



Βικέντιος Βιτάλης el18803

Συστήματα Αναμονής

Εργαστηριακή Άσκηση 4

6^ο Εξάμηνο

ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ & ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
Τομέας Επικοινωνιών, Ηλεκτρονικής & Συστημάτων Πληροφορικής
Εργαστήριο Διαχείρισης και Βέλτιστου Σχεδιασμού Δικτύων Τηλεματικής - NETMODE

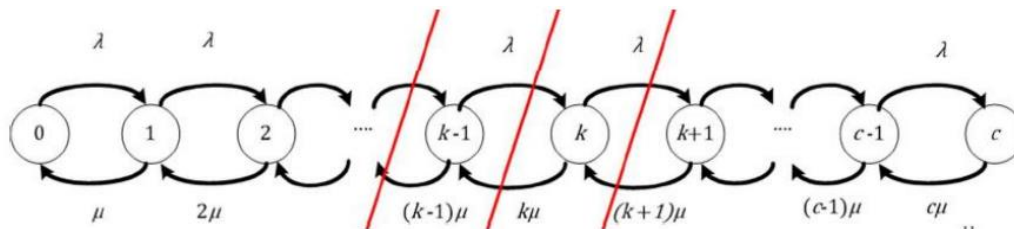
Ηρώων Πολυτεχνείου 9, Ζωγράφου, 157 80

e-mail: queuing@netmode.ntua.gr, URL: <http://www.netmode.ntua.gr>

Ανάλυση και Σχεδιασμός ενός τηλεφωνικού κέντρου

Έχουμε ουρά M/M/c/c με λ μέσο ρυθμό αφίξεων (poisson) και μ μέσος εκθετικός ρυθμός εξυπηρέτησεων.

1) Το διάγραμμα ρυθμού μεταβάσεων φαίνεται παρακάτω:



Αποδεικνύεται ότι για την παραπάνω ουρά με την βοήθεια των εξισώσεων ισορροπίας ότι:

$$p_k = \frac{\lambda}{k\mu} p_{k-1} = \frac{\lambda^2}{k(k-1)\mu^2} p_{k-2} = \dots = \frac{1}{k!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k p_0, \quad \text{όπου } 1 \leq k \leq c.$$

και επειδή το άθροισμα όλων των πιθανοτήτων ισούται με 1 βρίσκουμε ότι:

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{k=0}^c \frac{\rho^k}{k!}}$$

Οπότε:

$$p_k = p_0 \frac{a^k}{k!} = \frac{a^k / k!}{\sum_{j=0}^s (a^j / j!)},$$

Από ιδιότητα PASTA (Poisson arrivals see time averages) προκύπτει η:

$$P_c = P_{\text{blocking}} = \frac{\rho^c / c!}{\sum_{k=0}^c \frac{\rho^k}{k!}} \triangleq B(\rho, c) \quad (\text{Erlang-B Formula})$$

Κώδικας για Erlang Factorial:

```

1 addpath(pwd);
2 function Result = erlang_factorial(ro,c)
3     arithmitis = (ro^c)/factorial(c)
4     paranomasths = 0
5     i = 0;
6     while i <= c
7         paranomasths += (ro^i)/factorial(i);
8         i++;
9     endwhile
10    Result = arithmitis/paranomasths;
11 endfunction
12 #exit;

```

2) Erlang Iterative

```

1 pkg load queueing
2 addpath(pwd);
3 function Result = erlang_factorial(ro,n)
4     i = 0;
5     Result = 1;
6     while i <= n
7         Result = ro * Result / (ro * Result + i);
8         i = 1 + i;
9     endwhile
10 endfunction

