

GAN 00166 : Lógica para a Ciência da Computação  
Avaliação de Conteúdo – Turma A1  
*Petrucio Viana*  
GAN-IME-UFF

As resoluções devem estar redigidas e diagramadas de acordo com os modelos apresentados nas aulas e nas notas de aula.

1. Classifique como verdadeiro ou falso. Justifique.

(a) Uma simbolização para Não é o caso que Felipe vai passar em Lógica, mesmo sabendo-se que ele estuda e faz os exercícios é  $(e \wedge f) \rightarrow \neg p$ .

(b)  $\neg(p \rightarrow q)$  e  $\neg p \rightarrow \neg q$  são equivalentes.

(c)  $p \rightarrow (q \wedge r)$  e  $(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$  são equivalentes.

(d) A negação de Laura foi à feira, o tomate estava caro e, por isso, ela não

comprou tomate é Se Laura foi à feira e o tomate estava caro, então Laura comprou tomate.

$$\frac{\varphi \rightarrow \psi}{\psi \rightarrow \theta}$$

(e)  $\frac{\neg\theta}{\neg\varphi}$  é um passo lógico.

$$\frac{\varphi \vee \psi}{\psi \vee \theta}$$

(f)  $\frac{\psi \vee \theta}{\varphi \vee \theta}$  é um passo lógico.

2. Apresente uma demonstração indireta da validade do seguinte argumento, usando o *Método da Bi-implicação* (é claro que, se você quiser, outros métodos também podem ser usados):

$$\frac{\begin{array}{l} a \rightarrow c \\ \neg c \vee d \\ b \leftrightarrow d \\ b \rightarrow \neg(\neg a \wedge d) \end{array}}{a \leftrightarrow b}$$

3. Agora, apresente uma demonstração direta da validade do mesmo argumento.

4. Simbolizar na *Lógica dos Quantificadores*

(a) Algumas rãs verdes não estão saltitando.

(b) Qualquer aluna que gosta de todos os professores de Lógica é uma queridinha.

5. Negar na *Lógica dos Quantificadores*

(a) Cada uma das rãs saltitando é verde.

(b) Existem alunas que não são queridinhas, pois não gostam de algum professor de Lógica.

---

## Resolução da Questão 1:

(a) Falso.

Da sentença dada podemos concluir que Felipe estuda :  $V$ .

Mas a simbolização  $(e \wedge f) \rightarrow \neg p$  é verdadeira quando  $e : F$ .

(b) Falso.

Tomando  $p : F$  e  $q : F$ , temos  $\neg(p \rightarrow q) : \neg(F \rightarrow F) : \neg V : F$ , mas  $\neg p \rightarrow \neg q : \neg F \rightarrow \neg F) : V \rightarrow V : V$ .

(c) Verdadeiro.

**Equivalência:**  $p \rightarrow (q \wedge r) \models \neg p \vee (q \wedge r) \models (\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee r) \models (p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$

(d) Verdadeiro.

**Legenda:**

$p$  : Laura foi à feira.

$q$  : O tomate estava caro.

$r$  : Laura comprou tomate.

**Simbolização:**  $p \wedge q \wedge \neg r$

**Negação:**  $\neg(p \wedge q \wedge \neg r) \models \neg(p \wedge q) \vee r \models (p \wedge q) \rightarrow r$ .

**Reescrita:** Se Laura foi à feira e o tomate estava caro, então Laura comprou tomate.

(e) Verdadeiro.

**Demonstração:**

P 1.  $\varphi \rightarrow \psi$

P 2.  $\psi \rightarrow \theta$

P 3.  $\neg\theta$

2, 3 4.  $\neg\psi$

1, 4 5.  $\neg\varphi$   $\square$

(f) Falso.

Tomando  $\varphi : F$ ,  $\psi : V$  e  $\theta : F$ , temos  $\varphi \vee \psi : F \vee V : V$ ,  $\psi \vee \theta : V \vee F : V$ , mas  $\varphi \vee \theta : F \vee F : F$ .

