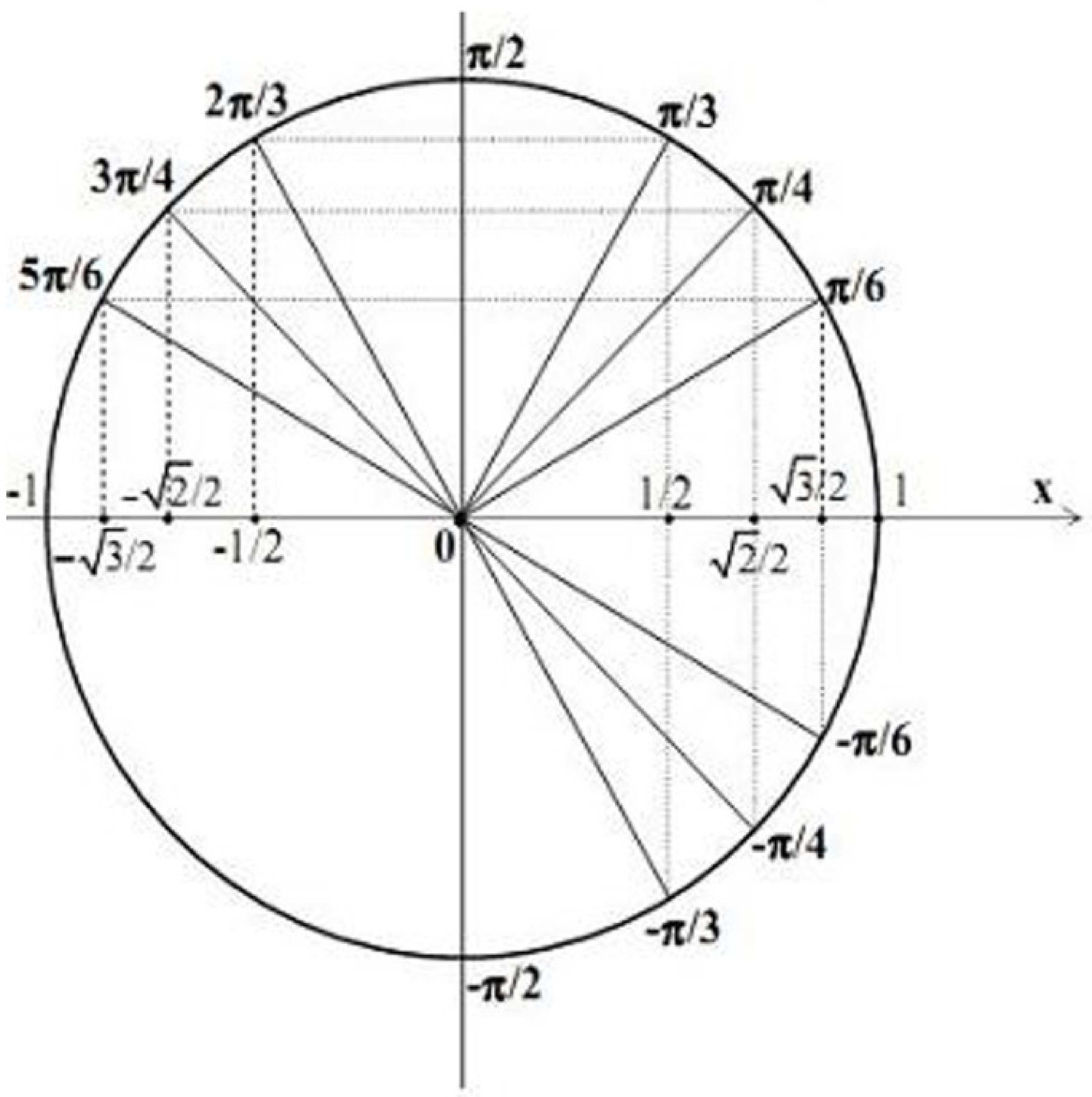
Với Δs là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian Δt, ta tính nó bằng việc vận dụng mối liên hệ giữa DĐĐH và CĐTĐ:

