

VE2 de Cálculo I-TO1

09/11/2023

Justifique todas as respostas, citando os teoremas que forem utilizados.

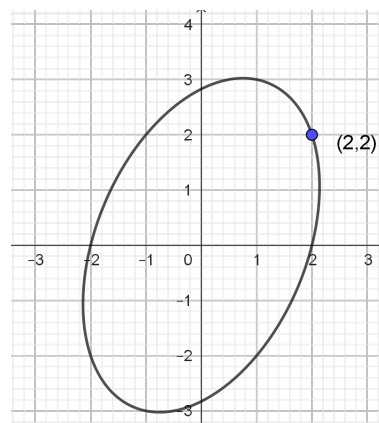
Questão	Valor	Nota
1	1,0	
2	2,5	
3	2,2	
4	2,8	
5	1,5	
Total:	10,0	

1. Encontre um valor aproximado para $(1,05)^{-1/5}$, usando aproximação linear.

[Dica: use $f(x) = x^{-1/5}$, $x > 0$]

2. Considere a elipse de equação $2x^2 - xy + y^2 = 8$.

- (a) Determine a equação da reta tangente à elipse no ponto $(2, 2)$.
- (b) Existe algum ponto sobre a elipse onde a reta tangente seja horizontal? Caso exista, determine o(s) ponto(s).



3. Calcule os limites abaixo:

(a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^{1/x}$

(c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x} \arctg(2x)}{\sin(3x)}$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{1/x}$

$\left[\text{Obs : } (\arctg(t))' = \frac{1}{1+t^2} \right]$

4. Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \text{Im}(f)$ diferenciável em \mathbb{R} , tal que $f(1) = 2$, $f(2) = 3$, $f'(1) = 5/2$, $f'(2) = 3$ e $1 \leq f'(x) \leq \frac{10}{3} \forall x \in \mathbb{R}$.

- (a) Enuncie o Teorema do Valor Médio (TVM).

- (b) Mostre que $f(3) \leq \frac{19}{3}$.

- (c) Podemos garantir que a f é invertível em \mathbb{R} ? Por quê? Podemos calcular $(f^{-1})'(2)$? Caso seja possível, calcule. Justifique muito bem!!

5. Uma escada de $5m$ de comprimento está apoiada numa parede vertical e sua ponta superior escorrega na parede a uma velocidade de $\frac{\sqrt{3}}{2} m/s$. Determine a velocidade com que a ponta inferior se afasta da parede no momento em que o ângulo formado pela parede e a parte superior da escada for igual a $\frac{\pi}{6} rad$.

[Dados: $\cos(\pi/6) = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\sin(\pi/6) = 1/2$]