# Terceira Avaliação de Conteúdo – Turma B1

*Petrucio Viana*
GAN-IME-UFF

---

**As resoluções devem:**

1. **estar redigidas e diagramadas de acordo com os modelos apresentados nas aulas e nas notas de aula;**
2. **conter os detalhes necessários para que uma pessoa que domine um mínimo do conteúdo as entendam.**

1. Determine se as sentenças $\varphi$ e $\neg\psi$ são equivalentes. Justifique.

   (a) $\varphi$: Não acontece que $x$ ser primo seja necessário e suficiente para $x$ ser ímpar.
   $\psi$: $x$ é primo ou não é ímpar.

   (b) $\varphi$: $s$ ser perpendicular a $t$ é necessário para $r$ ser paralela a $s$ e perpendicular a $t$.
   $\psi$: $r$ ser paralela a $s$ e $s$ não ser perpendicular a $t$ é suficiente para $r$ não ser perpendicular a $t$.

2. Determine se temos um passo lógico. Justifique.

   (a) $p, p \vee q \models p \rightarrow q$.    (b) $p \rightarrow q, q \rightarrow \neg r \models \neg p \vee \neg r$.

3. Demonstre a validade dos seguintes argumentos.

   (a) $$\frac{\begin{array}{l}\neg p \vee (q \rightarrow r)\\ \neg(\neg t \vee \neg p)\\ t \rightarrow q\end{array}}{r \vee s}$$

   (b) $$\frac{\begin{array}{l}(a \rightarrow b) \vee (a \wedge \neg c)\\ a \wedge (c \rightarrow \neg b)\\ \neg c \rightarrow b\end{array}}{\neg c}$$

4. Mostrar que o argumento cujas premissas são:

   O enunciado é verdadeiro em sentido absoluto se é verdadeiro e sua verdade não depende do contexto. E se não é verdadeiro em sentido absoluto, ele é falso ou sua verdade depende do contexto. Além disso, o enunciado tem contraexemplo ou é verdadeiro em sentido absoluto, mas não ambas estas coisas.

   e cuja conclusão é a negação de:

> O enunciado é verdadeiro em sentido absoluto se e somente se tem contraexemplo.

é válido, apresentando uma demonstração que **não usa** a *Negação do* $\leftrightarrow$ como passo lógico.

**Advertência.**

- Segue, abaixo, para cada questão, uma resolução elaborada (semântica) e escrita (sintaxe), de acordo com o conteúdo e os métodos que estudamos.
- Elas devem ser usadas do seguinte modo:
  1. Releia o enunciado da questão atentamente.
  2. Medite sobre como você a teria resolvido, agora que a avaliação já passou.
  3. Escreva uma resolução para a questão, baseada nas ideias que você está tendo agora.
  4. Relembre o que você escreveu na sua folha de respostas (que está comigo para correção) e veja se o que você respondeu antes corresponde ao que você respondeu agora.
  5. Compare o que você escreveu tanto agora quanto antes com a resolução que estou apresentando; veja se há discrepâncias; avalie se é necessário revisar a matéria já estudada, refazer alguns exercícios, tirar novas dúvidas; etc.
- Você pode ter elaborado resoluções alternativas corretas, tanto na ideia (semântica), quanto na redação (sintaxe).

**Um exercício de muito valor:**

Pense em como as árvores de refutação podem ajudar na resolução destas questões; e resolva cada uma delas aplicando este procedimento.

Nas questões 3 e 4, finja que as demonstrações não estão sendo pedidas.

**Resolução da Questão 1:**

(a) **Legenda:**

$p$ : $x$ é primo.

$i$ : $x$ é ímpar.

**Simbolização:**

$\varphi : \neg(p \leftrightarrow i)$.

$\psi : p \vee \neg i$.

**Negação:**

$\neg\psi : \neg(p \vee \neg i)$

é equivalente a

$\neg p \wedge \neg\neg i$

é equivalente a

$\neg p \wedge i$.

**$\varphi$ e $\neg\psi$ não são equivalentes:** Tomando

$$p : V \text{ e } i : F,$$

temos

$$\varphi : \neg(p \leftrightarrow i) : \neg(V \leftrightarrow F) : \neg F : V$$

enquanto que

$$\neg\psi : \neg p \wedge i : \neg V \wedge F : F.$$

(b) **Legenda:**

$p$ : $s$ é perpendicular a $t$.

$q$ : $r$ é paralela a $s$.

$r$ : $r$ é perpendicular a $t$.

**Simbolização:**

$\varphi : (q \wedge r) \rightarrow p$.

$\psi : (q \wedge \neg p) \rightarrow \neg r$.