Ví dụ: Với hình vẽ bên thì $\Delta s = 2A + (A - x_1) + (A - |x_2|)$

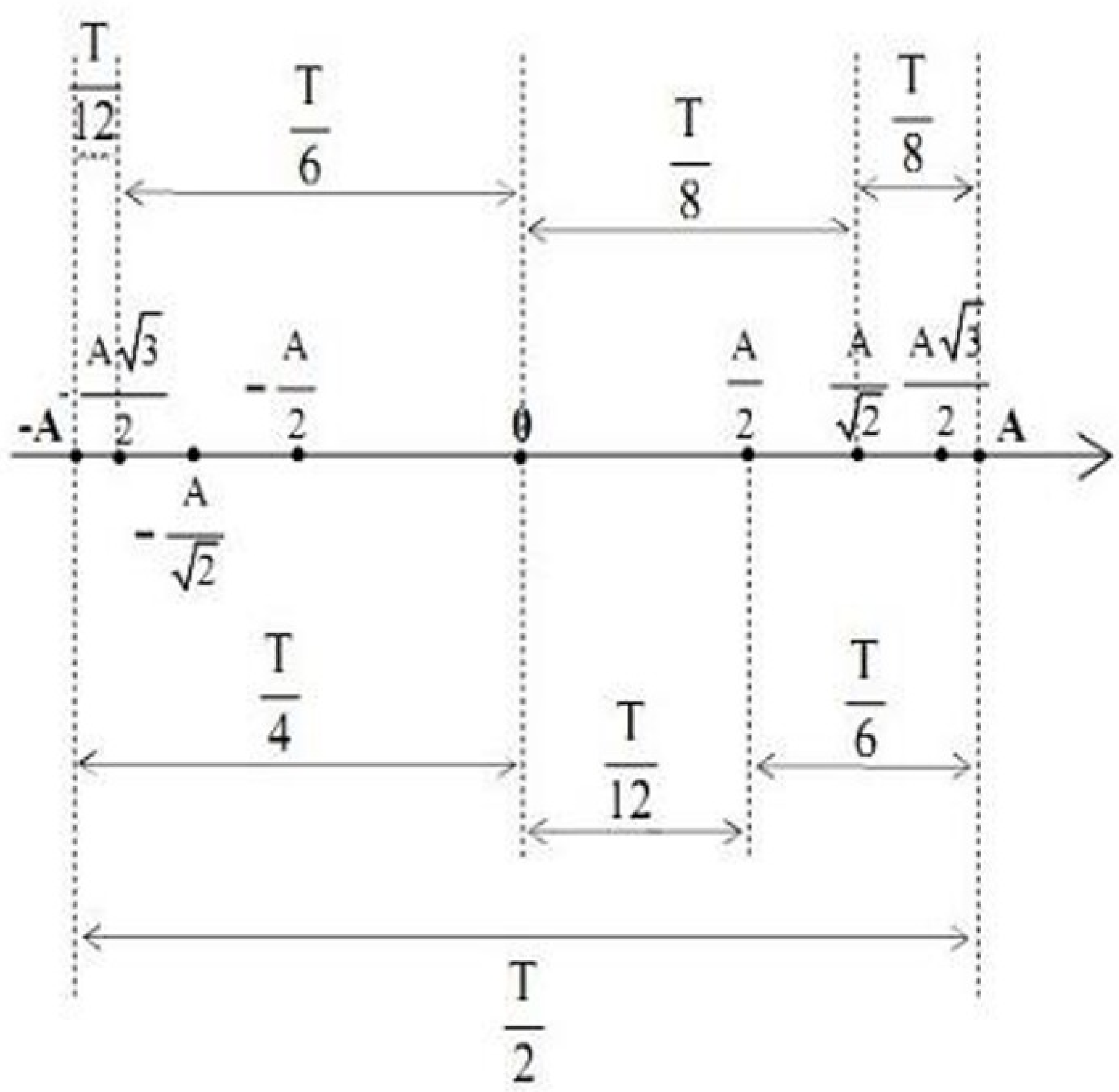


Các trường hợp đặc biệt: $\begin{cases} \text{Neu } t = T \text{ thì } s = 4A \\ \text{Neu } t = \frac{T}{2} \text{ thì } s = 2A \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{Neu } t = n.T \text{ thì } s = n.4A \\ \text{Neu } t = nT + \frac{T}{2} \text{ thì } s = n.4A + 2A \end{cases}$$



Đường tròn lượng giác



Thời gian chuyển động và quãng đường tương ứng

🕮 DẠNG 2: Tính tốc độ trung bình và vận tốc trung bình

1. Tốc độ trung bình: $v_{tb} = \dfrac{S}{\Delta t}$ với S là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian Δt.

⇒ Tốc độ trung bình **trong 1 hoặc n chu kì** là: $\boxed{v_{tb} = \dfrac{4A}{T} = \dfrac{2v_{max}}{\pi}}$

2. Vận tốc trung bình: $\bar{v} = \dfrac{\Delta x}{\Delta t} = \dfrac{x_2 - x_1}{\Delta t}$ với Δx là độ dời vật thực hiện được trong khoảng thời gian Δt.

Độ dời trong 1 hoặc n chu kỳ bằng 0 ⇒ Vận tốc trung bình **trong 1 hoặc n chu kì** bằng 0.

📖 **DẠNG 3: Xác định trạng thái dao động của vật sau (trước) thời điểm t một khoảng Δt.**

Với loại bài toán này, trước tiên ta kiểm tra xem **ω.Δt** = Δφ *nhận giá trị nào:*

- Nếu $\Delta\varphi = 2k\pi$ thì $x_2 = x_1$ và $v_2 = v_1$;
- Nếu $\Delta\varphi = (2k + 1)\pi$ thì $x_2 = -x_1$ và $v_2 = -v_1$;
- Nếu **Δφ có giá trị khác**, ta dùng mối liên hệ DĐĐH và CĐTĐ để giải tiếp:

• **Bước 1**: Vẽ đường tròn có bán kính R = A (biên độ) và trục Ox nằm ngang

• **Bước 2:** Biểu diễn trạng thái của vật tại thời điểm t trên quỹ đạo và vị trí tương ứng của M trên đường tròn.

Lưu ý: *ứng với x đang giảm: vật chuyển động theo chiều âm; ứng với x đang tăng: vật chuyển động theo chiều dương.*

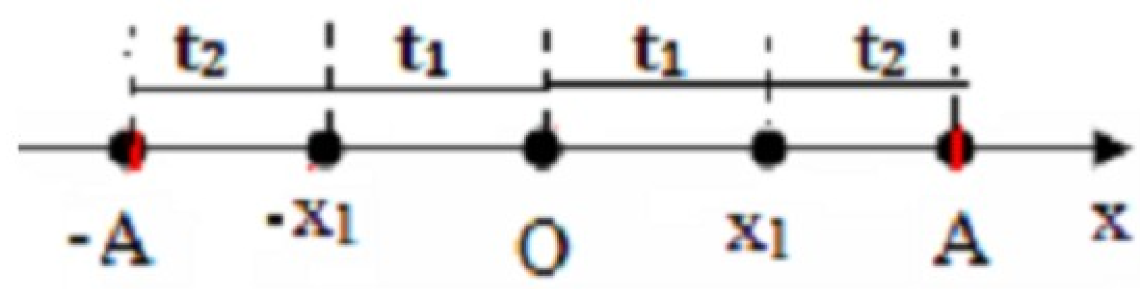
• **Bước 3:** Từ góc **Δφ = ωΔt** mà OM quét trong thời gian Δt**,** hạ hình chiếu xuống trục Ox suy ra vị trí, vận tốc, gia tốc của vật tại thời điểm t + Δt hoặc t – Δt.

📖 **DẠNG 4: Tính thời gian trong một chu kỳ để |x|, |v|, |a| nhỏ hơn hoặc lớn hơn một giá trị nào đó (*Dùng công thức tính & máy tính cầm tay*).**

a) Thời gian trong một chu kỳ vật cách VTCB một khoảng

• *nhỏ hơn x_1 là* $\boxed{\Delta t = 4t_1 = \dfrac{1}{\omega}\arcsin\dfrac{|x_1|}{A}}$

• *lớn hơn x_1 là* $\boxed{\Delta t = 4t_2 = \dfrac{1}{\omega}\arccos\dfrac{|x_1|}{A}}$



b) Thời gian trong một chu kỳ tốc độ

• *nhỏ hơn v_1 là* $\boxed{\Delta t = 4t_1 = \dfrac{1}{\omega}\arcsin\dfrac{|v_1|}{A\omega}}$

• *lớn hơn v_1 là* $\boxed{\Delta t = 4t_2 = \dfrac{1}{\omega}\arccos\dfrac{|v_1|}{A\omega}}$

(Hoặc sử dụng công thức độc lập từ v_1 ta tính được x_1 rồi tính như trường hợp a)

c) Tính tương tự với bài toán cho độ lớn gia tốc nhỏ hơn hoặc lớn hơn a_1 !!

📖 **DẠNG 5: Tìm số lần vật đi qua vị trí đã biết x (hoặc v, a, W_t, $W_đ$, F) từ thời điểm t_1 đến t_2.**

Trong mỗi chu kỳ, vật qua mỗi vị trí biên 1 lần còn các vị trí khác 2 lần (chưa xét chiều chuyển động) nên:

• **Bước 1**: Tại thời điểm t_1, xác định điểm M_1 ; tại thời điểm t_2, xác định điểm M_2

• **Bước 2:** Vẽ đúng chiều chuyển động của vật từ M_1 tới M_2, suy ra số lần vật đi qua x_o là ***a***.

+ Nếu Δt **<** T thì ***a*** là kết quả, nếu Δt **>** T ⇒ Δt **=** n.T + t_o thì số lần vật qua x_o là 2n + ***a***.

+ Đặc biệt: nếu vị trí M_1 trùng với vị trí xuất phát thì số lần vật qua xo là 2n + ***a + 1***.