---

### Resolução da Questão 2:

#### Demonstração:

P	1.	$a \rightarrow c$
P	2.	$\neg c \vee d$
P	3.	$b \leftrightarrow d$
P	4.	$b \rightarrow \neg(\neg a \wedge d)$
H	5.	$a$
1,5	6.	$c$
2,6	7.	$d$
3,7	8.	$b$
4-8	9.	$a \rightarrow b$
H	10.	$b$
4,10	11.	$\neg(\neg a \wedge d)$
12	12.	$a \vee \neg d$
3,10	13.	$d$
12,13	14.	$a$
10-13	15.	$b \rightarrow a$
9-15	15.	$a \leftrightarrow b \quad \square$

### Resolução da Questão 3:

#### Demonstração:

P	1.	$a \rightarrow c$
P	2.	$\neg c \vee d$
P	3.	$b \leftrightarrow d$
2	4.	$b \rightarrow \neg(\neg a \wedge d)$
2	5.	$c \rightarrow d$
1,5	6.	$a \rightarrow d$
3,6	7.	$a \rightarrow b$
3	8.	$b \rightarrow d$
4	9.	$b \rightarrow \neg(d \wedge \neg a)$
9	10.	$b \rightarrow (d \rightarrow a)$
8,10	11.	$b \rightarrow a$
7,11	12.	$a \leftrightarrow b \quad \square$

---

### Resolução da Questão 4:

(a) **Legenda:**

$R(x)$  :  $x$  é rã.

$V(x)$  :  $x$  é verde.

$S(x)$  :  $x$  está saltitando.

**Simbolização:**  $\exists x[R(x) \wedge V(x) \wedge S(x)]$ .

(b) **Legenda:**

$A(x)$  :  $x$  é aluna.

$G(x, y)$  :  $x$  gosta de  $y$ .

$P(x, y)$  :  $x$  é professor de  $y$ .

$l$  : Lógica

$Q(x)$  :  $x$  é queridinha.

**Simbolização:**  $\forall x \langle \{A(x) \wedge \forall y[P(y, l) \rightarrow G(x, y)]\} \rightarrow Q(x) \rangle$ .

---

### Resolução da Questão 5:

(a) **Legenda:**

$R(x)$  :  $x$  é rã.

$V(x)$  :  $x$  é verde.

$S(x)$  :  $x$  está saltitando.

**Simbolização:**  $\forall x\{[R(x) \wedge S(x)] \rightarrow V(x)\}$ .

**Negação:**

$$\begin{aligned} & \neg \forall x\{[R(x) \wedge S(x)] \rightarrow V(x)\} \\ & \quad \models \\ & \exists x \neg\{[R(x) \wedge S(x)] \rightarrow V(x)\} \\ & \quad \models \\ & \exists x[R(x) \wedge S(x) \wedge \neg V(x)] \end{aligned}$$

**Reescrita:** Existem rãs saltitantes que não são verdes.

(b) **Legenda:**

$A(x)$  :  $x$  é aluna.

$Q(x)$  :  $x$  é queridinha.

$G(x, y)$  :  $x$  gosta de  $y$ .

$P(x, y)$  :  $x$  é professor de  $y$ .

$l$  : Lógica

**Simbolização:**  $\exists x\{[A(x) \wedge \neg Q(x) \wedge \exists y[P(y, l) \wedge \neg G(x, y)]]\}$ .

**Negação:**

$$\begin{aligned} & \neg \exists x\{[A(x) \wedge \neg Q(x) \wedge \exists y[P(y, l) \wedge \neg G(x, y)]]\} \\ & \quad \models \\ & \forall x \neg\{[A(x) \wedge \neg Q(x) \wedge \exists y[P(y, l) \wedge \neg G(x, y)]]\} \\ & \quad \models \\ & \forall x\{[A(x) \wedge \neg Q(x)] \rightarrow \neg \exists y[P(y, l) \wedge \neg G(x, y)]\} \\ & \quad \models \\ & \forall x\{[A(x) \wedge \neg Q(x)] \rightarrow \forall y \neg[P(y, l) \wedge \neg G(x, y)]\} \\ & \quad \models \\ & \forall x\{[A(x) \wedge \neg Q(x)] \rightarrow \forall y[P(y, l) \rightarrow G(x, y)]\} \end{aligned}$$

**Reescrita:** Toda aluna que não é queridinha gosta de todos os professores de Lógica.