UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA - DEPARTAMENTO DE ANÁLISE
GAN140 – ÁLGEBRA LINEAR – Turma B1 – Profª Cláudia Ossanai
Verificação de Reposição – 2022/02 – 14/12/2022
TODOS OS CÁLCULOS E JUSTIFICATIVAS DEVEM SER APRESENTADOS, SÃO PARTE DA AVALIAÇÃO!

ALUNO: ____

1) Resolva o sistema de equações lineares abaixo, utilizando o **método de Gauss-Jordan** (1,5 pontos).

$$\begin{cases} 3\,x_2 + 3\,x_3 - 2\,x_4 = 7 \\ 2\,x_1 - 3\,x_2 - 7\,x_3 + x_4 = -5 \\ x_1 + 3\,x_2 + x_3 = 3 \end{cases}$$

2) Seja $T: \mathbb{R}^4 : \to \mathbb{R}^3$ a transformação linear

$$T(x, y, z, t) = (\,2x + y + z + 5t,\ \ x + y + 3t,\ x + z + 2t)$$

Determine:

a) o Núcleo de T **explicitamente**, uma base e a dimensão do Núcleo de T; (1,5 ponto);
b) a Imagem de T **explicitamente**; uma base e a dimensão da Imagem de T. (1,5 ponto);

3) Sejam as bases $A = \{(1,1), (2,3)\}$ e $B = \{(1,2), (1,3)\}$ de $\mathbb{R}^2$, o operador linear $T: \mathbb{R}^2 : \to \mathbb{R}^2$ cuja matriz de transformação $[T]_B^A$ e são:

$$[T]_B^A = \begin{bmatrix} -1 & 8 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$$

Determine:
a) o operador linear $T(x, y)$ – base canônica (a expressão, **não a matriz**); (1,0 ponto)
b) o vetor $v = (1,3)$ na base A, ou seja v_A; (0,5 ponto)
c) a imagem do vetor $T(v)$ na base B, ou seja $[T(v)]_B$. (0,5 ponto)

4) Verifique se a matriz $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ é diagonalizável, em caso negativo justifique.
Em caso afirmativo determine uma matriz P que diagonaliza A. (1,5 pontos)

5) Seja a equação

$$3\,x^2 - 4\,xy + 16 = 0$$

a) Identifique o gênero da cônica que ela representa. Justifique. (0,5 ponto)
b) Determine uma base P **<u>que corresponda a uma rotação θ</u>** do sistema cartesiano xOy ao sistema retangular $x'Oy'$, no qual a equação da cônica assume a forma quadrática diagonalizada. (1,0 ponto)
c) Determine a equação reduzida desta cônica. (0,5 ponto)