📖 **DẠNG 6: Tính thời điểm vật đi qua vị trí đã biết x (hoặc v, a, W_t, $W_đ$, F) lần thứ n**

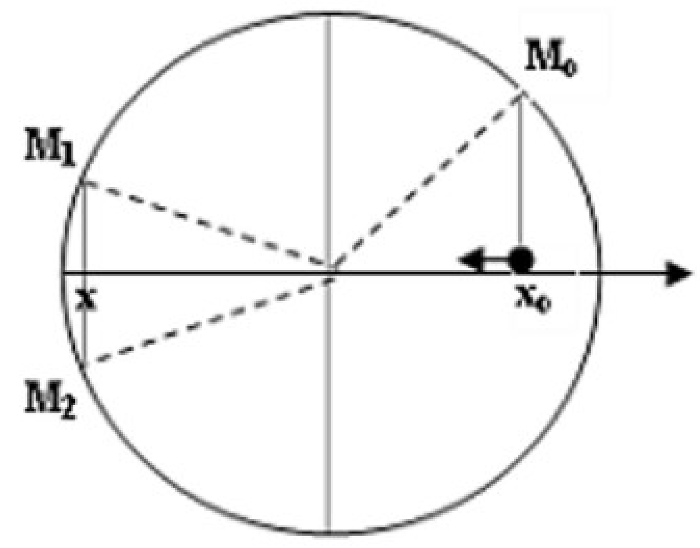
• **Bước 1**: Xác định vị trí M_0 tương ứng của vật trên đường tròn ở thời điểm t = 0 & số lần vật qua vị trí x đề bài yêu cầu trong 1 chu kì (thường là 1, 2 hoặc 4 lần)

• **Bước 2:** Thời điểm cần tìm là: $\mathbf{t = n.T + t_0}$; Với:

+ n là số nguyên lần chu kì được xác định bằng phép chia hết giữa ***số lần "gần" số lần đề bài yêu cầu*** với ***số lần đi qua x trong 1 chu kì*** ⇒ lúc này vật quay về vị trí ban đầu M_0, và còn thiếu số lần 1, 2, ... mới đủ số lần đề bài cho.

+ t_o là thời gian tương ứng với góc quét mà bán kính OM_0 quét từ M_0 đến các vị trí M_1, M_2, ... còn lại để đủ số lần.

Ví dụ: nếu ta đã xác định được số lần đi qua x trong 1 chu kì là 2 lần và đã tìm được số nguyên n lần chu kì để vật quay về vị trí ban đầu M_0, nếu còn thiếu 1 lần thì $t_o = \dfrac{\text{góc } M_0OM_1}{360^0}.T$, thiếu 2 lần thì $t_o = \dfrac{\text{góc } M_0OM_2}{360^0}.T$



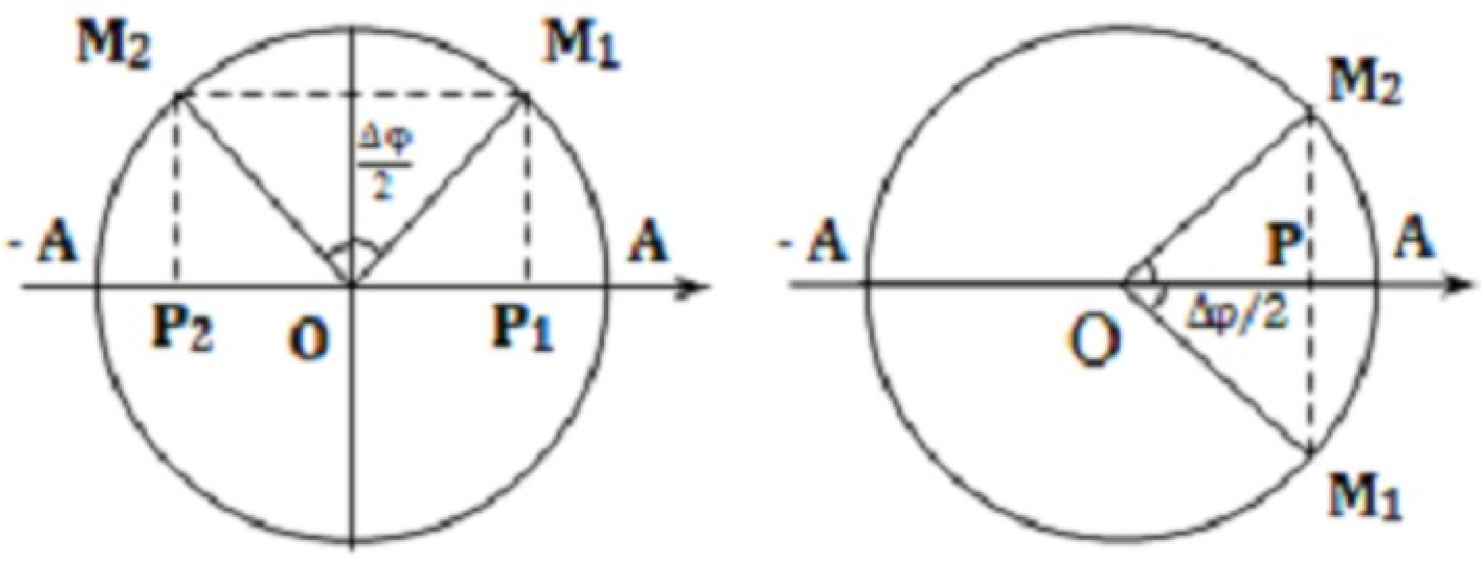
🕮 DẠNG 7: Tính quãng đường lớn nhất và nhỏ nhất

Trước tiên ta so sánh khoảng thời gian Δt đề bài cho với nửa chu kì T/2

➯ Trong trường hợp Δt < T/2:

*** Cách 1:** ***Dùng mối liên hệ DĐĐH và CĐTĐ***

Vật có vận tốc lớn nhất khi qua VTCB, nhỏ nhất khi qua vị trí biên (VTB) nên trong cùng một khoảng thời gian quãng đường đi được càng lớn khi vật ở càng gần VTCB và càng nhỏ khi càng gần VTB. Do có tính đối xứng nên quãng đường lớn nhất gồm 2 phần bằng nhau đối xứng qua VTCB, còn quãng đường nhỏ nhất cũng gồm 2 phần bằng nhau đối xứng qua VTB. Vì vậy cách làm là: *Vẽ đường tròn, chia góc quay* $\Delta\varphi = \omega.\Delta t$ *thành 2 góc bằng nhau, đối xứng qua trục sin thẳng đứng (*S_{max} ***là đoạn*** P_1P_2*) và đối xứng qua trục cos nằm ngang (*S_{min} ***là 2 lần đoạn PA***).



*** Cách 2:** ***Dùng công thức tính & máy tính cầm tay***

Trước tiên xác định góc quét $\Delta\varphi = \omega\Delta t$, rồi thay vào công thức:

- Quãng đường lớn nhất: $\boxed{S_{max} = 2A\sin\dfrac{\Delta\varphi}{2}}$
- Quãng đường nhỏ nhất: $\boxed{S_{min} = 2A(1 - \cos\dfrac{\Delta\varphi}{2})}$

➯ Trong trường hợp Δt > T/2: tách $\Delta t = n.\dfrac{T}{2} + \Delta t'$, trong đó $n \in N^*$; $\Delta t' < \dfrac{T}{2}$

- Trong thời gian $n\dfrac{T}{2}$ quãng đường luôn là 2nA.

