

V1 de Álgebra Linear

Questão 1 Considere a matriz em $M(4, 4)$ dada por

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -3 & 2 \end{bmatrix}.$$

- 1,5 (a) (1,5 ponto) Decida se a matriz A é invertível. Em caso afirmativo, calcule a sua inversa.
- 1,0 (b) (1,0 ponto) Resolva o sistema linear $AX = B$, onde

$$X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{bmatrix}$$

e

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Questão 2 Considere o conjunto

$$V = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : x - y - z - t = 0\}.$$

- 1,5 (a) (1,5 ponto) Mostre que V é um subespaço de \mathbb{R}^4 ;
- 1,3 (b) (1,5 ponto) Obtenha um conjunto de geradores para V .

Questão 3 Seja W o subespaço de \mathbb{R}^4 gerado pelos vetores $v_1 = (1, -1, 1, -1) \in \mathbb{R}^4$ e $v_2 = (2, 1, 0, 1) \in \mathbb{R}^4$.

- 1,5 (a) (1,5 ponto) Decida se $u = (3, 0, 1, 0) \in W$;
- 1,0 (b) (1,0 ponto) Decida se $\alpha = \{v_1, v_2, u\}$ é uma base de W ;
- 1,0 (c) (1,0 ponto) Decida se $w = (2, 0, 1, 0) \in W$;
- 1,0 (d) (1,0 ponto) Decida se $\beta = \{v_1, v_2, w\}$ é um conjunto linearmente independente.