

GAN 00166 : Lógica para a Ciência da Computação
Avaliação de Conteúdo – Turma A1
Petrucio Viana
GAN-IME-UFF

As resoluções devem estar redigidas e diagramadas de acordo com os modelos apresentados nas aulas e nas notas de aula.

1. Simbolizar os seguintes enunciados, levando em conta a sua formação por meio de conectivos:

(a) Se você tiver uma dúvida, Petrucio vai respondê-la se a dúvida for enviada para ele e chegar na sua caixa de correio.

(b) Não podemos atravessar a rua sem que o sinal esteja vermelho para os carros e verde para os pedestres.

2. Verifique a validade do seguinte argumento, apresentando uma demonstração se ele for válido ou uma refutação se ele for inválido:

Se comprarmos um piano, nós vamos à falência se instalarmos um ar-condicionado. Não podemos comprar um piano sem instalarmos um ar-condicionado pois o Piano não pode ficar em lugar úmido. De fato, compramos um piano. Logo, vamos à falência.

3. Apresente uma demonstração indireta e uma demonstração direta para o seguinte argumento:

$$\begin{array}{l} a \rightarrow (b \rightarrow c) \\ c \rightarrow \neg d \\ \neg e \rightarrow d \\ \hline b \rightarrow (a \rightarrow e) \end{array}$$

4. Um conjunto de enunciados é **inconsistente** se quando tomamos os enunciados como premissas, podemos produzir uma demonstração de um enunciado da forma $\varphi \wedge \neg\varphi$.

Simbolizar os seguintes enunciados de modo a mostrar que eles são inconsistentes:

Uma das premissas do argumento é falsa ou o argumento é inválido, quando ele é incorreto. O argumento ser correto não é o mesmo que ele ser válido. Mas sabemos que ele é válido e nenhuma das suas premissas é falsa.

Advertência.

- Seguem, abaixo, uma resolução para cada questão, elaborada (semântica) e escrita (sintaxe), de acordo com o conteúdo e os métodos que estudamos.
- Elas devem ser usadas, em dois momentos diferentes, do seguinte modo:

Primeiro momento (antes de você receber a avaliação corrigida).

1. Releia o enunciado da questão atentamente;
2. Medite sobre como você a teria resolvido, agora que a avaliação já passou (é prudente, neste momento, tomar notas do que você está pensando, para uso posterior);
3. Leia os comentários que precedem a resolução de cada item e de cada questão;
4. Tente se lembrar se durante a avaliação você atendeu ao que está estipulado em cada comentário.

Segundo momento (após você receber a avaliação corrigida).

1. Volte ao que você pensou sobre cada questão (reveja suas notas);
 2. Examine a sua avaliação e veja se o que você pensou corresponde com o que você fez;
 3. Compare o que você escreveu na sua avaliação com a resolução que eu estou apresentando; veja se há discrepâncias; avalie se vale a pena conversar comigo para acertarmos os ponteiros; etc.
- Você pode ter elaborado resoluções alternativas corretas, tanto na ideia (semântica), quanto na redação (sintaxe).
 - Mas, se você fez algo muito diferente do que está apresentado abaixo, com grande probabilidade, prejudicou ou o entendimento ou a estrutura da resolução. Se mesmo assim, você acha que o que você fez está correto, me procure para conversarmos ...

Resolução da Questão 1:

Em questões de simbolização, duas coisas devem sempre ser observadas:

1. A legenda deve conter *enunciados completos*: ou sujeito e propriedade ou mais de um sujeito e uma relação;
2. A legenda não pode conter conectivos, somente enunciados atômicos.

Além disso, qualquer simbolização equivalente a “simbolização natural” é aceita como resposta.

(a) Legenda:

p : Você tem uma dúvida.

q : Petrucio responde a dúvida.

r : A dúvida é enviada para Petrucio.

s : A dúvida chega na caixa de correio do Petrucio.

Simbolização: $p \rightarrow [(r \wedge s) \rightarrow q]$

Antes de examinar a resolução do Item (b), pense em como simbolizar o seguinte enunciado:

Não chove sem que a rua fique molhada.

Lembre-se de que, sempre que ocorrem partículas diferentes dos conectivos lógicos em um enunciado a ser simbolizado, uma boa estratégia é simbolizar enunciados simples e sugestivos envolvendo estas partículas, para tentar entender como elas “funcionam”.

(b) Legenda:

p : Nós podemos atravessar a rua.

q : O sinal está vermelho para os carros.

r : O sinal está verde para os pedestres.