- Trong thời gian Δt' thì quãng đường lớn nhất, nhỏ nhất tính như một trong 2 cách trên.

Chú ý:

+ Nhớ một số trường hợp **Δt < T/2** để giải nhanh bài toán:

$$\begin{cases} \Delta t = \dfrac{T}{3} \rightarrow \begin{cases} S_{max} = A\sqrt{3} \text{ neu vat di tu } x = \pm\dfrac{A\sqrt{3}}{2} \leftrightarrow x = \mp\dfrac{A\sqrt{3}}{2} \\ S_{min} = A \text{ neu vat di tu } x = \pm\dfrac{A}{2} \leftrightarrow x = \pm A \leftrightarrow x = \pm\dfrac{A}{2} \end{cases} \\ \Delta t = \dfrac{T}{4} \rightarrow \begin{cases} S_{max} = A\sqrt{2} \text{ neu vat di tu } x = \pm\dfrac{A\sqrt{2}}{2} \leftrightarrow x = \mp\dfrac{A\sqrt{2}}{2} \\ S_{min} = A(2-\sqrt{2}) \text{ neu vat di tu } x = \pm\dfrac{A\sqrt{2}}{2} \leftrightarrow x = \pm A \leftrightarrow x = \pm\dfrac{A\sqrt{2}}{2} \end{cases} \\ \Delta t = \dfrac{T}{6} \rightarrow \begin{cases} S_{max} = A \text{ neu vat di tu } x = \pm\dfrac{A}{2} \leftrightarrow x = \mp\dfrac{A}{2} \\ S_{min} = A(2-\sqrt{3}) \text{ neu vat di tu } x = \pm\dfrac{A\sqrt{3}}{2} \leftrightarrow x = \pm A \leftrightarrow x = \pm\dfrac{A\sqrt{3}}{2} \end{cases} \end{cases}$$

+ **Tính tốc độ trung bình lớn nhất và nhỏ nhất**: $v_{tbmax} = \dfrac{S_{max}}{\Delta t}$ và $v_{tbmin} = \dfrac{S_{min}}{\Delta t}$; với S_{max} và S_{min} tính như trên.

Bài toán ngược: Xét trong cùng quãng đường S, tìm ***thời gian dài nhất và ngắn nhất:***

- Nếu S < 2A: $\boxed{S = 2A\sin\frac{\omega.t_{min}}{2}}$ (t_{min} ứng với S_{max}) ; $\boxed{S = 2A\left(1 - \cos\frac{\omega.t_{max}}{2}\right)}$ (t_{max} ứng với S_{min})

- Nếu S > 2A: tách $S = n.2A + S'$, thời gian tương ứng: $t = n\frac{T}{2} + t'$; tìm t'_{max}, t'_{min} như trên.

Ví dụ: Nhìn vào bảng tóm tắt trên ta thấy, trong cùng quãng đường **S = A**, thì thời gian dài nhất là $t_{max} = T/3$ và ngắn nhất là $t_{min} = T/6$, *đây là 2 trường hợp xuất hiện nhiều trong các đề thi!!*

Từ công thức tính S_{max} và S_{min} ta có cách tính nhanh quãng đường đi được trong thời gian từ t_1 đến t_2:

Ta có:

- Độ lệch cực đại: $\boxed{\Delta S = \frac{S_{max} - S_{min}}{2} \approx 0{,}4A}$

- Quãng đường vật đi sau một chu kì luôn là 4A nên quãng đường đi được ''trung bình'' là: $\boxed{\overline{S} = \frac{t_2 - t_1}{T}.4A}$

- Vậy quãng đường đi được: $\boxed{S = \overline{S} \pm \Delta S \text{ hay } \overline{S} - \Delta S \le S \le \overline{S} + \Delta S \text{ hay } \overline{S} - 0{,}4A \le S \le \overline{S} + 0{,}4A}$

DẠNG 8: Bài toán hai vật cùng dao động điều hòa

Bài toán 1: Bài toán hai vật gặp nhau.

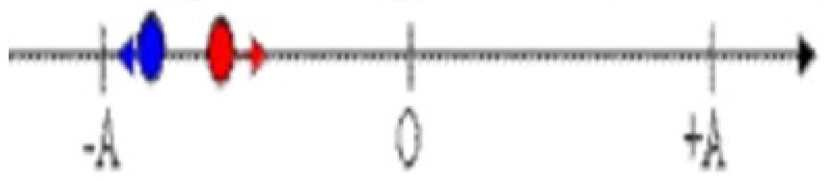
*** Cách giải tổng quát:**

- Trước tiên, xác định pha ban đầu của hai vật từ điều kiện ban đầu.
- Khi hai vật gặp nhau thì: $x_1 = x_2$; giải & biện luận tìm t ⇒ thời điểm & vị trí hai vật gặp nhau.

*** Cách 2:** ***Dùng mối liên hệ DĐĐH và CĐTĐ*** (có 2 trường hợp)

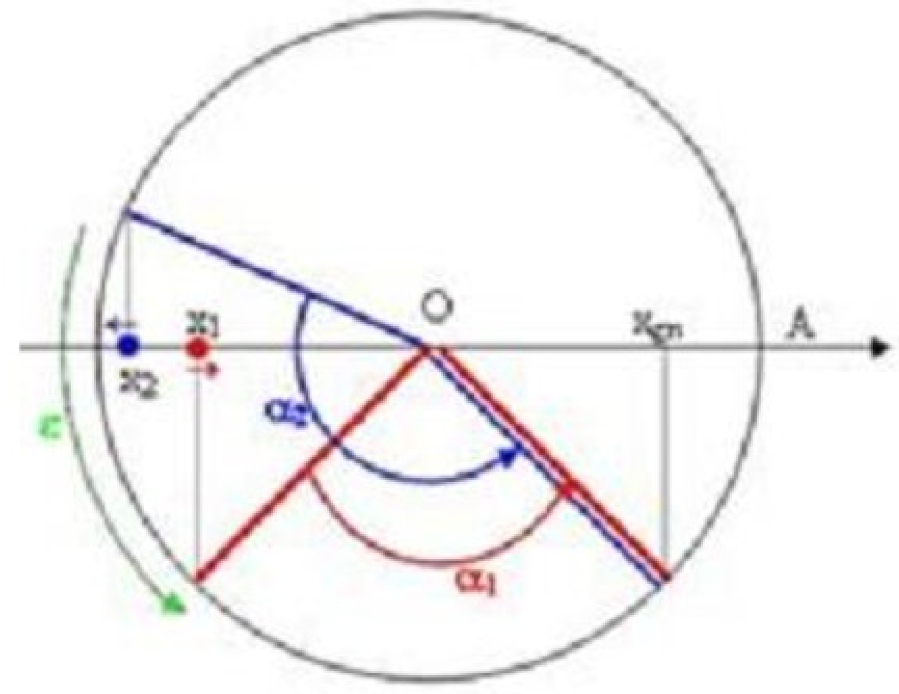
- Trường hợp 1: Sự gặp nhau của hai vật dao động cùng biên độ, khác tần số.

