

# Отчёт по заданию № 1

## Постановка задачи и выбор программного обеспечения

Используя одну из библиотечных программ БПФ, выполнить дискретное преобразование Фурье

$$U(k) = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} u(j) W_N^{-kj}, k = 0, 1, \dots, N-1,$$

для  $N=16$  действительных отсчётов  $u(j)$ , значения которых приведены в файле.

С полученными гармониками выполнить обратное преобразование Фурье и сравнить результат с исходными отсчётами. Построить графики исходных гармоник и спектральной плотности мощности.

Для решения данной задачи я использую Matlab со встроенной функцией  $Y = \text{fft}(X)$ , которая вычисляет дискретное преобразование Фурье от  $X$  с помощью алгоритма БПФ.

```
clear all
close all

%% исходный сигнал
file = fopen('24.txt')
[Signal, N] = fscanf(file, '%f')
fclose(file);
figure(1);
plot(1:N, Signal)

%% вычисление спектра сигнала
Spectrum = fftshift(fft(fftshift(Signal)))/N;
N2 = -N/2:1:N/2 - 1;
% построение графика спектральной плотности мощности
figure(2);
semilogy(N2, abs(Spectrum).^2, '-o', 'LineWidth', 1.5)
title('Спектральная плотность мощности сигнала')
xlabel('номер гармоники')

%% восстановление сигнала по спектру
Signal_reconstructed = fftshift(ifft(fftshift(Spectrum)))*N;

%% сравнение исходного сигнала и сигнала, восстановленного по спектру
figure(3);
subplot(2, 1, 1)
plot(1:N, Signal, '-o', 'LineWidth', 1.5)
title('Исходный сигнал')
subplot(2, 1, 2)
plot(1:N, Signal_reconstructed, '-o', 'LineWidth', 1.5);
title('Сигнал, восстановленный по спектру')
```

## Нормировка

Проверим необходимость дополнительной нормировки при использовании встроенной функции БПФ  $\text{fft}(X)$ . Достаточно проверить выполнение равенства Парсеваля:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |S(\omega)|^2 d\omega$$

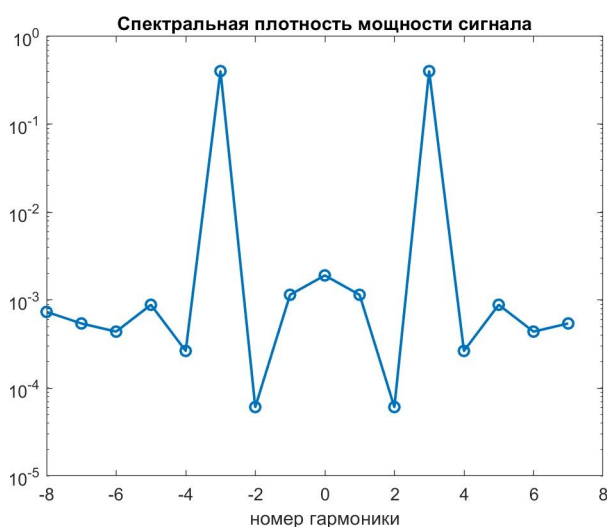
Положим  $dt=1$ . Размер временной области в таком случае равен количеству отсчётов  $N=16$ . Шаг частотной сетки  $d\omega=2\pi/N$ . Частотная сетка определяется как  $\omega=t \cdot d\omega$ . Проверяем справедливость равенства Парсеваля и видим, что  $13.0438 = 13.0438$ .

Следовательно, дополнительная нормировка не нужна.

## Таблица исходного и восстановленного сигнала и комплексных значений гармоник

| N  | u(j)                | u'(j)               | N гармоник | U(k)  |
|----|---------------------|---------------------|------------|---|
| 1  | 0.4442760000000000  | 0.4442760000000000  | -8         | -0.0271171875000000 + 0.000000000000000i    |
| 2  | 1.2049670000000000  | 1.2049670000000000  | -7         | -0.0127427571022394 + 0.0195096409553401i   |
| 3  | 0.5047330000000000  | 0.5047330000000000  | -6         | -0.0120210551503663 + 0.0171483321907987i   |
| 4  | -0.7759000000000000 | -0.7759000000000000 | -5         | -0.0219161100371645 + 0.0201379864669408i   |
| 5  | -1.1679080000000000 | -1.1679080000000000 | -4         | 0.009981062500000000 - 0.0128406250000000i  |
| 6  | -0.1194980000000000 | -0.1194980000000000 | -3         | -0.206876705542748 - 0.600128052897725i     |
| 7  | 1.2818750000000000  | 1.2818750000000000  | -2         | 0.00776255515036626 - 0.000734792809201289i |
| 8  | 1.0973770000000000  | 1.0973770000000000  | -1         | 0.0334205726821518 + 0.00573760159067459i   |
| 9  | -0.3881840000000000 | -0.3881840000000000 | 0          | 0.0437180625000000 + 0.000000000000000i     |
| 10 | -1.0122780000000000 | -1.0122780000000000 | 1          | 0.0334205726821518 - 0.00573760159067459i   |
| 11 | -0.5829880000000000 | -0.5829880000000000 | 2          | 0.00776255515036626 + 0.000734792809201289i |
| 12 | 0.9594010000000000  | 0.9594010000000000  | 3          | -0.206876705542748 + 0.600128052897725i     |
| 13 | 1.2580680000000000  | 1.2580680000000000  | 4          | 0.00998106250000000 + 0.0128406250000000i   |
| 14 | 0.1074250000000000  | 0.1074250000000000  | 5          | -0.0219161100371645 - 0.0201379864669408i   |
| 15 | -1.2170650000000000 | -1.2170650000000000 | 6          | -0.0120210551503663 - 0.0171483321907987i   |
| 16 | -0.8948120000000000 | -0.8948120000000000 | 7          | -0.0127427571022394 - 0.0195096409553401i   |

По результатам таблицы построен график спектральной плотности мощности в логарифмической шкале.



По спектру был восстановлен исходный сигнал с использованием встроенной функции вычисления обратного преобразования Фурье  $X' = \text{ifft}(Y)$ . Сравнение исходного сигнала и сигнала, восстановленного по спектру приведено на рисунке.

