Prova 2 - Geometria Analítica - 2019/1
28/05/2019 - Abigail Folha- GGM - IME

Observações:

i) Todas as questões devem estar justificadas.

ii) As respostas devem estar na folha de respostas, por favor, coloque seu nome nela.

iii) É terminantemente proibido o contato entre alunos, seja por via eletrônica ou não.

iv) Somente será permitida a saída após 1(uma) hora de prova.

1- Considere os pontos $A = (-1, 0, 2)$, $B = (-2, 2, -1)$, $C = (2, 0, 1)$, e $D = (1, 1, 7)$, a reta

$$r_1 : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - 3t \\ z = 1 - 2t \end{cases}, \quad t \in \mathbb{R},$$

o plano

$$\pi : x - 2y + 4z = 1,$$

e os vetores

$$\overrightarrow{u} = (0, -2, 1), \quad \overrightarrow{v} = (-1, 2, 1) \quad \text{e} \quad \overrightarrow{w} = (-7, 3, 2).$$

(a) **[1,0]** Encontre a equação paramétrica da reta s que passa por A, é paralela ao plano π e é perpendicular ao vetor $\overrightarrow{u}$.

(b) **[1,0]** Determine a posição relativa entre r_1 e π.

(c) **[0,5]** Determine a distância entre r_1 e π.

(d) **[1,0]** Existe um ponto $P \in \pi$ tal que $dist(P, r_1) = dist(r_1, \pi)$? Em caso afirmativo, exiba um tal ponto.

(e) **[0,5]** Determine o ângulo (ou seno ou o cosseno do ângulo) entre r_1 e π.

(f) **[0,5]** Os pontos A, B, C, D são coplanares?

(g) **[1,5]** É possível escrever $\overrightarrow{u}$ como combinação linear de $\overrightarrow{v}, \overrightarrow{w}$? Geometricamente, o que sua respost significa? No caso de sua resposta ser afirmativa, escreva $\overrightarrow{u}$ como combinação linear de $\overrightarrow{v}$ e $\overrightarrow{w}$.

2- Considere as retas reversas $r_1 : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - 3t \\ z = 1 - 2t \end{cases}, \quad t \in \mathbb{R}, \quad r_2 : \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 \\ z = -t \end{cases}, \quad t \in \mathbb{R}.$

(a) **[0,5]** Determine as equações dos planos paralelos π_1, π_2 tais que $r_1 \subset \pi_1$ e $r_2 \subset \pi_2$.

(b) **[0,5]** Encontre um plano π tal que $dist(\pi, \pi_1) = 3\ dist(\pi, \pi_2)$

(c) **[0,5]** Determine a distância entre r_1 e r_2.

(d) **[1,5]** Encontre pontos $P_1 \in r_1$ e $P_2 \in r_2$ tal que $dist(r_1, r_2) = dist(P_1, P_2)$.

(e) **[1,0]** Os pontos P_1 e P_2 do item anterior são únicos?

3- **[1,5]** O plano $\pi : x - y + 4z = 3$ secciona uma esfera S de raio 5 segundo um círculo de raio 4 centrado no ponto $E = (0, 1, 1)$. Encontre a equação reduzida de todas tais esferas.

Boa Prova!