DSS LAB
Decision Systems, NTUA

Ροή Ο :: Διοίκηση και Απόφαση, ΕΜΠ

Βικέντιος Βιτάλης el18803

Συστήματα Αποφάσεων

7ο Εξάμηνο, 2η Σειρά – Γραμμικός Προγραμματισμός

Άσκηση 1: Καθορισμός παραγωγής σοκολάτας

Ζητούμενο 1ο: Διατυπώστε το μοντέλο γραμμικού προγραμματισμού που επιλύει το παραπάνω πρόβλημα και προσδιορίστε το βέλτιστο πρόγραμμα παραγωγής:

1. *Μεταβλητές Απόφασης:*
   - X_i, κιλά ανά είδος της σοκολάτας. Έχουμε Α,Β,Γ είδη, άρα $i=_{1,2,3}$

2. *Κριτήριο απόφασης:*
   - Μεγιστοποίηση κέρδους

3. *Αντικειμενική συνάρτηση:*
   $Max(Z) = 5 * \text{X1} + 6 * \text{X2} + 7 * \text{X3} - 0.6 * (0.65 * \text{X1} + 0.7 * \text{X2} + 0.8 * \text{X3}) - 6.5 * (0.35 * \text{X1} + 0.3 * \text{X2} + 0.2 * \text{X3}) - 6 * 0.05 * \text{X1} - 6 * 0.065 * \text{X2} - 6 * 0.09\text{X3}$
   - Καταλήγουμε, $Max(Z) = 2.035 * \text{X1} + 3.24 * \text{X2} + 4.68 * \text{X3}$

4. *Περιορισμοί*
   - $0.04 * X1 + 0.05 * X2 + 0.07 * X3 \leq 350$
   - $0.01 * X1 + 0.015 * X2 + 0.02 * X3 \leq 120$
   - $0.65 * X1 + 0.7 * X2 + 0.8 * X3 \leq 6000$
   - $0.35 * X1 + 0.3 * X2 + 0.2 * X3 \leq 2600$
   - $X1 + X2 \geq X3$
   - $X1 \geq 1000$

<u>Ζητούμενο 2ο:</u> Να διατυπωθεί το δυαδικό πρόβλημα, να επιλυθεί και να δοθεί η οικονομική ερμηνεία των μεταβλητών του.

Πρωτεύον πρόβλημα: MAX => Δυαδικό Πρόβλημα: MIN

Διατύπωση δυαδικού προβλήματος

1. *Μεταβλητή απόφασης:*
   - Yi, η ελάχιστη δυνατή χρήση πόρων ανά κατηγορία πόρου $i=_{1,2,3,4,5,6}$

2. *Κριτήριο απόφασης:*
   - Ελαχιστοποίηση του κόστους παραγωγής των τριών ειδών σοκολάτας

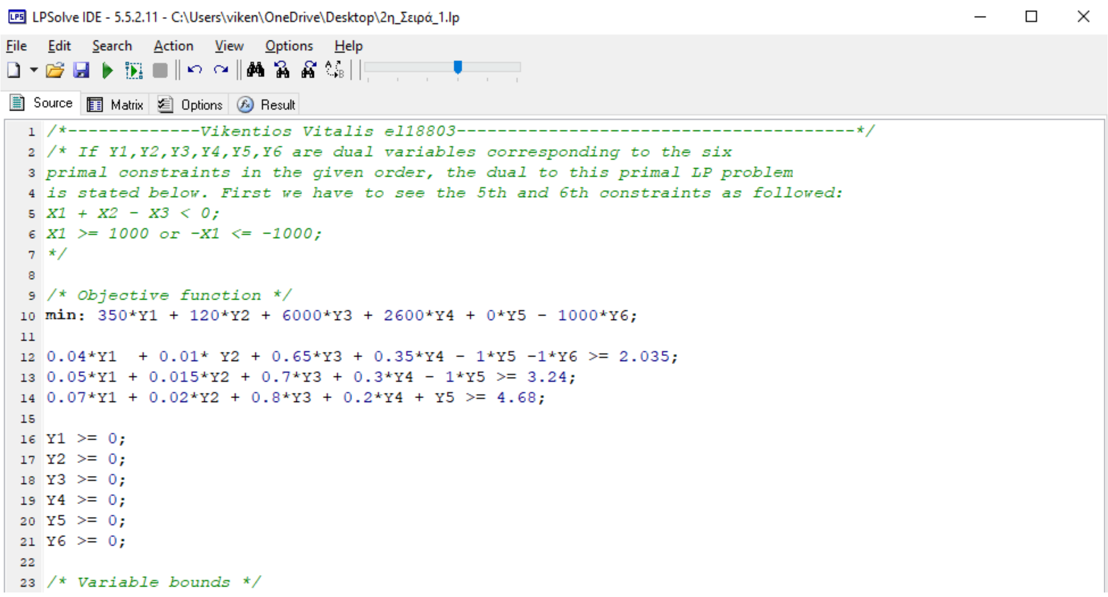
3. *Αντικειμενική συνάρτηση:*
   - $Min(Z) = 350 * \mathrm{Y1} + 120 * \mathrm{Y2} + 6000 * \mathrm{Y3} + 2600 * \mathrm{Y4} + 0 * \mathrm{Y5} - 1000 * \mathrm{Y6}$

