

Sexta Avaliação de Conteúdo – Turma B1

Petrucio Viana

GAN-IME-UFF

As resoluções devem:

1. estar redigidas e diagramadas de acordo com os modelos apresentados nas aulas e nas notas de aula;
2. conter os detalhes necessários para que uma pessoa que domine um mínimo do conteúdo as entendam.

1. Mostre que o seguinte argumento é válido, apresentando uma demonstração da sua validade:

$$\frac{\begin{array}{l} \forall x \{ [A(x) \vee B(x)] \rightarrow \neg C(x) \} \\ \forall x \{ [A(x) \wedge B(x)] \rightarrow D(x) \} \\ \forall x \{ [A(x) \wedge \neg C(x)] \rightarrow \neg E(x) \} \end{array}}{\forall x \{ [A(x) \wedge E(x)] \rightarrow D(x) \}}$$

2. Mostre que o seguinte argumento é válido, apresentando uma demonstração da sua validade:

$$\frac{\begin{array}{l} \forall x \{ P(x) \rightarrow \forall y [Q(y) \rightarrow \neg R(x, y)] \} \\ \forall x \{ P(x) \rightarrow \forall y [\neg S(x) \rightarrow Q(y)] \} \\ P(b) \end{array}}{\exists x \{ P(x) \wedge \forall y [R(x, y) \rightarrow S(x)] \}}$$

3. Mostre que o seguinte argumento é válido, apresentando uma demonstração da sua validade:

Flávia é monitora mas não tem autoconfiança. Apenas boas estudantes são monitoras. Todos as boas estudantes que não têm autoconfiança foram reprovadas. Portanto, há boas estudantes que foram reprovadas.

4. Mostre que o seguinte argumento é válido, apresentando uma demonstração da sua validade:

$$\frac{\begin{array}{l} \forall x [P(x) \rightarrow Q(x)] \\ \forall x \forall y \{ [Q(x) \vee T(x, y)] \rightarrow P(y) \} \\ \forall x (R(x) \rightarrow \forall y \{ P(y) \rightarrow \exists z [Q(z) \wedge S(x, y, z)] \}) \end{array}}{\forall x \forall y \{ [R(x) \wedge T(x, y)] \rightarrow \exists z [P(y) \wedge S(x, y, z)] \}}$$

5. Mostre que o seguinte argumento é válido, apresentando uma demonstração da sua validade:

Duas fórmulas têm a mesma tabela de avaliação se, e somente se, elas são semânticamente equivalentes. Existem fórmulas diferentes que têm as mesmas tabelas de avaliação. Assim, algumas fórmulas semânticamente equivalentes são diferentes.

Advertência.

- Segue, abaixo, para cada questão, uma resolução elaborada (semântica) e escrita (sintaxe), de acordo com o conteúdo e os métodos que estudamos.
- Elas devem ser usadas do seguinte modo:
 1. Releia o enunciado da questão atentamente.
 2. Medite sobre como você a teria resolvido, agora que a avaliação já passou.
 3. Escreva uma resolução para a questão, baseada nas ideias que você está tendo agora.
 4. Relembre o que você escreveu na sua folha de respostas (que está comigo para correção) e veja se o que você respondeu antes corresponde ao que você respondeu agora.
 5. Compare o que você escreveu tanto agora quanto antes com a resolução que estou apresentando; veja se há discrepâncias; avalie se é necessário revisar a matéria já estudada, refazer alguns exercícios, tirar novas dúvidas; etc.
- Você pode ter elaborado resoluções alternativas corretas, tanto na ideia (semântica), quanto na redação (sintaxe).
- Mas, se você fez algo muito diferente do que está apresentado abaixo, com grande probabilidade, prejudicou ou o entendimento ou a estrutura da resolução. Se mesmo assim, você acha que o que você fez está correto, me procure para conversarmos ...

Resolução da Questão 1:

Demonstração:

P	1.	$\forall x\{[A(x) \vee B(x)] \rightarrow \neg C(x)\}$	
P	2.	$\forall x\{[A(x) \wedge B(x)] \rightarrow D(x)\}$	
P	3.	$\forall x\{[A(x) \wedge \neg C(x)] \rightarrow \neg E(x)\}$	
H	4.	$A(a) \wedge E(a)$	
4	5.	$A(a)$	
5	6.	$A(a) \vee B(a)$	
1	7.	$[A(a) \vee B(a)] \rightarrow \neg C(a)$	
6,7	8.	$\neg C(a)$	
5,8	9.	$A(a) \wedge \neg C(a)$	
3	10.	$[A(a) \wedge \neg C(a)] \rightarrow \neg E(a)$	
9,10	11.	$\neg E(a)$	
4	12.	$E(a)$	
11,12	13.	$E(a) \wedge \neg E(a)$	
13	14.	$D(a)$	
4-14	15.	$[A(a) \wedge E(a)] \rightarrow D(a)$	
1,2,3,15	16.	$\forall x\{[A(x) \wedge E(x)] \rightarrow D(x)\}$	\square

Resolução da Questão 2:

Demonstração:

P	1.	$\forall x\{P(x) \rightarrow \forall y[Q(y) \rightarrow \neg R(x, y)]\}$
P	2.	$\forall x\{P(x) \rightarrow \forall y[\neg S(x) \rightarrow Q(y)]\}$
P	3.	$P(b)$
H	4.	$R(b, c)$
1	5.	$P(b) \rightarrow \forall y[Q(y) \rightarrow \neg R(b, y)]$
3,5	6.	$\forall y[Q(y) \rightarrow \neg R(b, y)]$
2	7.	$P(b) \rightarrow \forall y[\neg S(b) \rightarrow Q(y)]$
3,7	8.	$\forall y[\neg S(b) \rightarrow Q(y)]$
6	9.	$Q(c) \rightarrow \neg R(b, c)$
8	10.	$\neg S(b) \rightarrow Q(c)$
4,9	11.	$\neg Q(c)$
10,11	12.	$S(b)$
4-12	13.	$R(b, c) \rightarrow S(b)$
1,2,3,13	14.	$\forall y[R(b, y) \rightarrow S(b)]$
3,14	15.	$P(b) \wedge \forall y[R(b, y) \rightarrow S(b)]$
15	16.	$\exists x\{P(x) \wedge \forall y[R(x, y) \rightarrow S(x)]\} \quad \square$

Resolução da Questão 3:

(a) **Legenda:**

f : Flávia.

