Universidade Federal Fluminense
Instituto de Matemática e Estatística

Verificação Suplementar - GAN140 - Álgebra Linear - Turma B1 - 2023.02
Prof$^{\underline{a}}$ Cláudia Ossanai
Todos os cálculos devem ser apresentados, fazem parte da avaliação.

18/12/2023

Nome:	Nota:

1. Sejam $A = \begin{bmatrix} a & b & c & d \\ e & f & g & h \\ i & j & k & l \\ m & n & o & p \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 4e & 4f & 4g & 4h \\ a & b & c & d \\ -m & -n & -o & -p \\ 2i+3m & 2j+3n & 2k+3o & 2l+3p \end{bmatrix}$

   Sabendo que $detA = -2$, calcule o determinante de B e **justifique sua resposta** (1,0 ponto).

2. Sejam as bases $\mathbf{A}$ e $\mathbf{B}$ de $\mathbb{R}^2$, com $\mathbf{A} = \{(1,3),(1,2)\}$.

   Se a matriz mudança de base de $\mathbf{A}$ para $\mathbf{B}$ é dada por: $[\mathbf{I}]^{\mathbf{A}}_{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$.

   Determinar a base $\mathbf{B}$ (1,0 ponto).

3. Seja $V = \mathbb{R}^3$, com as operações de adição de vetores e multiplicação por escalar usuais, e os subespaços vetoriais de V abaixo:

   $$U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid \ x+y-z=0 \ \ \mathbf{e} \ \ x-2y=0\};$$
   $$W = ger\{(2,1,3),(1,1,2)\}.$$

   (a) Obter **explicitamente** o subespaço Interseção I de U e W, $I = U \cap W$, uma base para I e sua dimensão (1,0 ponto);

   (b) Obter **explicitamente** o Complemento Ortogonal $U^{\perp}$, uma base para $U^{\perp}$ e sua dimensão (1,0 ponto);

   (c) Calcule a projeção de $v = (1,2,1)$ sobre o subespaço W (1,0 pontos).

4. Seja o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$:

   $$T(x,y,z) = (2x+y+2z \ , \ 3x+2y+4z \ , \ x+y+2z)$$

   (a) Determine **explicitamente** o Núcleo de T, uma base e sua dimensão (1,2 pontos);

   (b) Determine **explicitamente** a Imagem de T, uma base e sua dimensão (1,2 pontos);

   (c) A transformação T é injetora? É sobrejetora? **Justifique** sua resposta (0,6 ponto).

5. Seja a cônica $\quad 4\,x^2 - 4\,y^2 + 6\,xy - 6\sqrt{10}\,x + 8\sqrt{10}\,y + 140 = 0$

   (a) Identificar o gênero da cônica que ela representa. **Justifique** (0,5 ponto);

   (b) Determinar a **equação reduzida** da cônica (1,5 ponto).

Ortogonalização de Gram-Schmidt

$$w_1 = v_1 \qquad w_2 = v_2 - proj_{w_1} v_2 \qquad w_k = v_k - \sum_{i=1}^{k-1} proj_{w_i} v_k$$

Projeção de u sobre w $\qquad proj_w u = \frac{<u,w>}{<w,w>} w$