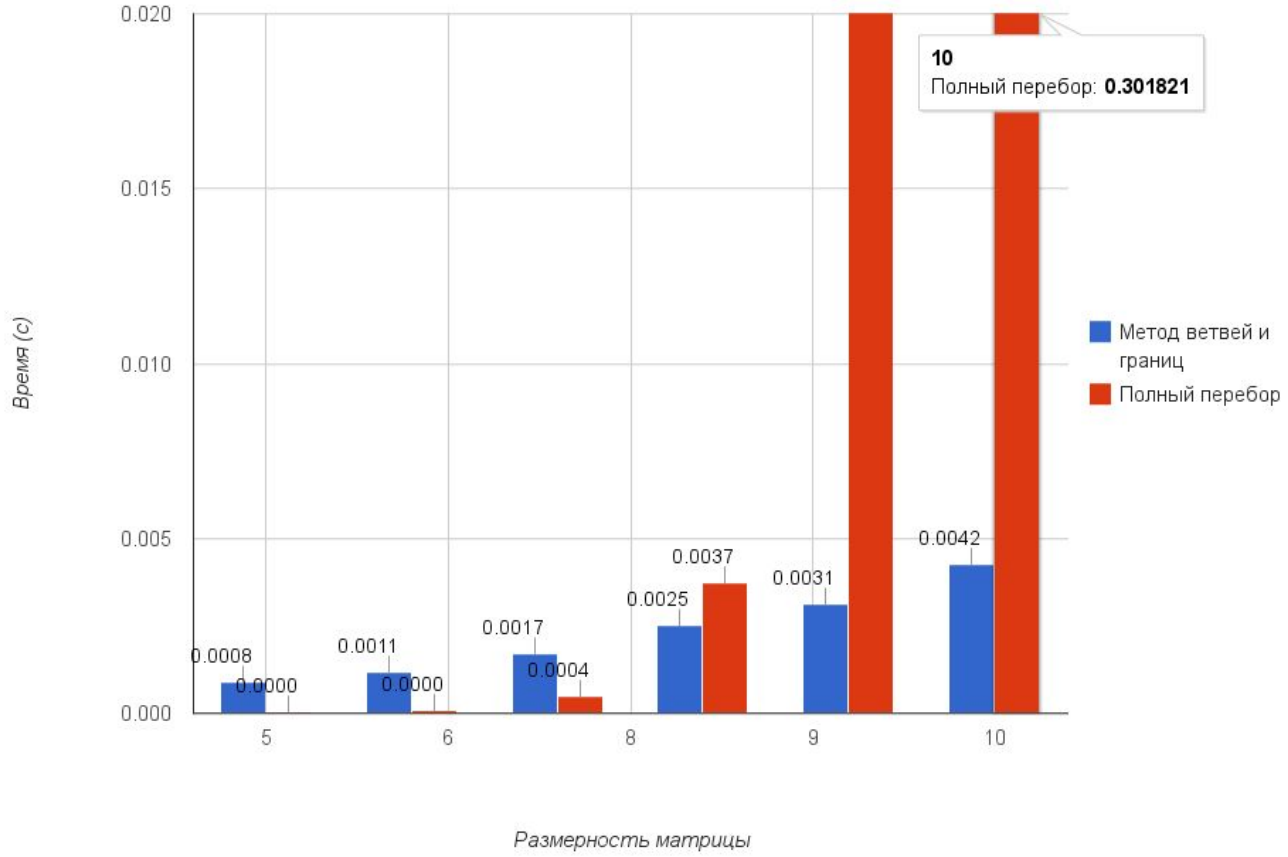
Задача 2

Метод полного перебора

Сначала задача была решена рекурсивным алгоритмом полного перебора. Выяснилось, что асимптотика алгоритма - **O((n-1)!)**. Значит для перебора даже 21 точки понадобится около 50 лет.



Было принято решение использовать более сложный алгоритм, который будет сразу отсеивать явно неоптимальные решения.

Решение методом ветвей и границ

Имеем построенную матрицу смежности графа.