**Negação:**

$\neg\psi : \neg[(q \wedge \neg p) \rightarrow \neg r]$

é equivalente a

$q \wedge \neg p \wedge \neg\neg r$

é equivalente a

$q \wedge \neg p \wedge r$.

**$\varphi$ e $\neg\psi$ não são equivalentes:** Tomando

$$p : F \text{ , } q : V \text{ e } r : V,$$

temos

$$\varphi : (q \wedge r) \rightarrow p : (V \wedge V) \rightarrow F : V \rightarrow F : F$$

enquanto que

$$\neg\psi : q \wedge \neg p \wedge r : V \wedge \neg F \wedge V : V \wedge V \wedge V : V.$$

**Resolução da Questão 2:**

(a) **Classificação:** Não é um passo lógico.

**Justificativa:** Tomando $p : V$ e $q : F$, temos

$$p : V, p \vee q : V \text{ e } p \rightarrow q : F.$$

(b) **Classificação:** É um passo lógico.

**Justificativa:** Supondo $p \rightarrow q$ e $q \rightarrow \neg r$, temos:
$\neg p \vee q$ e $\neg q \vee \neg r$;
daí, "cortando $q$ com $\neg q$", temos $\neg p \vee \neg r$.

**Sugestão:** Para entender ainda melhor a questão 2(b) e dominar completamente a regra que aplicada na sua resolução, revise o texto *O Método de Holmes: Uma Aplicação da Lógica dos Conectivos na Resolução de Mistérios*.

**Resolução da Questão 3:**

(a) **Demonstração:**

| | | |
|---|---|---|
| P | 1. | $\neg p \vee (q \rightarrow r)$ |
| P | 2. | $\neg(\neg t \vee \neg p)$ |
| P | 3. | $t \rightarrow q$ |
| 2 | 4. | $\neg\neg t \wedge \neg\neg p$ |
| 4 | 5. | $t \wedge p$ |
| 5 | 6. | $t$ |
| 3,6 | 7. | $q$ |
| 5 | 8. | $p$ |
| 1,8 | 9. | $q \rightarrow r$ |
| 7,9 | 10. | $r$ |
| 10 | 11. | $r \vee s \quad \square$ |

(b) **Demonstração:**

| | | |
|---|---|---|
| P | 1. | $(a \rightarrow b) \vee (a \wedge \neg c)$ |
| P | 2. | $a \wedge (c \rightarrow \neg b)$ |
| P | 3. | $\neg c \rightarrow b$ |
| 2 | 4. | $a$ |
| 1,4 | 5. | $b \vee (a \wedge \neg c)$ |
| 2 | 6. | $c \rightarrow \neg b$ |
| 6 | 7. | $b \rightarrow \neg c$ |
| 5,7 | 8. | $\neg c \vee (a \wedge \neg c)$ |
| 8 | 9. | $\neg c \vee \neg c$ |
| 9 | 10. | $\neg c \quad \square$ |

### Resolução da Questão 4:

**Legenda**:

$p$ : O enunciado é verdadeiro em sentido absoluto.

$q$ : O enunciado é verdadeiro.

$r$ : A verdade do enunciado depende do contexto.

$s$ : O enunciado tem contraexemplo.

**Simbolização**: Assumindo que "ser falso" é a negação de "ser verdadeiro":

$$\begin{array}{l} (q \wedge \neg r) \rightarrow p \\ \neg p \rightarrow (\neg q \vee r) \\ (s \vee p) \wedge \neg(s \wedge p) \\ \hline \neg(p \leftrightarrow s) \end{array}$$

**Demonstração**:

| | | |
|---|---|---|
| P | 1. | $(q \wedge \neg r) \rightarrow p$ |
| P | 2. | $\neg p \rightarrow (\neg q \vee r)$ |
| P | 3. | $(s \vee p) \wedge \neg(s \wedge p)$ |
| 3 | 4. | $(s \vee p) \wedge (\neg s \vee \neg p)$ |
| 4 | 5. | $(s \wedge \neg s) \vee (s \wedge \neg p) \vee (p \wedge \neg s) \vee (p \wedge \neg p)$ |
| 5 | 6. | $(s \wedge \neg p) \vee (p \wedge \neg s)$ |
| 6 | 7. | $(p \wedge \neg s) \vee (s \wedge \neg p)$ |
| 7 | 8. | $\neg(p \rightarrow s) \vee \neg(s \rightarrow p)$ |
| 8 | 9. | $\neg[(p \rightarrow s) \wedge (s \rightarrow p)]$ |
| 9 | 10. | $\neg(p \leftrightarrow s)$ $\square$ |