```

3) Αφού υλοποίησα τον αναδρομικό τύπο, συγκρίνω τους δύο αλγορίθμους.

```

>> erlangb_iterative (1024, 1024);
B = 0.024524
>> erlangb_factorial (1024,1024);
P blocking = NaN

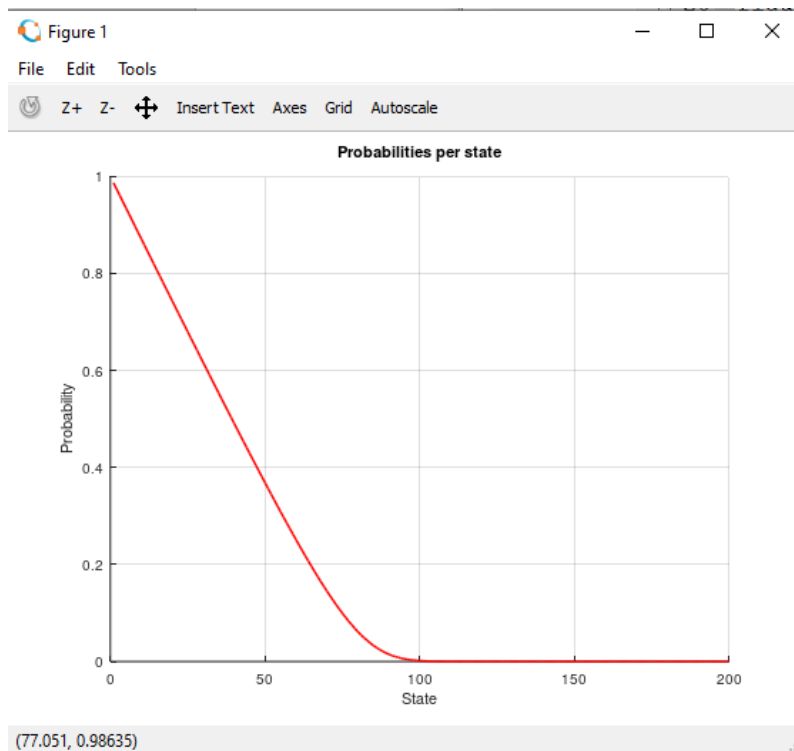
```

Παρατηρούμε για τον αλγόριθμο με το παραγοντικό δεν ορίζεται καν αποτέλεσμα αφού είναι πολύ μεγάλο το νούμερο που προκύπτει. (Not a Number)

4α) Έχουμε 200 γραμμές άρα το σύστημα μπορεί να εξυπηρετεί ταυτόχρονα το πολύ 200 χρήστες. Θεωρώ ότι ο κάθε χρήστης κάνει κατά μέσο όρο N κλήσεις την ώρα. Κάθε κλήση θα διαρκεί κατά μέσο όρο $23/N$ λεπτά (αναμονή + εξυπηρέτηση), δηλαδή $\mu = 1/(23/N) = N/23$ (ρυθμός εξυπηρέτηση).

Έχουμε $200 \cdot N$ κλήσεις την ώρα, δηλ $200N/60$ κλήσεις/min άρα $\lambda = 10 \cdot N/3$ (ρυθμός αφίξεων). Άρα έχουμε συνολική ένταση φορτίου $\rho = \lambda/\mu = 76,67$ Erlangs περίπου.

β)



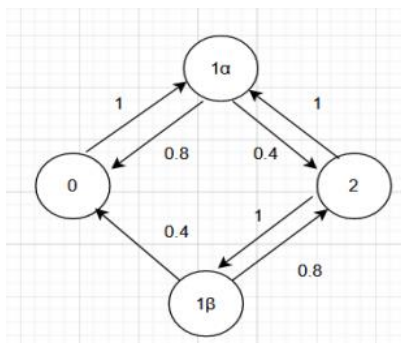
γ) Με την βοήθεια του octave βρίσκουμε:

```
>> erlangb_iterative_find(76.67 , 200);
93
```

Το αρχείο με τον συνολικό κώδικα του ερωτήματος έχει επισυναπτεί στο .zip της υποβολής.

Σύστημα εξυπηρέτησης με δύο ανόμοιους servers

Οι δύο εξυπηρετητές είναι ανεξάρτητοι και έχουν διαφορετικούς ρυθμούς εξυπηρέτησης, $\mu\alpha$, $\mu\beta$.