Tình huống: Hai vật dao động điều hoà với cùng biên độ A, có vị trí cân bằng trùng nhau, nhưng với tần số $f_1 \neq f_2$ (giả sử $f_2 > f_1$). Tại t = 0, chất điểm thứ nhất có li độ x_1 và chuyển động theo chiều dương, chất điểm thứ hai có li độ x_2 chuyển động ngược chiều dương. *Hỏi sau bao lâu thì chúng gặp nhau lần đầu tiên?* Có thể xảy ra hai khả năng sau:



+ Khi gặp nhau hai chất điểm chuyển động cùng chiều nhau.

Tại t = 0, trạng thái chuyển động của các chất điểm sẽ tương ứng với các bán kính của đường tròn như hình vẽ. Góc tạo bởi hai bán kính khi đó là ε.



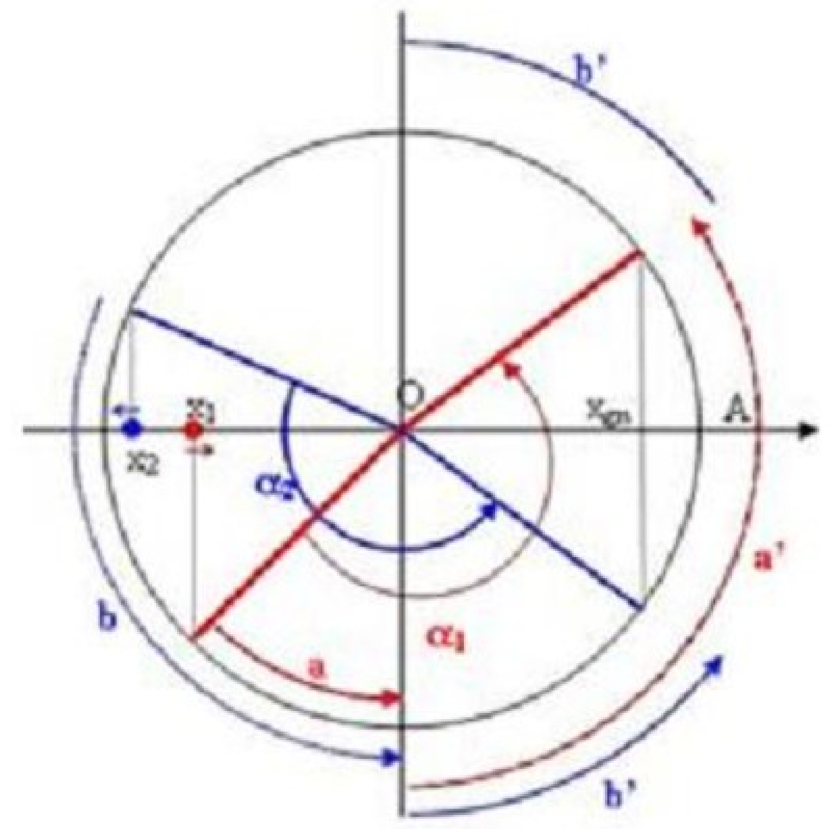
Do $\omega_2 > \omega_1 \Rightarrow \alpha_2 > \alpha_1$. Trên hình vẽ, ta có: $\varepsilon = \alpha_2 - \alpha_1$

+ Khi gặp nhau, chất điểm chuyển động ngược chiều nhau:

Trên hình vẽ: $\alpha_1 = a + a'$; $\alpha_2 = b + b'$

Với lưu ý: $a' + b' = 180^0$. Ta có: $\alpha_1 + \alpha_2 = a + b + 180^0$

Trong đó: *a, b là các góc quét của các bán kính từ t = 0 cho đến thời điểm đầu tiên các vật tương ứng của chúng đi qua vị trí cân bằng.*

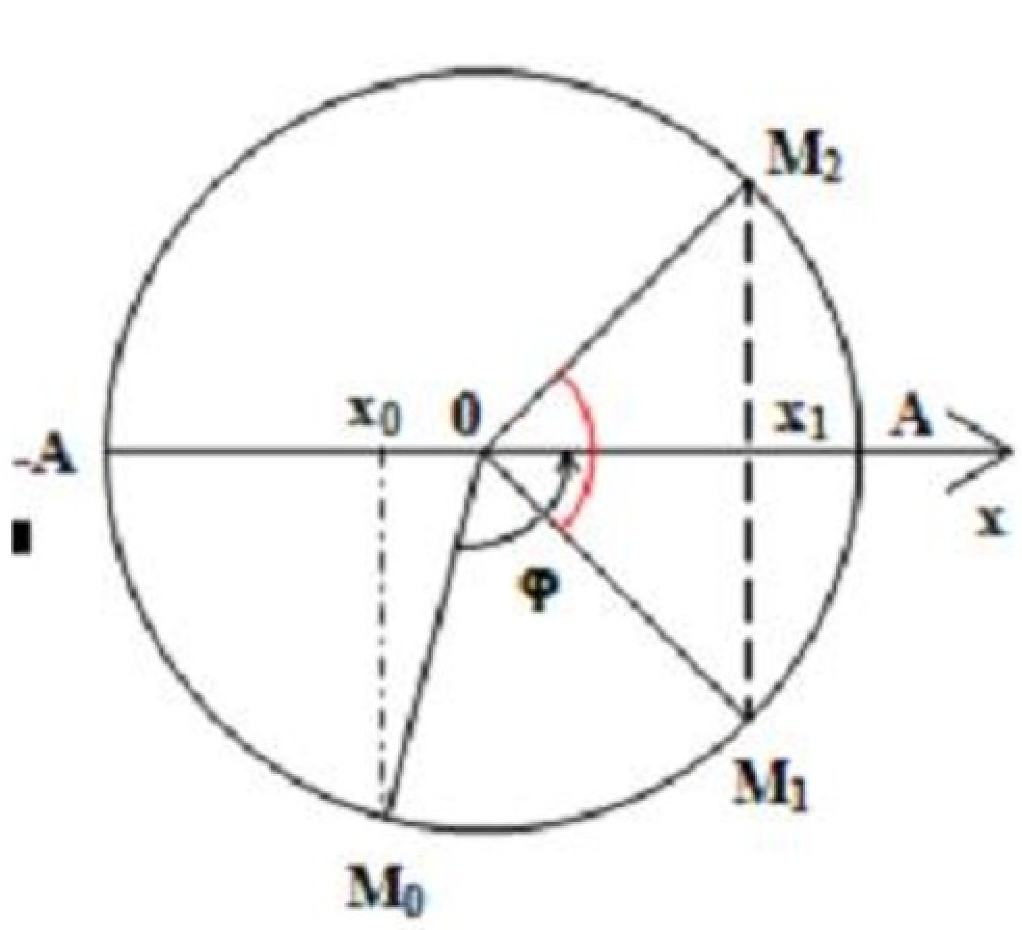


Đặc biệt: nếu lúc đầu hai vật cùng xuất phát từ vị trí x_0 theo cùng chiều chuyển động. Do $\omega_2 > \omega_1$ nên vật 2 đi nhanh hơn vật 1, chúng gặp nhau tại x_1, suy ra thời điểm hai vật gặp nhau:

