

VE2 de Cálculo I-TW1 e TX1

09/11/2023

Justifique todas as respostas, citando os teoremas que forem utilizados.

Questão	Valor	Nota
1	1,7	
2	2,2	
3	2,2	
4	2,4	
5	1,5	
Total:	10,0	

1. Considere a função $f(x) = \frac{1}{\sqrt[5]{x}}$, $x > 0$.

(a) Determine o polinômio de Taylor de ordem 2 de f em torno do ponto $x_0 = 1$.

(b) Use o item (a) para encontrar um valor aproximado para $(1,05)^{-1/5}$.

Segue a representação do polinômio de Taylor de ordem n . Resolva a questão fazendo a dedução a partir da representação dada.

$$P(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x-x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x-x_0)^2 + \frac{f^{(3)}(x_0)}{3!}(x-x_0)^3 + \dots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x-x_0)^n$$

2. Responda aos itens.

(a) Encontre $y'(x)$ usando a derivação implícita para a elipse de equação $x^2 + y^2 = xy + 6$.

(b) Determine os pontos sobre a elipse de equação $x^2 + y^2 = xy + 6$, tais que a reta tangente é paralela à $y = x$.

3. Calcule os limites abaixo:

(a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \sin\left(\frac{2}{x}\right)$

(b) $\lim_{x \rightarrow \pi/2^+} \frac{7 \operatorname{tg}(x)}{5 + \sec(x)}$

4. Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \operatorname{Im}(f)$ diferenciável em \mathbb{R} , tal que $f(5) = 7$, $f(6) = 9$, $f'(5) = 10/3$, $f'(6) = 4$ e $1 \leq f'(x) \leq \frac{15}{2}$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

(a) Enuncie o Teorema do Valor Médio (TVM).

(b) Mostre que $f(7) \leq 22$.

(c) Podemos garantir que a f é invertível em \mathbb{R} ? Por quê? Podemos calcular $(f^{-1})'(9)$? Caso seja possível, calcule. Justifique muito bem!!

5. Um cilindro é comprimido lateralmente e se alonga de tal modo que o raio da base decresce a uma taxa de 2cm/s e a altura cresce a uma taxa de 5cm/s . Vamos achar a taxa de variação segundo a qual o volume do cilindro varia quando o raio da base mede 6cm e a altura 8cm .

[Dado: Volume do cilindro $V = \pi r^2 h$]