$M(x)$: x é monitora.

$A(x)$: x tem autoconfiança.

$B(x)$: x é boa estudante.

$R(x)$: x é foi reprovada.

Simbolização:

$$\frac{M(f) \wedge \neg A(f) \quad \forall x[M(x) \rightarrow B(x)] \quad \forall x\{[B(x) \wedge \neg A(x)] \rightarrow R(x)\}}{\exists x[B(x) \wedge R(x)]}$$

Demonstração:

P	1.	$M(f) \wedge \neg A(f)$
P	2.	$\forall x[M(x) \rightarrow B(x)]$
P	3.	$\forall x\{[B(x) \wedge \neg A(x)] \rightarrow R(x)\}$
1	4.	$M(f)$
2	5.	$M(f) \rightarrow B(f)$
4,5	6.	$B(f)$
1	7.	$\neg A(f)$
6,7	8.	$B(f) \wedge \neg A(f)$
3	9.	$[B(f) \wedge \neg A(f)] \rightarrow R(f)$
8,9	10.	$R(f)$
6,10	11.	$B(f) \wedge R(f)$
11	12.	$\exists x[B(x) \wedge R(x)] \quad \square$

Resolução da Questão 4:

Demonstração:

P	1.	$\forall x [P(x) \rightarrow Q(x)]$
P	2.	$\forall x \forall y \{ [Q(x) \vee T(x, y)] \rightarrow P(y) \}$
P	3.	$\forall x \langle R(x) \rightarrow \forall y \{ P(y) \rightarrow \exists z [Q(z) \wedge S(x, y, z)] \} \rangle$
H	4.	$R(a) \wedge T(a, b)$
4	5.	$R(a)$
3	6.	$R(a) \rightarrow \forall y \{ P(y) \rightarrow \exists z [Q(z) \wedge S(a, y, z)] \}$
5,6	7.	$\forall y \{ P(y) \rightarrow \exists z [Q(z) \wedge S(a, y, z)] \}$
4	8.	$T(a, b)$
8	9.	$Q(a) \vee T(a, b)$
8,9	10.	$[Q(a) \vee T(a, b)] \rightarrow P(b)$
9,10	11.	$P(b)$
7	12.	$P(b) \rightarrow \exists z [Q(z) \wedge S(a, b, z)]$
11,12	13.	$\exists z [Q(z) \wedge S(a, b, z)]$
H	14.	$Q(c) \wedge S(a, b, c)$
14	15.	$S(a, b, c)$
11,15	16.	$P(b) \wedge S(a, b, c)$
16	17.	$\exists z [P(b) \wedge S(a, b, z)]$
13,14-17	18.	$\exists z [P(b) \wedge S(a, b, z)]$
4-18	19.	$[R(a) \wedge T(a, b)] \rightarrow \exists z [P(b) \wedge S(a, b, z)]$
1,2,3,19	20.	$\forall x \forall y \{ [R(x) \wedge T(x, y)] \rightarrow \exists z [P(y) \wedge S(x, y, z)] \}$ \square

Resolução da Questão 5:

(a) **Legenda:**

$F(x)$: x é fórmula.

$T(x, y)$: x tem a mesma tabela de avaliação que y .

$E(x, y)$: x e y são semanticamente equivalentes.

$D(x, y)$: x é diferente de y .

Simbolização:

$$\frac{\forall x \forall y \{ [F(x) \wedge F(y)] \rightarrow [T(x, y) \leftrightarrow E(x, y)] \} \quad \exists x \exists y [F(x) \wedge F(y) \wedge D(x, y) \wedge T(x, y)]}{\exists x \exists y [F(x) \wedge F(y) \wedge E(x, y) \wedge D(x, y)]}$$

Demonstração:

P	1.	$\forall x \forall y \{ [F(x) \wedge F(y)] \rightarrow [T(x, y) \leftrightarrow E(x, y)] \}$
P	2.	$\exists x \exists y [F(x) \wedge F(y) \wedge D(x, y) \wedge T(x, y)]$
H	3.	$F(a) \wedge F(b) \wedge D(a, b) \wedge T(a, b)$
3	4.	$F(a) \wedge F(b)$
1	5.	$[F(a) \wedge F(b)] \rightarrow [T(a, b) \leftrightarrow E(a, b)]$
4,5	6.	$T(a, b) \leftrightarrow E(a, b)$
3	7.	$T(a, b)$
6,7	8.	$E(a, b)$
3	9.	$D(a, b)$
3,8,9	10.	$F(a) \wedge F(b) \wedge E(a, b) \wedge D(a, b)$
10	11.	$\exists x \exists y [F(x) \wedge F(y) \wedge D(x, y) \wedge T(x, y)]$
1,2,3–11	12.	$\exists x \exists y [F(x) \wedge F(y) \wedge D(x, y) \wedge T(x, y)]$ \square