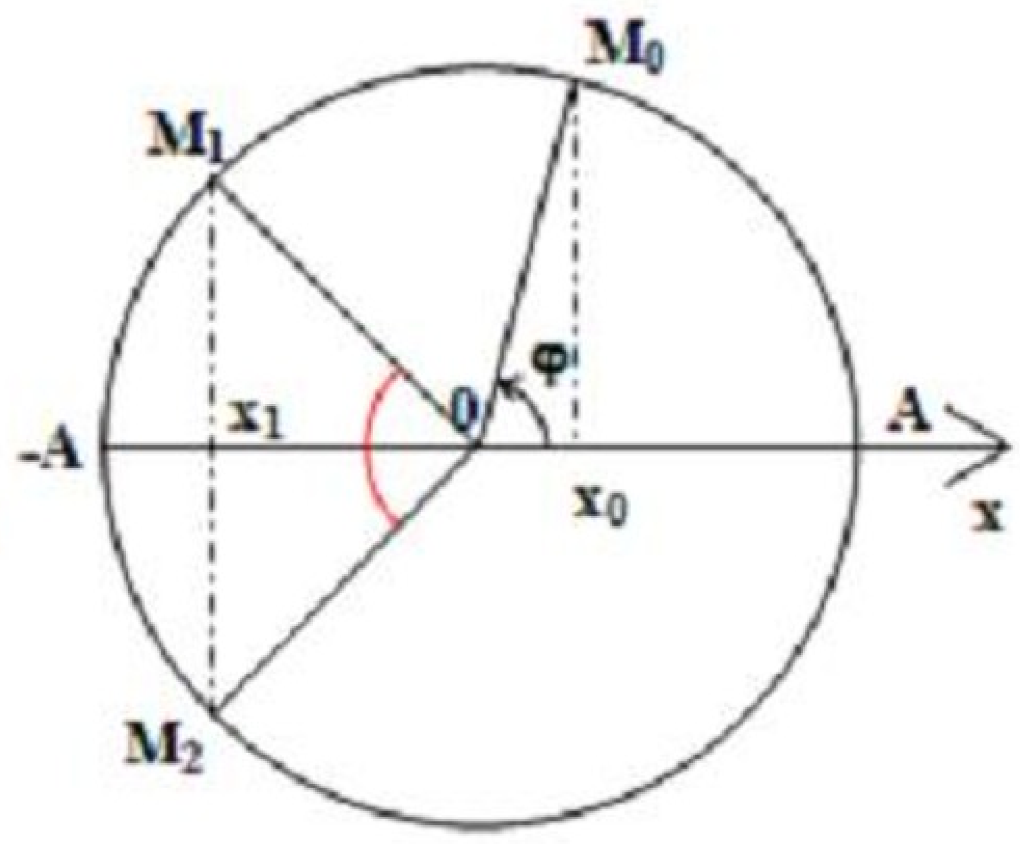
+ Với φ < 0 (**Hình 1**):

$\widehat{M_1OA} = \widehat{M_2OA} \Rightarrow |\varphi| - \omega_1 t = \omega_2 t - |\varphi| \Rightarrow \boxed{t = \frac{2|\varphi|}{\omega_1 + \omega_2}}$

+ Với φ > 0 (**Hình 2**) $\Rightarrow (\pi - \varphi) - \omega_1 t = \omega_2 t - (\pi - \varphi) \Rightarrow \boxed{t = \frac{2(\pi - \varphi)}{\omega_1 + \omega_2}}$



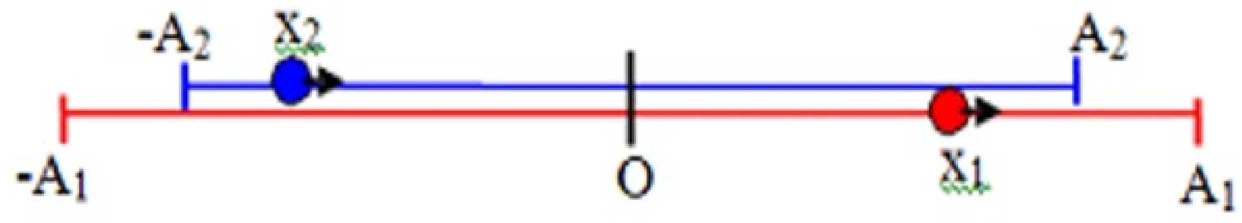
Hình 1: Với φ < 0



Hình 2: Với φ > 0

- Trường hợp 2: Sự gặp nhau của hai vật dao động cùng tần số, khác biên độ.

