

Nome: \_\_\_\_\_

## VR de Cálculo 1 - 14/12/2023

Justifique todas as respostas!

Questão	Valor	Nota
1	2,0	
2	1,5	
3	3,0	
4	2,0	
5	1,5	
Total:	10,0	

1. Considere a função

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1} \sin\left(\frac{1}{x^2-1}\right) & , \text{ se } x > 1 \\ a & , \text{ se } x = 1 \\ \frac{|x^2 - 3x + 2|}{x-1} & , \text{ se } x < 1 \end{cases}$$

- (a) Calcule os limites laterais da  $f(x)$  em  $x = 1$ ;
- (b) Verifique se existe um valor de  $a$  para que a função dada seja contínua em  $x = 1$ .

2. Encontre a equação da reta tangente à curva  $xy + y^3 + 1 = x^2$  no ponto em que  $x = 0$ .3. Considere as funções  $f(x)$  e  $g(x)$  expressas abaixo. Escolha uma delas:

$$f(x) = \frac{e^x}{x+2} \quad \text{ou} \quad g(x) = \frac{x^3}{1-x}.$$

A seguir, responda aos itens.

- (a) Determine o domínio da função escolhida.
- (b) Determine as interseções do gráfico da função escolhida com os eixos coordenados, caso existam.
- (c) Verifique se o gráfico da função escolhida possui assíntotas verticais e/ou horizontais. Caso possua, especifique a equação de cada assíntota.
- (d) Mostre que  $f'(x) = \frac{e^x + xe^x}{(x+2)^2}$  ou  $g'(x) = \frac{3x^2 - 2x^3}{(1-x)^2}$  e estude seu sinal. Diga se a função escolhida possui extremos locais.
- (e) Mostre que  $f''(x) = \frac{2xe^x + 2e^x + x^2e^x}{(x+2)^3}$  ou  $g''(x) = \frac{2x^3 - 6x^2 + 6x}{(1-x)^3}$  e estude seu sinal. Diga se o gráfico da função escolhida possui algum ponto de inflexão.
- (f) Esboce o gráfico da função escolhida.

4. Calcule as integrais abaixo.

(a)  $\int \frac{2x - 51}{x^2 + 3x - 18} dx$

(b)  $\int x^2 \ln(x^2) dx$

5. Seja  $R$  a região entre o gráfico das funções  $y = \sqrt{x}$  e  $y = \frac{x}{4}$ .

- (a) Esboce a região  $R$ .
- (b) Calcule a área da região  $R$ .