Simbolização: $p \rightarrow (q \wedge r)$

Resolução da Questão 2:

Uma dúvida pode surgir com relação ao enunciado:

Não podemos comprar um piano sem instalarmos um ar-condicionado ...

Observe que — graças à ideia de causa e efeito embutida no quantificador **se então** da linguagem natural — sem perda de significado, este enunciado pode ser lido como:

Se não instalarmos um ar-condicionado, então não compramos um piano ...

Se a presença da partícula **podemos** é levada em conta e os enunciados

Nós compramos um piano.

e

Nós podemos comprar um piano.

são diferenciados, o argumento é inválido (verifique isso!). Uma resolução coerente e feita dentro dos padrões que leve isso em conta é aceita como correta.

Legenda:

p : Nós compramos um piano.

q : Nós vamos à falência.

r : Nós instalamos um ar condicionado.

s : O Piano pode ficar em lugar úmido.

Simbolização:

$$\frac{\begin{array}{l} p \rightarrow (r \rightarrow q) \\ \neg s \wedge [\neg r \rightarrow \neg p] \\ p \end{array}}{q}$$

Demonstração:

P	1.	$p \rightarrow (r \rightarrow q)$
P	2.	$\neg s \wedge [\neg r \rightarrow \neg p]$
P	3.	p
2	4.	$\neg r \rightarrow \neg p$
3,4	5.	r
1,3	6.	$r \rightarrow q$
5,6	7.	$q \quad \square$

Resolução da Questão 3:

Em questões de demonstração indireta duas coisas devem sempre ser observadas:

1. As premissas devem ser claramente diferenciadas das hipóteses;
2. A demonstração deve ser “fechada”, ou seja, quando acrescentamos α como hipótese para provarmos β , ao obtermos β , devemos acrescentar um passo $\alpha \rightarrow \beta$ contendo como justificativa o “intervalo” dos passos que foram usados para a obtenção de β .

Existem muitas maneiras de resolver esta questão pois cada pessoa pode usar os passos lógicos que quiser.

Demonstração indireta:

P	1.	$a \rightarrow (b \rightarrow c)$	
P	2.	$c \rightarrow \neg d$	
P	3.	$\neg e \rightarrow d$	
H	4.	b	
H	5.	a	
1,5	6.	$b \rightarrow c$	
4,6	7.	c	
2,7	8.	$\neg d$	
3,8	9.	e	
5-9	10.	$a \rightarrow e$	
4-10	11.	$b \rightarrow (a \rightarrow e)$	\square

Demonstração direta:

P	1.	$a \rightarrow (b \rightarrow c)$	
P	2.	$c \rightarrow \neg d$	
P	3.	$\neg e \rightarrow d$	
1	4.	$(a \wedge b) \rightarrow c$	
4	5.	$(b \wedge a) \rightarrow c$	
3	6.	$\neg d \rightarrow e$	
2,6	7.	$c \rightarrow e$	
5,7	8.	$(b \wedge a) \rightarrow e$	
8	9.	$b \rightarrow (a \rightarrow e)$	\square

Resolução da Questão 4:

Nunca se esqueça de que:

1. A legenda deve conter *enunciados completos*;
2. A legenda não pode conter conectivos.

Um detalhe nesta questão é que a partícula **uma** que ocorre no primeiro enunciado, deve ser interpretada no sentido lógico: **ao menos uma**. Assim, sua negação é **nenhuma**. Este ponto dá margem à resoluções alternativas.

Legenda:

p : O argumento é correto.

q : Uma das premissas do argumento é falsa.

r : O argumento é válido.

Simbolização do conjunto de enunciados, assumindo que “ser incorreto” é a negação de “ser correto” e que “inválido” é a negação de “ser válido”:

$$\{ \neg p \rightarrow [q \vee \neg r] , \neg(p \leftrightarrow r) , r \wedge \neg q \}$$

Demonstração da inconstância:

P	1.	$\neg p \rightarrow [q \vee \neg r]$
P	2.	$\neg(p \leftrightarrow r)$
P	3.	$r \wedge \neg q$
3	4.	r
2,4	5.	$\neg p$
1,5	6.	$q \vee \neg r$
3	7.	$\neg q$
6,7	8.	$\neg r$
4,8	9.	$r \wedge \neg r \quad \square$

Últimas palavras ...

Sinceramente, como um todo, eu acho esta avaliação muito bonita e relativamente fácil.

Espero que você tenha ido bem ao resolvê-la e tenha tido um certo prazer intelectual em fazer isto!