4. *Περιορισμοί:*
   - $0.04 * Y1 + 0.01 * Y2 + 0.65 * Y3 + 0.35 * Y4 - 1 * Y5 - 1 * Y6 >= 2.035$
   - $0.05 * Y1 + 0.015 * Y2 + 0.7 * Y3 + 0.3 * Y4 - 1 * Y5 >= 3.24$
   - $0.07 * Y1 + 0.02 * Y2 + 0.8 * Y3 + 0.2 * Y4 - Y5 >= 4.68$
   - $Y1, Y2, Y3, Y4, Y5, Y6 >= 0$

Επίλυση προβλήματος:

Για την επίλυση του προβλήματος έγινε χρήση του λογισμικού “LPSolve IDE” με την βοήθεια του οποίου συμπεραίνουμε πως η βέλτιστη/ελάχιστη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι:

$$Min(Z) = 22.555 \text{ €}$$



```
C:\Users\viken\LPSolve IDE\LpSolveIDE.exe
(store) Warning, variable Y5 has an effective coefficient of 0, Ignored on line 9

Model name:  'LPSolver' - run #1
Objective:   Minimize(R0)

SUBMITTED
Model size:        3 constraints,       6 variables,           16 non-zeros.
Sets:                                   0 GUB,                  0 SOS.

Using DUAL simplex for phase 1 and PRIMAL simplex for phase 2.
The primal and dual simplex pricing strategy set to 'Devex'.

Found feasibility by dual simplex after             4 iter.

Optimal solution                 22555 after         4 iter.

Relative numeric accuracy ||*|| = 0

 MEMO: lp_solve version 5.5.2.11 for 32 bit OS, with 64 bit REAL variables.
      In the total iteration count 4, 0 (0.0%) were bound flips.
      There were 2 refactorizations, 0 triggered by time and 0 by density.
       ... on average 2.0 major pivots per refactorization.
      The largest [LUSOL v2.2.1.0] fact(B) had 10 NZ entries, 1.0x largest basis.
      The constraint matrix inf-norm is 1, with a dynamic range of 100.
      Time to load data was 0.002 seconds, presolve used 0.007 seconds,
       ... 0.011 seconds in simplex solver, in total 0.020 seconds.
```

Στο Result tab βλέπουμε το εξής:

Objective | Constraints | Sensitivity

Variables	result
	22555
Y1	66
Y2	0
Y3	0
Y4	0
Y5	0.059...
Y6	0.545...

Δηλαδή έχουμε πως για $\pi_2 = \pi_3 = \pi_4 = 0$ επιτυγχάνουμε την ελάχιστη συνάρτηση , με τους περιορισμούς που φαίνονται στον κώδικα.

Εφόσον το π_6 εμφανίζεται στο ελάχιστο, συμπεραίνουμε πως οι περιορισμοί 2 και 3 του δυαδικού προβλήματος είναι κορεσμένοι. Άρα έχουμε πως $X_2 = X_3 = 0$.

Έτσι λύνουμε τις απλές ανισώσεις:

- $0.04 * X1 \leq 350$
- $0.01 * X1 \leq 120$
- $0.65 * X1 \leq 6000$
- $0.35 * X1 \leq 2600$
- $X1 \geq 0$
- $X1 \geq 1000$

Και καταλήγουμε πως $1.000 \leq X1 \leq 7.428$, οπότε η μέγιστη τιμή της Z βρίσκεται για $X1 = 7.428$:

- $Max(Z) = 2.035 * 7.428 = 15.116€$

Άσκηση 2: Σχεδιασμός φόρτωσης ενός πλοίου

Ζητούμενο 1ο: Διατυπώστε το μοντέλο γραμμικού προγραμματισμού που επιλύει το παραπάνω πρόβλημα και προσδιορίστε το βέλτιστο πρόγραμμα παραγωγής

1. *Μεταβλητές Απόφασης:*
   - X_i,οι συνδυασμοί των προϊόντων Α,Β μοιρασμένοι στην πλώρη, στο μέσο και στην πρύμνη. Άρα $i=_{1,2,3,4,5,6}$

Αναλυτικά, Χ1: Προϊόν Α Πλώρη,Χ2: Προϊόν Α Μέσο, Χ3: Προϊόν Α Πλώρη, Χ4: Προϊόν Β Πλώρη, Χ5: Προϊόν Β Μέσο, Χ6: Προϊόν Β Πρύμνη.

