



Βικέντιος Βιτάλης el18803

Συστήματα Αναμονής, 6^ο Εξάμηνο Ακ. Έτος 20-21

5^η Εργαστηριακή Άσκηση

Δίκτυο με Εναλλακτική Δρομολόγηση

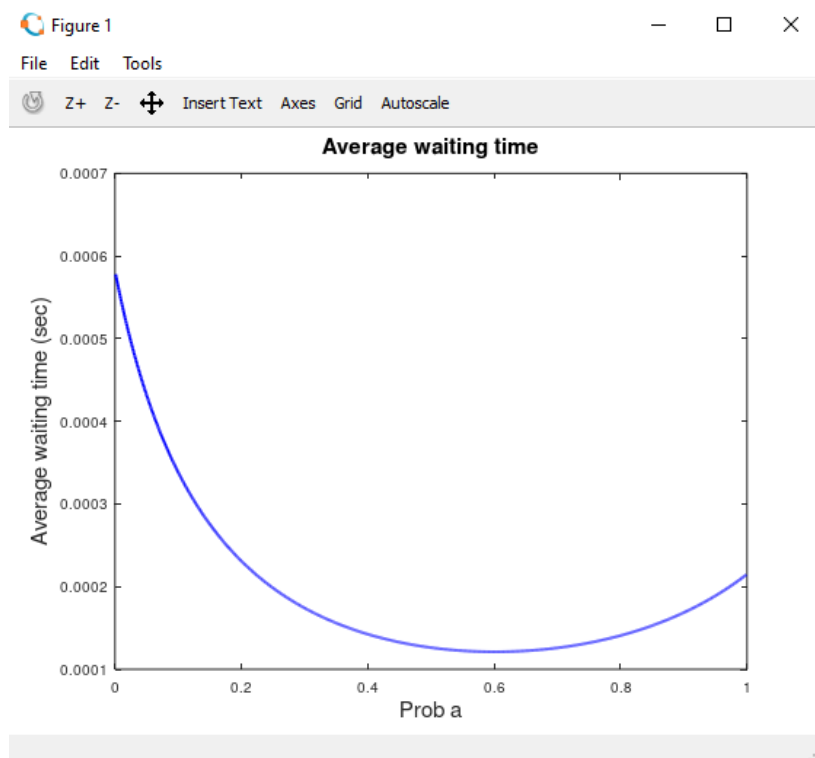
- (1) Για να μοντελοποιηθούν οι γραμμές του συστήματος σαν ουρές M/M/1 κάνουμε τις εξής παραδοχές:
 - Κάθε γραμμή θα μοντελοποιηθεί σαν μια ουρά με ρυθμό εξυπηρέτησης εκθετικό με ανεξάρτητο χρόνο εξυπηρέτησης μ_i και με συνολικό ρυθμό εμφάνισης πελατών Poisson λ_i που θα ισούται με το άθροισμα των εξωτερικών πηγών που εισέρχονται στον κόμβο και τυχούσες εισόδους από εξόδους των άλλων ουρών.
 - Σε περιπτώσεις εντός του δικτύου, που υπάρχουν περισσότεροι από 1 δρόμοι για δρομολόγηση του πελάτη η επιλογή του δρόμου γίνεται τυχαία.
 - Οι χρόνοι εξυπηρέτησης πελατών έχουν έλλειψη μνήμης.
 - Άπειρες ουρές FIFO, χωρίς απώλειες.
- (2) Κάνοντας χρήση του θεωρήματος Jackson, ο μέσος αριθμός πακέτων στο δίκτυο θα είναι:

$$E(n) = E(n_1) + E(n_2) = \frac{\rho_1}{1 - \rho_1} + \frac{\rho_2}{1 - \rho_2} = \frac{\frac{\alpha\lambda}{\mu_1}}{1 - \frac{\alpha\lambda}{\mu_1}} + \frac{\frac{(1-\alpha)\lambda}{\mu_2}}{1 - \frac{(1-\alpha)\lambda}{\mu_2}} = \frac{\alpha\lambda}{\mu_1 - \alpha\lambda} + \frac{(1 - \alpha)\lambda}{\mu_2 - (1 - \alpha)\lambda}$$

