

ATENÇÃO:

JUSTIFIQUE TODAS AS SUAS RESPOSTAS. Você também será avaliado pela clareza e pela precisão da linguagem utilizada.

1- (1,0 pt) Determine "m" para que o conjunto de vetores:
 $\{(2, -1, 2m), (1, 0, m+4), (-1, 1, m-2)\}$ seja L.D.

2- (2,0pts)

Seja W o subespaço vetorial do \mathbb{R}^3 gerado pelos vetores $(1, 0, 3)$ e $(0, 1, -1)$.

Obtenha a equação que descreve o subespaço W . Além disso:

Considerando o produto interno usual no \mathbb{R}^3 , determine o complemento ortogonal (W^\perp) do subespaço W .

Onde $W^\perp = \{v \in V; v \perp W\} = \{v \in V; \langle v, w \rangle = 0 \forall w \in W\}$, aqui $V = \mathbb{R}^3$

Ou seja, W^\perp é o subconjunto de V formado pelos vetores que são ortogonais a W .

(Se $v = (x, y, z) \in W^\perp$ então (x, y, z) é ortogonal a $(1, 0, 3)$ e também é ortogonal a $(0, 1, -1)$, usando estas informações é possível determinar equações que caracterizam W^\perp)

3- (2,0pts) Considere uma transformação linear $T: V \rightarrow W$, em termos dos subespaços $\text{Im}(T)$ e $N(T)$ (Núcleo de T), temos o seguinte:

Sejam V e W espaços vetoriais de dimensão finita. Seja $T: V \rightarrow W$ uma transformação linear, então

$$\dim V = \dim N(T) + \dim \text{Im}(T).$$

• T é sobrejetora quando $\text{Im}(T) = W$.

• T é injetora quando $N(T) = \{0_V\}$.

Com base nessas informações, responda: Seja $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tal que

$$T(x, y) = (x, 3x + 3y)$$

a) Encontre uma base para $N(T)$? Qual a dimensão de $N(T)$? T é injetora?

b) Encontre uma base para $\text{Im}(T)$? Qual a dimensão de $\text{Im}(T)$? T é sobrejetora?

BOA PROVA!!!

0.4 4- (2,0 pts) Considere a transformação linear $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definida por

$$T(x, y) = (x + y, 2x - ay), a \in \mathbb{R}.$$

a) Encontre a matriz $[T]_B^A$ (matriz da transformação em relação as bases $A = \{(1,0), (0,1)\}$ e $B = \{(1,0), (0,1)\}$).

b) Determine se as afirmações abaixo são verdadeiras ou falsas JUSTIFICANDO sua resposta e caso a afirmativa seja falsa REESCREVA a afirmação de forma a torná-la verdadeira.

b.1) (☒) Seja $A = [T]_B^A$, se $a = 1$ a matriz A é uma matriz ortogonal.

b.2) (☐) Seja $A = [T]_B^A$, se $a = -2$ as colunas de A são L.D.

b.3) (☒) A dimensão do espaço coluna de $[T]_B^A$ será 2 para qualquer valor de a .

b.4) (☒) Se $a = -2$, o núcleo de T é um subespaço de dimensão 1.