

Universidade Federal Fluminense
Instituto de Matemática e Estatística

Prova 3 - GAN140 - Álgebra Linear - Turmas A1 e M1 - 2024.01

Prof^a Cláudia Ossanai e Prof^a Míriam Abdon

Todos os cálculos devem ser apresentados, fazem parte da avaliação.

01/07/2024

Nome:	Nota:
-------	-------

1. Seja o subespaço $S = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - 2z - w = 0 \text{ e } x - y + z + 2w = 0\}$ e o vetor $v = (0, 1, 2, 3)$:

- (a) Determine uma base **ortogonal** para S (1,0 ponto);
(b) Calcule a projeção de v sobre o subespaço S (2,0 pontos).

2. Seja $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

Verifique se A é diagonalizável, **justifique** sua resposta. Caso seja diagonalizável, determinar uma P que diagonaliza A (1,5 ponto).

3. Determine a matriz na base canônica de um operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ cujos autovalores são -2 e 4 com autoespaços $Aut(-2) = S_{\lambda=-2} = \{(2y - z, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x \in \mathbb{R}\}$ e $Aut(4) = S_{\lambda=4} = \{(x, 0, x) \in \mathbb{R}^3 \mid x \in \mathbb{R}\}$ correspondentes (2,0 pontos).
4. Seja a cônica:

$$10x^2 + 10y^2 + 12xy + 8\sqrt{2}x + 24\sqrt{2}y - 32 = 0$$

- (a) Identificar o gênero da cônica que ela representa. **Justifique** (0,5 ponto);
(b) Determinar uma base P que corresponda a **apenas rotação** do sistema cartesiano xOy ao sistema $x'Oy'$ na qual a equação da cônica assume a forma quadrática diagonalizada (1,0 ponto);
(c) Determine a origem do sistema transladado (0,5 ponto);
(d) Determinar a **equação reduzida** da cônica (1,5 ponto).
(e) **EXTRA:** Esboçar a cônica, bem como os sistemas de coordenadas xOy - base canônica, $x'Oy'$ - após rotação e $XO'Y$ - transladado utilizados (1,0 ponto).

Ortogonalização de Gram-Schmidt

$$w_1 = v_1 \quad w_2 = v_2 - \text{proj}_{w_1} v_2 \quad w_k = v_k - \sum_{i=1}^{k-1} \text{proj}_{w_i} v_k$$