GAN 00166 : Lógica para a Ciência da Computação

Avaliação de Conteúdo – Turma A1

Petrucio Viana

GAN-IME-UFF

As resoluções devem estar redigidas e diagramadas de acordo com os modelos apresentados nas aulas e nas notas de aula.

1. Classifique como verdadeiro ou falso. Justifique.

   (a) $\dfrac{\forall x[P(x) \wedge Q(x)]}{P(a) \vee Q(a)}$ é um passo lógico.

   (b) $\dfrac{\exists x[P(x) \vee Q(x)]}{P(a) \vee Q(a)}$ é um passo lógico.

2. Determine a negação dos seguintes enunciados:

   (a) Todos os que gostam do Petrucio são fãs do Petrucio.

   (b) Petrucio não é uma pessoa metida mas todas as outras pessoas são metidas.

3. Apresente uma demonstração da validade do seguinte argumento:

$$\begin{array}{l} \forall x\{A(x) \to \forall y[B(y) \to R(x,y)]\} \\ \forall x[C(x) \to B(x)] \\ \hline \forall x\{A(x) \to \forall y[C(y) \to R(x,y)]\} \end{array}$$

4. Apresente uma demonstração da validade do seguinte argumento:

   Flávia é monitora mas não é comunicativa. Apenas boas estudantes são monitoras. Todos as boas estudantes que não são comunicativas foram reprovadas em Cálculo 1. Portanto, há monitoras que foram reprovadas em Cálculo 1.

Resolução da Questão 1:

(a) Verdadeiro.

Demonstração:

P	1.	$\forall x[P(x) \land Q(x)]$
1	2.	$P(a) \land Q(a)$
2	3.	$P(a)$
3	4.	$P(a) \lor Q(a) \quad \square$

(b) Falso.

Tomando $P(a) \lor Q(a) : F$, $P(b) \lor Q(b) : V$, $P(c) \lor Q(c) : V$, etc. temos $\exists x[P(x) \land Q(x)] : V$ mas $P(a) \lor Q(a) : F$.

Resolução da Questão 2:

(a) **Legenda**:

$G(x, y)$: x gosta de y.

p : Petrucio.

$F(x, y)$: x é fã de y.

Simbolização: $\forall x[G(x, p) \rightarrow F(x, p)]$.

Negação:

$$\begin{array}{l} \neg\forall x[G(x,p) \rightarrow F(x,p)] \\ \models\!\!\!\dashv \\ \exists x\neg[G(x,p) \rightarrow F(x,p)] \\ \models\!\!\!\dashv \\ \exists x[G(x,p) \wedge \neg F(x,p)] \end{array}$$

Reescrita: Existem os que gostam do Petrucio mas nbão são fãs do Petrucio.

(b) **Legenda**:

p : Petrucio.

$P(x)$: x é pessoa.

$M(x)$: x é metido.

$I(x, y)$: x é igual a y.

Simbolização: $P(p) \wedge \neg M(p) \wedge \forall x\{[P(x) \wedge \neg I(x, p)] \rightarrow M(x)\}$.

Negação:

$$\begin{array}{l} \neg\langle P(p) \wedge \neg M(p) \wedge \forall x\{[P(x) \wedge \neg I(x,p)] \rightarrow M(x)\}\rangle \\ \models\!\!\!\dashv \\ \neg P(p) \vee M(p) \vee \neg\forall x\{[P(x) \wedge \neg I(x,p)] \rightarrow M(x)\} \\ \models\!\!\!\dashv \\ \neg P(p) \vee M(p) \vee \exists x\neg\{[P(x) \wedge \neg I(x,p)] \rightarrow M(x)\} \\ \models\!\!\!\dashv \\ \neg P(p) \vee M(p) \vee \exists x[P(x) \wedge \neg I(x,p)] \wedge \neg M(x)\} \end{array}$$

Reescrita: Petrucio não é uma pessoa ou é metido ou existe uma pessoa que não é Petrucio e não é metida.

Resolução da Questão 3:

Demonstração:

P	1.	$\forall x\{A(x) \to \forall y[B(y) \to R(x,y)]\}$
P	2.	$\forall x[C(x) \to B(x)]$
H	3.	$A(a)$
H	4.	$C(b)$
1	5.	$A(a) \to \forall y[B(y) \to R(a,y)]$
3,5	6.	$\forall y[B(y) \to R(a,y)]$
2	7.	$C(b) \to B(b)$
4,7	8.	$B(b)$
6	9.	$B(b) \to R(a,b)]$
8,9	10.	$R(a,b)$
4–10	11.	$C(b) \to R(a,b)$
1,2,3,11	12.	$\forall y[C(y) \to R(a,y)]\}$
3–12	13.	$A(a) \to \forall y[C(y) \to R(a,y)]\}$
1,2,13	14.	$\forall x\{A(x) \to \forall y[C(y) \to R(x,y)]\}$ $\square$

Resolução da Questão 4:

Legenda:

f : Flávia

$M(x)$: x é monitora.

$C(x)$: x é comunicativa.

$B(x)$: x é boa estudante.

$R(x,y)$: x foi reprovada em y.

c : Cálculo 1

Simbolização:

$$\begin{array}{l} M(f) \wedge \neg C(f) \\ \forall x[M(x) \rightarrow B(x)] \\ \forall x\{[B(x) \wedge \neg C(x)] \rightarrow R(x,c)\} \\ \hline \exists x[M(x) \wedge R(x,c)] \end{array}$$

Demonstração:

P	1.	$M(f) \wedge \neg C(f)$
P	2.	$\forall x[M(x) \rightarrow B(x)]$
P	3.	$\forall x\{[B(x) \wedge \neg C(x)] \rightarrow R(x,c)\}$
1	4.	$M(f)$
2	5.	$M(f) \rightarrow B(f)$
4,5	6.	$B(f)$
1	7.	$\neg C(f)$
6,7	8.	$B(f) \wedge \neg C(f)$
3	9.	$[B(f) \wedge \neg C(f)] \rightarrow R(f,c)$
8,9	10.	$R(f,c)$
4,10	11.	$M(f) \wedge R(f,c)$
11	12.	$\exists x[M(x) \wedge R(x,c)]$ $\square$