2. *Κριτήριο απόφασης:*
   - Μεγιστοποίηση κέρδους

3. *Αντικειμενική συνάρτηση:*
   - $Max(Z) = 8 * \ (\mathrm{X1} + \mathrm{X2} + \mathrm{X3}) \ + \ 7 \ * (\mathrm{X4} + \mathrm{X5} + \mathrm{X6})$

4. *Περιορισμοί:*
   - $X1 \ + \ X4 \ <= \ 2000$
   - $X2 \ + \ X5 \ <= \ 3000$
   - $X3 \ + \ X6 \ <= \ 1700$
   - $X1 \ + \ X4 \ = \ 1.3 \ * \ (X3 + X6)$
   - $X2 \ + \ X5 \ >= \ 1.3 * (X3 + X6)$
   - $X2 \ + \ X5 \ >= \ 1.3 * (X1 + X4)$
   - $X2 \ + \ X5 \ <= \ 0.9 * \ (X1 \ + \ X2 \ + \ X3 \ + \ X4 \ + \ X5 \ + \ X6),$
   - $\delta\eta\lambda\alpha\delta\acute{\eta}\ 0.1 * \ (X2 \ + \ X5) \ <= \ 0.9 * \ (X1 + X4) \ + \ 0.9 \ * (X3 + X6)$
   - $X1 + X2 + X3 \ <= \ 5000$
   - $X4 + X5 + X6 \ <= \ 3000$
   - $60 * X1 \ + \ 50 * X4 \ <= \ 100.000$
   - $60 * X2 \ + \ 50 * X5 \ <= \ 160.000$
   - $60 * X3 \ + \ 50 * X6 \ <= \ 60.000$

Επίλυση προβλήματος:

Για την επίλυση του προβλήματος έγινε χρήση του λογισμικού “LPSolve IDE” με την βοήθεια του οποίου συμπεραίνουμε πως η βέλτιστη/ελάχιστη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι:

$$Min(Z) = 33.360 \text{ €}$$

Παρατίθεται ο κώδικας και τα αποτελέσματα:

LPSolve IDE - 5.5.2.11 - C:\Users\viken\OneDrive\Desktop\2η_Σειρά_2.lp

File Edit Search Action View Options Help

Source | Matrix | Options | Result

```
/*-------------Vikentios Vitalis el18803----------------------*/
/* Objective function */
max: 8*X1 + 8*X2 + 8*X3 + 7*X4+ 7*X5 + 7*X6;

X1 + X4 <= 2000;
X2 + X5 <= 3000;
X3 + X6 <= 1700;
X1 + X4 = 1.3*X3 + 1.3*X6;
X2 + X5 <= 1.3*X3 + 1.3*X6;
-1.3*X1 - 1.3*X4 <= -X2 - X5;
-1.3*X1 - 1.3*X4 <= -X2 - X5;
X2 + X5 <= 0.9*X1 + 0.9*X2 + 0.9*X3 + 0.9*X4 + 0.9*X5 + 0.9*X6;
X1+X2+X3 <= 5000;
X4+X5+X6 <= 3000;

60*X1 + 50*X4 <= 100000;
60*X2 + 50*X5 <= 160000;
60*X3 + 50*X6 <= 60000;
/* Variable bounds */
```

C:\Users\viken\LPSolve IDE\LpSolveIDE.exe

```
Model name:  'LPSolver' - run #1
Objective:   Maximize(R0)

SUBMITTED
Model size:       13 constraints,       6 variables,           40 non-zeros.
Sets:                                   0 GUB,                  0 SOS.

Using DUAL simplex for phase 1 and PRIMAL simplex for phase 2.
The primal and dual simplex pricing strategy set to 'Devex'.


Optimal solution               33360 after          4 iter.

Relative numeric accuracy ||*|| = 0

 MEMO: lp_solve version 5.5.2.11 for 32 bit OS, with 64 bit REAL variables.
      In the total iteration count 4, 0 (0.0%) were bound flips.
      There were 0 refactorizations, 0 triggered by time and 0 by density.
       ... on average 4.0 major pivots per refactorization.
      The largest [LUSOL v2.2.1.0] fact(B) had 14 NZ entries, 1.0x largest basis.
      The constraint matrix inf-norm is 60, with a dynamic range of 600.
      Time to load data was 0.002 seconds, presolve used 0.005 seconds,
       ... 0.011 seconds in simplex solver, in total 0.018 seconds.
```

Από το Result tab συμπεραίνουμε ότι για το προϊόν Α πρέπει να φορτώσουμε: 1.560 τόνους στην πλώρη και 1.560 τόνους στο μέσο. Για το προϊόν Β πρέπει να φορτώσουμε: 1.200 τόνους στην πρύμνη. Δε θα φορτώσουμε κάποιο άλλο προϊόν καθώς μας δίνεται από την εκφώνηση η πληροφορία ότι η εταιρία δεν είναι υποχρεωμένη να φορτώσει στο πλοίο όλες τις διαθέσιμες ποσότητες των δύο προϊόντων. Όπως επίσης ότι επιτρέπεται οποιοσδήποτε κατάλληλος γραμμικός συνδυασμός αυτών των 2 προϊόντων.

Variables	result
	33360
X1	1560
X2	1560
X3	0
X4	0
X5	0
X6	1200

VIKENTIOS VITALIS