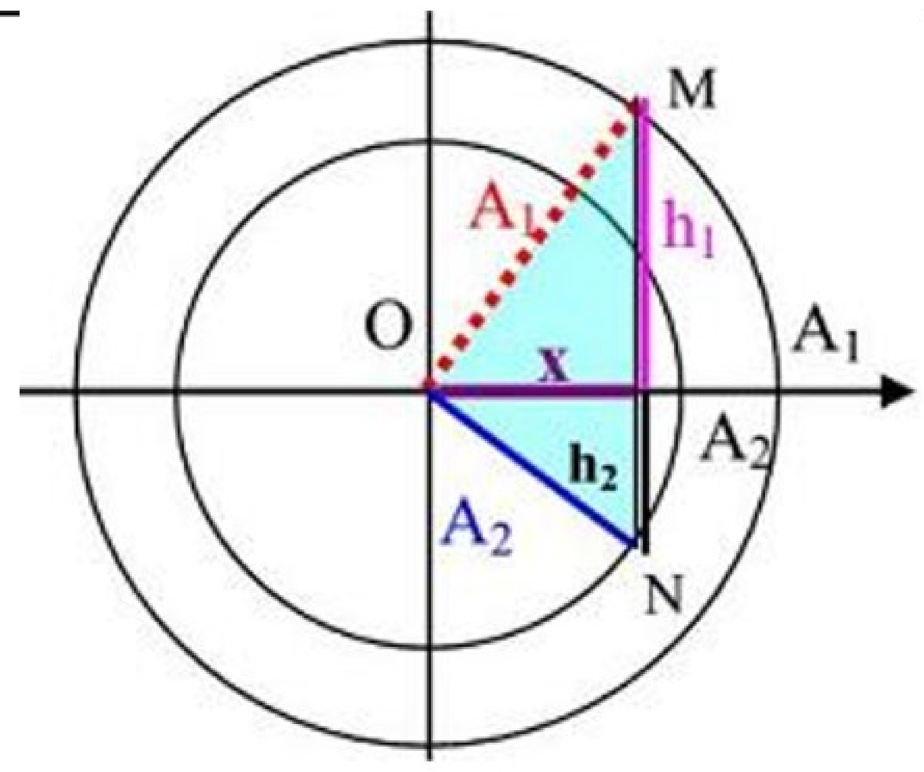
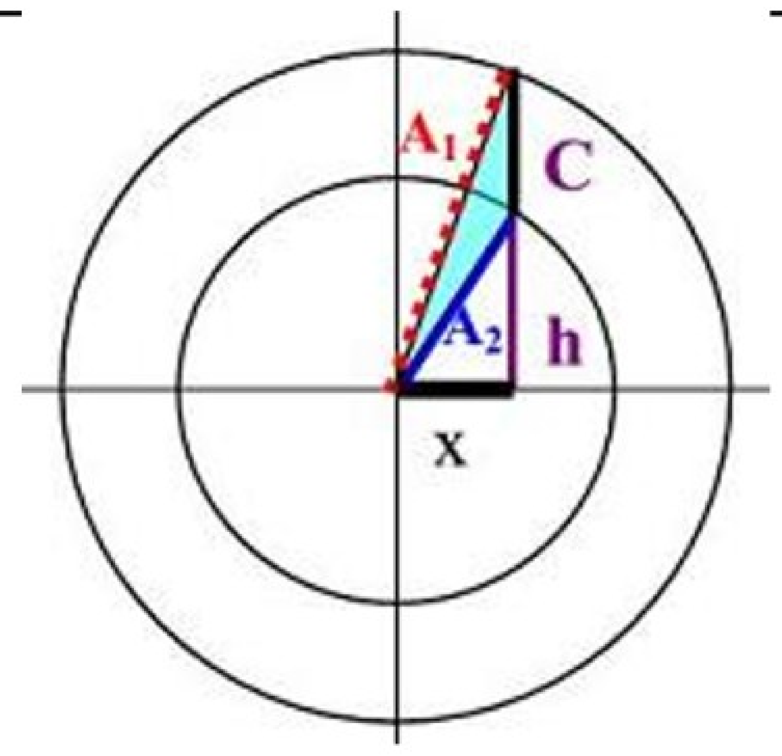
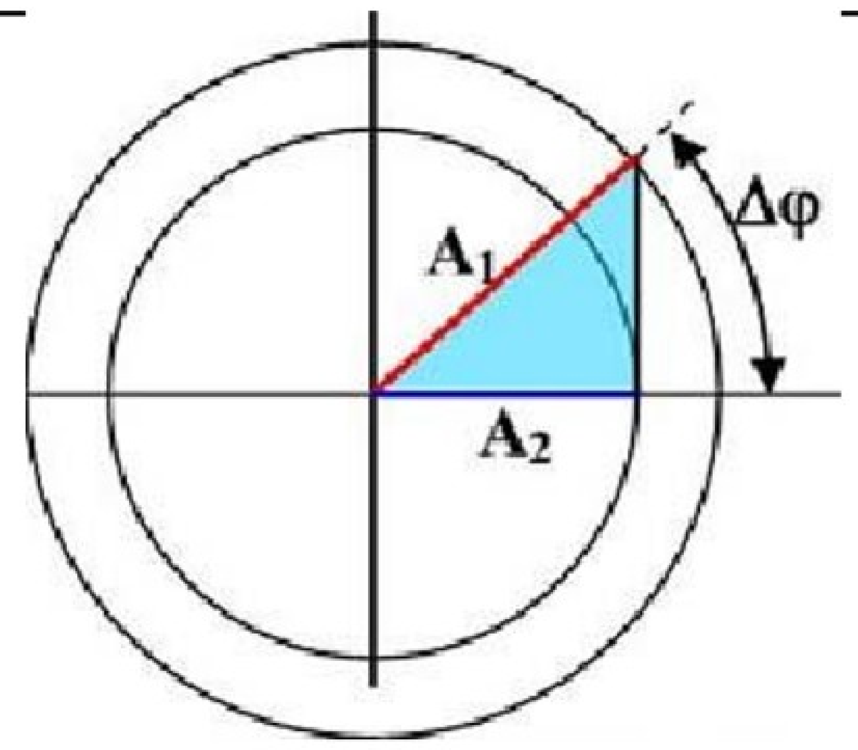
Tình huống: Có hai vật dao động điều hòa trên hai đường thẳng song song, sát nhau, với cùng một chu kì. Vị trí cân bằng của chúng sát nhau. Biên độ dao động tương ứng của chúng là A_1 và A_2 (giả sử $A_1 > A_2$). Tại thời điểm t = 0, chất điểm thứ nhất có li độ x_1 chuyển động theo chiều dương, chất điểm thứ hai có li độ x_2 chuyển động theo chiều dương.



1. Hỏi sau bao lâu thì hai chất điểm gặp nhau? Chúng gặp nhau tại li độ nào?

2. Với điều kiện nào thì khi gặp nhau, hai vật chuyển động cùng chiều? ngược chiều? Tại biên?

Có thể xảy ra các khả năng sau (với $\Delta\varphi = \widehat{MON}$, C là độ dài của cạnh MN):

Trường hợp	Gặp nhau khi đang chuyển động ngược chiều	Gặp nhau khi đang chuyển động cùng chiều	Gặp nhau ở biên
Điều kiện xảy ra	$\cos\Delta\varphi < \frac{A_2}{A_1}$	$\cos\Delta\varphi > \frac{A_2}{A_1}$	$\cos\Delta\varphi = \frac{A_2}{A_1}$
Hình vẽ			
Công thức cần nhớ	$\begin{cases} h_1^2 + x^2 = A_1^2 \\ C - h_1^2 + x^2 = A_2^2 \end{cases}$	$\begin{cases} x^2 + h^2 + = A_2^2 \\ x^2 + h^2 + = A_1^2 \end{cases}$	

Bài toán 2: Hai vật dao động cùng tần số, vuông pha nhau (độ lệch pha $\Delta\varphi = (2k+1)\frac{\pi}{2}$)

- Đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc giữa chúng có dạng elip nên ta có: $\boxed{\left(\frac{x_1}{A}\right)^2 + \left(\frac{v_1}{A\omega}\right)^2 = 1}$

- Kết hợp với: $\left|v_1 = \omega\sqrt{A_1^2 - x_1^2}\right|$, suy ra: $\boxed{v_1 = \pm\frac{A_1}{A_2}\omega x_2; v_2 = \pm\frac{A_2}{A_1}\omega x_1}$

* ***Đặc biệt:*** *Khi* $A = A_1 = A_2$ *(hai vật có cùng biên độ hoặc một vật ở hai thời điểm khác nhau),ta có:*

$\boxed{x_1^2 + x_2^2 = A^2; v_1 = \pm\omega x_2; v_2 = \pm\omega x_1}$ ***(lấy dấu + khi k lẻ và dấu – khi k chẵn)***

Bài toán 3: Hiện tượng trùng phùng

Hai vật có chu kì khác nhau T và T'. Khi hai vật cùng *qua vị trí cân bằng và chuyển động cùng chiều* thì ta nói xảy ra ***hiện tượng trùng phùng***. **Gọi Δt là thời gian giữa hai lần trùng phùng liên tiếp nhau.**

- Nếu hai chu kì xấp xỉ nhau thì $\boxed{\Delta t = \dfrac{T.T'}{|T - T'|}}$

- Nếu hai chu kì khác nhau nhiều thì $\boxed{\Delta t = b.T = a.T'}$ trong đó: $\dfrac{T}{T'}$ = phân số tối giản = $\dfrac{a}{b}$

Chú ý: Cần phân biệt được sự khác nhau giữa bài toán hai vật gặp nhau và bài toán trùng phùng!

