

Universidade Federal Fluminense  
Instituto de Matemática e Estatística

Prova 1 - GAN140 - Álgebra Linear - Turmas A1 e M1 - 2024.01

Prof<sup>a</sup> Cláudia Ossanai e Prof<sup>a</sup> Míriam Abdon

**Todos os cálculos devem ser apresentados, fazem parte da avaliação.**

24/04/2024

Nome:	Nota:
-------	-------

1. Seja o sistema de equações lineares abaixo:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 - x_4 = 2 \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 2x_4 = 2 \\ 3x_1 - 3x_2 + 9x_3 + x_4 = 6 \end{cases}$$

- (a) Resolva o sistema utilizando o **método de Gauss Jordan** (1,5 pontos);
- (b) Obtenha uma solução Particular para o sistema (0,5 ponto);
- (c) Determine a solução do **sistema homogêneo associado** (0,5 ponto).

2. Calcule a inversa de  $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}$  utilizando **operações elementares** (1,5 ponto).

3. Verifique se os conjuntos  $S$  e  $U$  são Subespaços Vetoriais de  $\mathbb{R}^2$ , considerando soma de vetores e multiplicação por escalar usuais:

- (a)  $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = |x|\}$ ;
- (b)  $U = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 2x + y = 0\}$ .

e **justifique** suas respostas (1,0 ponto cada item).

4. Seja  $V = \mathbb{R}^4$ , com as operações de adição de vetores e multiplicação por escalar usuais, e o conjunto  $A$  de  $V$  abaixo:

$$A = \{(3, 5, 6, 1), (2, 3, 4, 0), (1, 3, 2, 3)\}.$$

Obter **explicitamente** o subespaço  $S$  gerado por  $A$ ,  $S = \text{ger } A$ , uma base para  $S$  e sua dimensão  $\dim S$  (1,5 ponto).

5. Seja a base  $B = \{u, v, w\}$  do subespaço  $V$  e os vetores:

$$a_1 = u + v + w \quad a_2 = 2u + v \quad a_3 = u + 2v + w$$

- (a) O conjunto  $A = \{a_1, a_2, a_3\}$  é também base de  $V$ ? **Justifique** sua resposta (1,0 ponto);
- (b) Se  $s_B = (1, 2, 3)$  é o vetor  $s$  na base  $B$ , escreva  $s$  como combinação linear dos vetores de  $A$  (1,0 ponto);
- (c) Determine a matriz mudança de base a matriz mudança de base de  $\mathbf{A}$  para  $\mathbf{B}$ , ou seja,  $[\mathbf{I}]_{\mathbf{B}}^{\mathbf{A}}$  (0,5 ponto).