

**Verificação Suplementar - Geometria Analítica e Cálculo Vetorial**  
**Abigail Folha - 2018-2**

1. Considere os vetores  $\vec{u} = (-5, -4, 2)$ ,  $\vec{v} = (-4, -6, 4)$ ,  $\vec{w} = (-4, -4, 3)$  e os pontos  $A = (5, 6, 0)$ ,  $B = (4, 0, 5)$ .
  - (a) Verifique se os vetores  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  e  $\vec{w}$  são linearmente dependentes ou independentes.
  - (b) Encontre o ponto  $C$  tal que o vetor  $\vec{AC} = \vec{v}$ .
  - (c) Encontre a reta  $r$  que passa por  $A$  e é paralela ao vetor  $\vec{u}$  e a reta  $s$  que passa por  $C$  (do item anterior) e é paralela ao vetor  $\vec{v}$ .
  - (d) Mostre que existem dois planos  $\pi_1$  e  $\pi_2$  paralelos tais que,  $r$  está contida em  $\pi_1$  e  $s$  está contida em  $\pi_2$ .
  - (e) Calcule a área do paralelogramo determinado por  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$ .
  - (f) Calcule a distância entre  $\pi_1$  e  $\pi_2$ .
  - (g) Qual a distância entre  $r$  e  $s$ ?
  - (h) Determine o simétrico de  $C$  (do item b) com relação à reta  $s$ .
  - (i) O ponto  $B$  está no plano que passa por  $A$  e é paralelo a  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$ ? Em caso afirmativo, escreva  $\vec{AB}$  como combinação linear de  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$ ; caso contrário, escreva  $\vec{AB}$  como combinação linear de  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  e  $\vec{w}$ .
2. (a) Encontre a cartesiana da elipse  $\mathcal{E} : \frac{(x-x_0)^2}{A} + \frac{(y-y_0)^2}{B} = 1$  com reta focal paralela a um dos eixos coordenados, sabendo que um dos seus vértices focais é o ponto  $(0, 2)$  e um dos seus vértices não focais é o ponto  $(2, 3)$ .
  - (b) Encontre a equação cartesiana da hipérbole  $\mathcal{H} : \frac{(x-x_1)^2}{C} - \frac{(y-y_1)^2}{D} = 1$ , com reta focal paralela a um dos eixos coordenados, cujas assíntotas são dadas pelas retas  $r : x - y = 0$  e  $s : x + y = 4$  e um dos seus focos é o ponto  $(2 + \sqrt{2}, 2)$ .
  - (c) Usando as expressões encontradas nas letras (a) e (b), faça um esboço detalhado (contendo as interseções e os elementos das cônicas) da região 
$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{(x-x_0)^2}{A} + \frac{(y-y_0)^2}{B} > 1 \\ \frac{(x-x_1)^2}{C} - \frac{(y-y_1)^2}{D} \geq 1 \\ |x-2| < 3 \end{array} \right.$$

3. Determine as retas contidas no paraboloide hiperbólico

$$\mathcal{Q} : \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} - z = 0$$

que passam pelo ponto  $A = (4, 3, 3)$ . Classifique e faça um esboço da curva

$$\gamma : \begin{cases} \mathcal{Q} \\ z = -1 \end{cases}.$$

4. Encontre as equações cartesianas dos planos paralelos a  $\pi : x + y - 2z = 4$  que são tangentes a esfera  $\mathcal{S} : x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y - 4z + 8 = 0$ .