Ενώ από την φόρμουλα του Little γνωρίζουμε ότι:

$$E(T) = \frac{E(n)}{\gamma} = \frac{E(n)}{\lambda}$$

Βάσει του τελευταίου και με χρήση του Octave παίρνουμε το εξής:



Ενώ για την ελάχιστη καθυστέρηση έχουμε:

```
Command Window
minR = 0.00012120
position = 601
```

Δηλαδή $E(T) = 0.00012120\text{sec}$ για $a = 0.601$

Ανοικτό Δίκτυο Ουρών Αναμονής

(1) Για να μελετηθεί το δίκτυο με χρήση του θεωρήματος Jackson κάνουμε τις εξής παραδοχές:

- Κάθε ουρά έχει ανεξάρτητο χρόνο εξυπηρέτησης μέσου ρυθμού μ_i και με μέσο ρυθμό εμφάνισης πελατών λ_i , ο οποίος θα ισούται με το άθροισμα των εξωτερικών πηγών που εισέρχονται στον κόμβο και τις τυχούσες εισόδους από εξόδους των άλλων ουρών.
- Σε περιπτώσεις εντός του δικτύου, που υπάρχουν περισσότεροι από 1 δρόμοι για δρομολόγηση του πελάτη, η επιλογή του δρόμου γίνεται τυχαία.
- Οι χρόνοι εξυπηρέτησης πελατών έχουν έλλειψη μνήμης.
- Άπειρες ουρές FIFO χωρίς απώλειες.

(2) Έχουμε για κάθε ουρά:

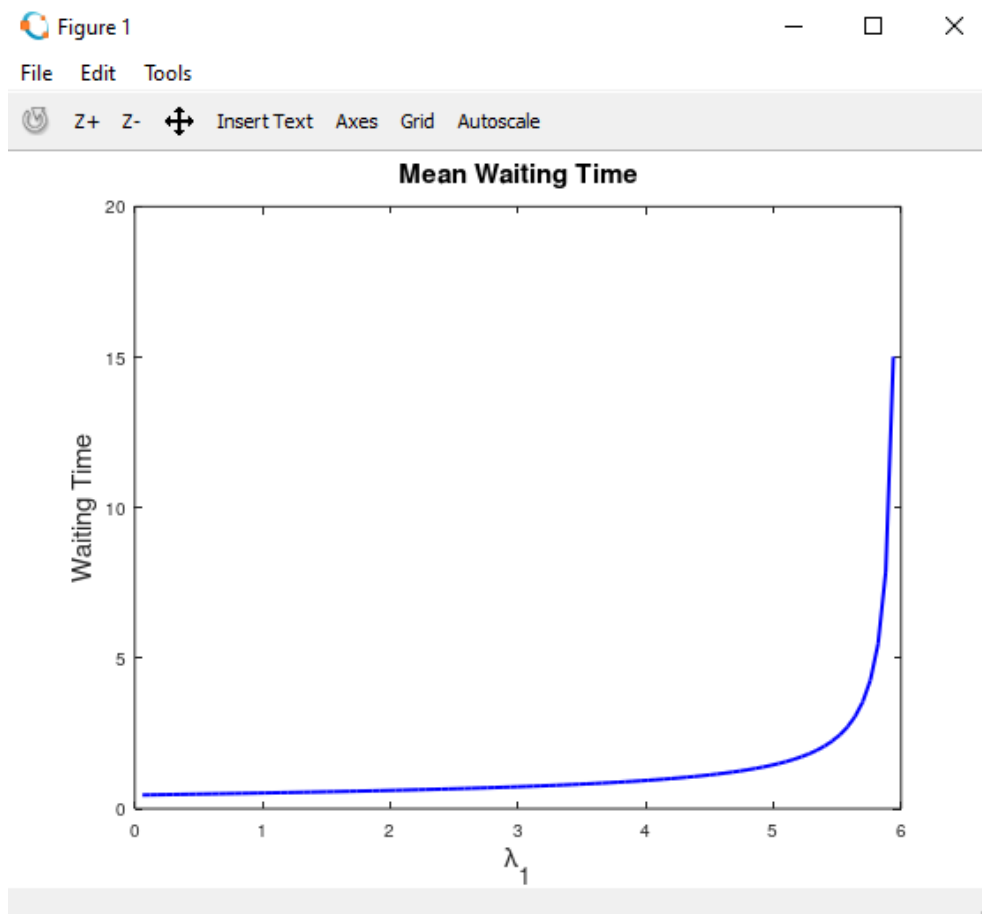
- Q₁: $\rho_1 = \frac{\lambda_1}{\mu_1}$
- Q₂: $\rho_2 = \frac{\frac{2}{7}\lambda_1 + \lambda_2}{\mu_2}$
- Q₃: $\rho_3 = \frac{\frac{4}{7}\lambda_1}{\mu_3}$
- Q₄: $\rho_4 = \frac{\frac{1}{7}\lambda_1 + \frac{1}{2} \times \frac{4}{7}\lambda_1}{\mu_4} = \frac{\frac{3}{7}\lambda_1}{\mu_4}$
- Q₅: $\rho_5 = \frac{\frac{2}{7}\lambda_1 + \lambda_2 + \frac{1}{2} \times \frac{4}{7}\lambda_1}{\mu_5} = \frac{\frac{4}{7}\lambda_1 + \lambda_2}{\mu_5}$

