

1) Encontre λ real para que a projeção ortogonal do vetor $u = (1, \lambda)$ sobre o vetor $v = (2, -1)$, tenha norma (ou módulo) igual a 1 (isto é, seja um vetor unitário).

$$\text{Solução: } \|\tilde{u}\| = \frac{|\langle u, v \rangle|}{\|v\|} = \frac{|\langle u, v \rangle|}{\|v\|} = \frac{|2 - \lambda|}{\sqrt{5}} \quad \therefore \quad \|\tilde{u}\| = 1 \Leftrightarrow |2 - \lambda| = \sqrt{5} \quad \therefore \quad \lambda - 2 = \pm\sqrt{5}$$

$$\text{Assim, } \lambda = 2 + \sqrt{5} \quad \text{ou} \quad \lambda = 2 - \sqrt{5}$$

2) Ache o Lugar Geométrico dos pontos do plano que estão a mesma distância dos pontos $P(4, 7)$ e $Q(-4, 5)$.

Solução: Um ponto $R(x, y)$ estará neste lugar geométrico se, e somente se, $d(P, R) = d(Q, R)$. Ou seja, é a reta de equação:

$$16x + 4y - 24 = 0 \quad \therefore \quad 4x + y - 6 = 0$$

3) Determine a equação da reta que passa pelo ponto $P(4, 2)$ e $Q(7, 4)$.

Solução: A reta pedida tem declividade $\frac{4-2}{7-4} = \frac{2}{3}$. Um ponto (x, y) estará na reta se, e somente se, $\frac{y-2}{x-4} = \frac{2}{3}$ Ou seja,

$$3(y - 2) = 2(x - 4) \quad \therefore \quad 2x - 3y - 2 = 0$$

4) Calcule a área do triângulo de vértices $A(-1, 2)$, $B(3, 1)$ e $C(4, 8)$.

Solução: Solução: $\overrightarrow{AB} = (4, -1)$ e $\overrightarrow{AC} = (5, 6)$. Área = $\frac{|ad-bc|}{2} = \frac{|24+5|}{2} = \frac{29}{2} u.a.$