Αφίξεις είναι Poisson με $\lambda=1$ πελάτες/sec και $1/\mu\alpha=1.25$ sec $\Rightarrow \mu\alpha=$ και $1/\mu\beta=2.5$ sec.

1) Οι εργοδικές πιθανότητες συστήματος προκύπτουν από τις εξισώσεις ισορροπίας:

$$P_0 = 0.8P_{1\alpha} + 0.4P_{1\beta}$$

$$1.8P_{1\alpha} = P_0 + 0.4P_2$$

$$1.4P1b = 0.8P2$$

και προφανώς $P0 + P1a + P1b + P2 = 1$.

Άρα :

$$P0 = 0.2495$$

$$P1a = 0.2144$$

$$P1b = 0.1949$$

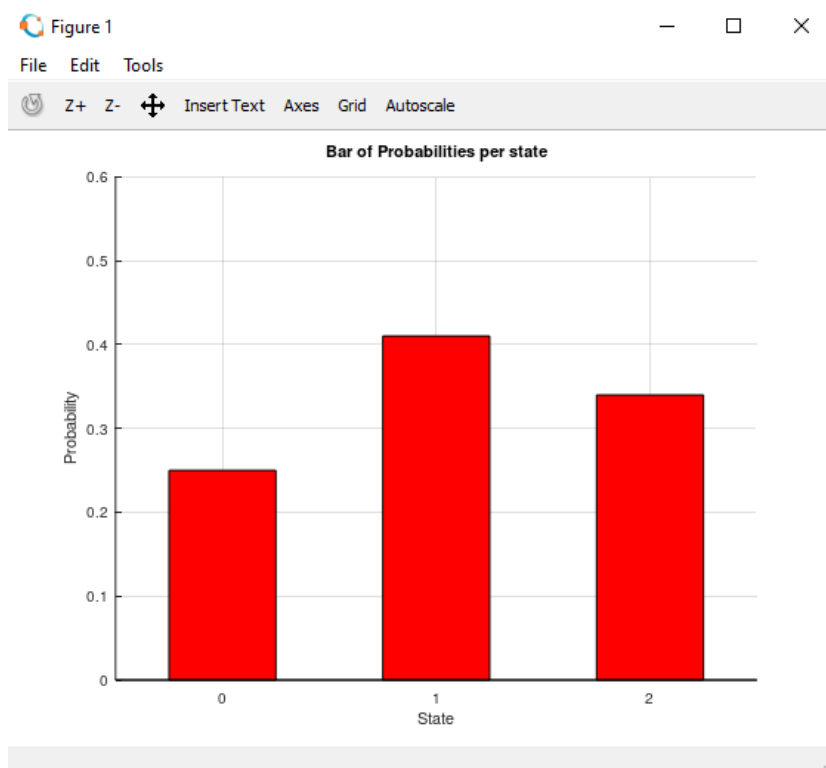
$$P2 = 0.3411$$

Η πιθανότητα απόρριψης πελάτη ισούται με $P2 = 0.3411$.

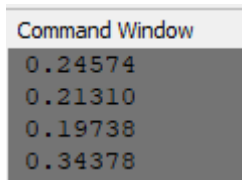
Ο μέσος αριθμός πελατών στο σύστημα είναι $E(n(t)) = P1a + P1b + 2P2$

2) Χωρίζουμε σε κατάλληλα διαστήματα το threshold όπως ειπώθηκε στο μάθημα οπότε συμπληρώνω κατάλληλα.

```
threshold_0=1;  
threshold_1a =lambda/(lambda +m1);  
threshold_1b = lambda / (lambda +m2);  
threshold_2_first = lambda/( lambda + m1 + m2);  
threshold_2_second = (lambda + m1) / (lambda + m1 + m2);
```



Και τα αποτελέσματα είναι τα εξής:



```
Command Window
0.24574
0.21310
0.19738
0.34378
```

Ο κώδικας του ερωτήματος έχει επισυναπτεί στο .zip file της υποβολής.