(4) Με χρήση των συναρτήσεων που γράψαμε παίρνουμε την εξής απάντηση από την Octave:

```
Command Window
Mean Clients at Q2: 1.12379
Mean Clients at Q3: 0.699029
Mean Clients at Q4: 0.544767
Mean Clients at Q5: 2.51171
Q1: 0.970000
is_ergodic = 1
Q2: 0.532571
is_ergodic = 1
Q3: 0.415714
is_ergodic = 1
Q4: 0.356327
is_ergodic = 1
Q5: 0.720952
is_ergodic = 1
Ergodicity: 1
Mean Clients at Q1: 32.3333
Mean Clients at Q2: 1.13936
Mean Clients at Q3: 0.711491
Mean Clients at Q4: 0.553583
Mean Clients at Q5: 2.58362
Q1: 0.980000
is_ergodic = 1
Q2: 0.536000
is_ergodic = 1
Q3: 0.420000
is_ergodic = 1
Q4: 0.360000
is_ergodic = 1
Q5: 0.726667
is_ergodic = 1
Ergodicity: 1
Mean Clients at Q1: 49
Mean Clients at Q2: 1.15517
Mean Clients at Q3: 0.724138
Mean Clients at Q4: 0.5625
Mean Clients at Q5: 2.65854
Q1: 0.990000
is_ergodic = 1
Q2: 0.539429
is_ergodic = 1
Q3: 0.424286
is_ergodic = 1
Q4: 0.363673
is_ergodic = 1
Q5: 0.732381
is_ergodic = 1
Ergodicity: 1
Mean Clients at Q1: 99
Mean Clients at Q2: 1.17122
Mean Clients at Q3: 0.736973
Mean Clients at Q4: 0.57152
Mean Clients at Q5: 2.73665
```

(5) Ως στενωπός ουρά χαρακτηρίζεται η ουρά με το μεγαλύτερο φορτίο στο σύστημα, καθώς αυτή είναι εν γένει κι η ουρά που θέτει τα «όρια» στις δυνατότητες του συστήματος. Όπως βλέπουμε από τα αποτελέσματα του ερωτήματος (4) αυτή είναι η Q1. Για να είναι το σύστημα εργοδικό θα πρέπει $\rho_1 < 1$ και συνεπώς $\lambda_1 < 6$.

(6) Παίρνουμε την εξής γραφική παράσταση από την Octave:



Όλοι οι κώδικες που χρησιμοποιήθηκαν, καθώς και οι ζητούμενες συναρτήσεις των ερωτημάτων (III) και (IV) βρίσκονται στο .zip file της υποβολής.