UFF - IME - Departamento de Matemática Aplicada

Nome: ____________________

Questão	Valor	Nota
1	2,0	
2	2,0	
3	2,0	
4	2,0	
5	2,0	
Total:	10,0	

VS de Cálculo I-2023-2

Justifique todas as respostas, citando os teoremas que forem utilizados.

1. Derive as funções abaixo:

a) $f(x) = x^2 e^{\cos(3x)}$, $x \in \mathbb{R}$.

b) $f(x) = \sqrt{\dfrac{3xe^{-x} + \pi^2}{\ln(2x) + 1}}$, $x > 1$.

---

2. Considere a função de expressão $f(x) = \dfrac{x^2 + 1}{x}$.

(a) Determine o domínio da f. (Maximal)

(b) Determine as interseções do gráfico da f com os eixos coordenados, caso existam.

(c) Verifique se o gráfico da f possui assíntotas verticas e/ou horizontais. Caso possua, especifique a equação de cada assíntota.

(d) Calcule $f'(x)$ e estude seu sinal. Diga se a f possui extremos locais.

(e) Calcule $f''(x)$ e estude seu sinal. Diga se o gráfico da f possui algum ponto de inflexão.

(f) Esboce o gráfico da f.

---

3. Considere a função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \displaystyle\int_0^x e^{t^2} dt + h\left(h(2x) - \operatorname{sen}(x)\right)$, onde $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ é uma função diferenciável que satisfaz a: $h(0) = 1$, $h(1) = -1$ e $h(3) = 4$. Sabe-se também que os pontos $(0, -1)$, $(1, -2)$ e $(3, 2)$ pertencem ao gráfico da derivada h'.

(a) Calcule $f'(x)$, $x \in \mathbb{R}$.

(b) Determine a equação da reta tangente ao gráfico de f no ponto de abscissa $x = 0$.

(c) Pode-se garantir que existe ao menos uma raiz da função h no intervalo $[0, 3]$? Justifique cuidadosamente.

---

4. Calcule as integrais abaixo:

a) $\displaystyle\int \frac{dx}{x^2 - 4x + 3}$

b) $\displaystyle\int_1^2 x^2 e^{x^3}\, dx$

c) $\displaystyle\int \frac{\ln(x)}{x^3}\, dx$

---

5. Considere o gráfico de $y = 5 - x^2$.

(a) Esboce a região limitada R, entre o gráfico da parábola dada e o eixo x. Calcule a área da região R.

(b) Determine os pontos sobre a parábola dada, tais que a distância ao ponto $p = (0, 1)$ seja mínima.

BOA PROVA!