DẠNG 9: Tổng hợp dao động

1. Công thức tính biên độ và pha ban đầu của dao động tổng hợp:

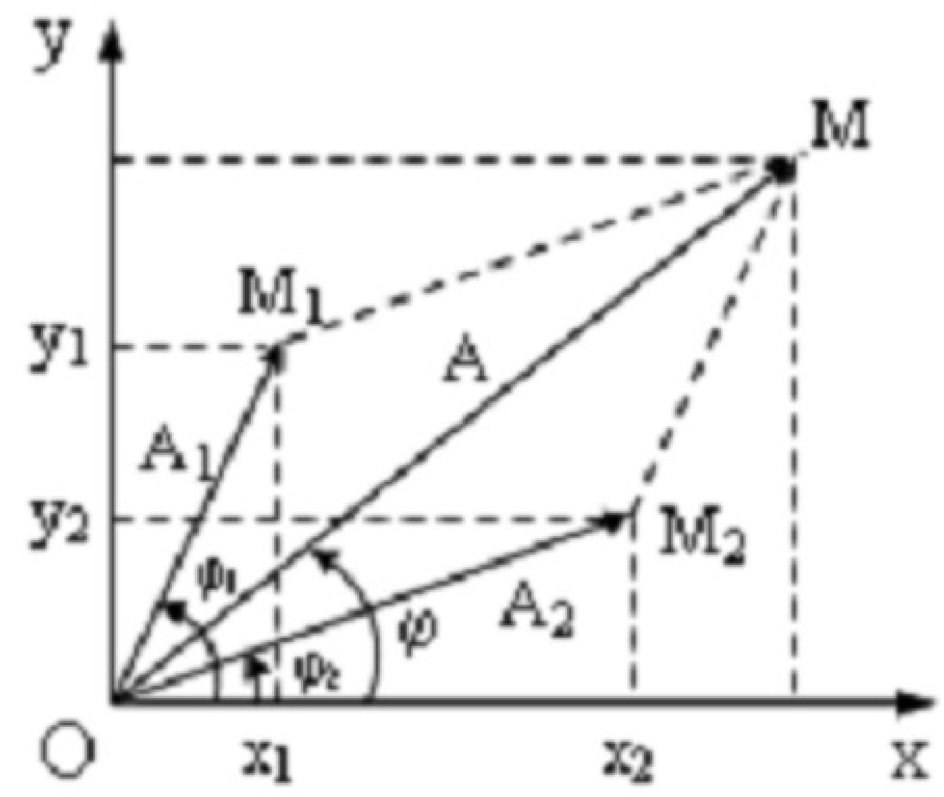
$$\boxed{A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)};\ \boxed{\tan\varphi = \frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2}}$$

2. Ảnh hưởng của độ lệch pha: $\boxed{\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1}$ (với $\varphi_2 > \varphi_1$)

- Hai dao động cùng pha: $\Delta\varphi = k.2\pi$: $A = A_1 + A_2$
- Hai dao động ngược pha: $\Delta\varphi = (2k+1)\pi$: $A = |A_1 - A_2|$
- Hai dao động vuông pha: $\Delta\varphi = (2k+1)\dfrac{\pi}{2}$; $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$
- Khi $A_1 = A_2 \Rightarrow A = 2A_1\cos\dfrac{\Delta\varphi}{2}$;

  + Khi $\Delta\varphi = \dfrac{2\pi}{3} = 120^0 \Rightarrow A = A_1 = A_2$

  + Khi $\Delta\varphi = \dfrac{\pi}{3} = 60^0 \Rightarrow A = A_1\sqrt{3} = A_2\sqrt{3}$



- Hai dao động có độ lệch pha Δφ = const: $|A_1 - A_2| \le A \le A_1 + A_2$

*** Chú ý:** Hãy nhớ bộ 3 số trong tam giác vuông: **3, 4, 5 (6, 8, 10)**

3. Dùng máy tính tìm phương trình (dùng cho FX 570ES trở lên)

Chú ý: Trước tiên đưa về dạng hàm **cos** trước khi tổng hợp.

- Bấm chọn [MODE] [2] màn hình hiển thị chữ: **CMPLX**.
- Chọn đơn vị đo góc là độ bấm: [SHIFT] [MODE] [3] màn hình hiển thị chữ **D**

(hoặc chọn đơn vị góc là rad bấm: [SHIFT] [MODE] [4] màn hình hiển thị chữ **R**)

- Nhập: [A1] [SHIFT] [(-)] [φ1] [+] [A2] [SHIFT] [(-)] [φ2] màn hình hiển thị: $\mathbf{A_1 \angle \varphi_1 + A_2 \angle \varphi_2}$; sau đó nhấn [=]

- Kết quả hiển thị số phức dạng: **a+bi** ; bấm [SHIFT] [2] [3] [=] hiển thị kết quả: $\mathbf{A \angle \varphi}$

4. Khoảng cách giữa hai dao động: d = | x₁ – x₂ | = | A'cos(ωt + φ') | . Tìm d_{max}:

*** Cách 1:** Dùng công thức: $d_{max}^2 = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2)$

*** Cách 2:** Nhập máy: $\mathbf{A_1 \angle \varphi_1 - A_2 \angle \varphi_2}$ [SHIFT] [2] [3] [=] hiển thị $\mathbf{A' \angle \varphi'}$. Ta có: $\mathbf{d_{max} = A'}$

5. Ba con lắc lò xo 1, 2, 3 đặt thẳng đứng **cách đều** nhau, biết phương trình dao động của con lắc 1 và 2, tìm phương trình dao động của con lắc thứ 3 để trong quá trình dao động cả **ba vật luôn thẳng hàng**. Điều kiện: $\boxed{x_2 = \dfrac{x_1 + x_3}{2} \Rightarrow x_3 = 2x_2 - x_1}$

Nhập máy: $\mathbf{2(A_2 \angle \varphi_2) - A_1 \angle \varphi_1}$ [SHIFT] [2] [3] [=] hiển thị $\mathbf{A_3 \angle \varphi_3}$

6. Một vật thực hiện đồng thời 3 dao động điều hòa có phương trình là x_1, x_2, x_3. Biết phương trình của $\mathbf{x_{12}}$, $\mathbf{x_{23}}$, $\mathbf{x_{31}}$. Tìm phương trình của x_1, x_2, x_3 và x

* $\boxed{x_1 = \dfrac{x_1 + x_1}{2} = \dfrac{x_1 + x_2 + x_1 + x_3 - (x_2 + x_3)}{2} = \dfrac{x_{12} + x_{13} - x_{23}}{2}}$

* Tương tự: $\boxed{x_2 = \dfrac{x_{12} + x_{23} - x_{13}}{2}}$ **&** $\boxed{x_3 = \dfrac{x_{13} + x_{23} - x_{12}}{2}}$ **&** $\boxed{x = \dfrac{x_{12} + x_{23} + x_{13}}{2}}$

7. Điều kiện của A_1 để A_{2max}: $\boxed{A_{2\max} = \dfrac{A}{|\sin(\varphi_2 - \varphi_1)|}; A_1 = \dfrac{A}{|\tan(\varphi_2 - \varphi_1)|}}$

8. Nếu cho A_2, thay đổi A_1 để A_{min}: $\boxed{A_{min} = A_2|\sin(\varphi_2 - \varphi_1)| = A_1|\tan(\varphi_2 - \varphi_1)|}$

Các dạng toán khác ta vẽ giản đồ vectơ kết hợp định lý hàm số sin hoặc hàm số cosin (xem phần phụ lục).