Пункт	1	2	3	4	5
1	M	1	2	3	4
2	1	M	5	6	7
3	2	5	M	8	9
4	3	6	8	M	10
5	4	7	9	10	M

Нахождение минимума по строкам

Находим минимальное значение в каждой строке и выписываем его в отдельный вектор.

Пункт	1	2	3	4	5	d_i
1	M	1	2	3	4	**1**
2	1	M	5	6	7	**1**
3	2	5	M	8	9	**2**
4	3	6	8	M	10	**3**
5	4	7	9	10	M	**4**

Редукция строк

Производим редукцию строк – из каждого элемента в строке вычитаем соответствующее значение найденного минимума.

Пункт	1	2	3	4	5	d_i
1	**M**	**0**	**1**	**2**	**3**	1
2	**0**	**M**	**4**	**5**	**6**	1
3	**0**	**3**	**M**	**6**	7	2
4	**0**	**3**	**5**	**M**	7	3
5	**0**	**3**	**5**	**6**	**M**	4

Нахождение минимума по столбцам

Аналогично строкам найдем минимум в столбцах.

Пункт	1	2	3	4	5
1	M	0	1	2	3
2	0	M	4	5	6
3	0	3	M	6	7
4	0	3	5	M	7
5	0	3	5	6	M
d_j	**0**	**0**	**1**	**2**	**3**

Редукция столбцов

Произведем редукцию столбцов. То есть вычтем из каждого элемента столбца соответствующий ему минимальный элемент.

Пункт	1	2	3	4	5
1	**M**	**0**	**0**	**0**	**0**
2	**0**	**M**	**3**	**3**	**3**
3	**0**	**3**	**M**	**4**	**4**
4	**0**	**3**	**4**	**M**	**4**
5	**0**	**3**	**4**	**4**	**M**
d_j	0	0	1	2	3

Вычисление оценок нулевых клеток

Для каждой нулевой клетки получившейся преобразованной матрицы находим «оценку». Ею будет сумма минимального элемента по строке и минимального элемента по столбцу, в которых размещена данная нулевая клетка. Сама она при этом не учитывается. Найденные ранее минимумы не учитываются.

Пункт	1	2	3	4	5
1	M	**0** [3]	**0** [3]	**0** [3]	**0** [3]
2	**0** [3]	M	3	3	3
3	**0** [3]	3	M	4	4
4	**0** [3]	3	4	M	4
5	**0** [3]	3	4	4	M

Максимальная оценка

Выбираем нулевую клетку с наибольшей оценкой. Если таких несколько, то выбираем последнюю по вертикали, затем по горизонтали.

Пункт	1	2	3	4	5
1	M	**0** [3]	**0** [3]	**0** [3]	**0** [3]
2	**0** [3]	M	3	3	3
3	**0** [3]	3	M	4	4
4	**0** [3]	3	4	M	4
5	**0** [3]	3	4	4	M

Ту строку и тот столбец, куда входит эта клетка, полностью вычеркиваем.

Важно, что при этом исключенные строка и столбец дают нам один из отрезков оптимального пути: строка соответствует пункту отправления, столбец - пункту назначения. В примере это отрезок **5** → **1**. Записываем маршрут в отдельный вектор. Прибавляя нужные точки. Если прибавлять некуда (имеем маршрут 5 → 1 → 3 и пару 4 → 2), то это пару записываем в отдельные вектор нераспределенных. При каждом следующем шаге проверяем возможность установить эту пару в маршрут.

В клетку, соответствующую обратному пути, записываем бесконечность (т.к. мы уже не будем возвращаться обратно).
Кроме того необходимо поставить бесконечность во все клетки, которые соответствуют путям замыкающим маршрут раньше времени. Таким образом мы отсекаем возможные 'петли' (подциклы). В примере петлей нет. [https://github.com/SaturnTeam/BranchAndBound/blob/f2a0b858048c332a4a1dffe9440f4a11f6622088/lib/BranchAndBound.php#L411]

Пункт	2	3	4	5
1	0	0	0	**M**
2	M	3	3	3
3	3	M	4	4
4	3	4	M	4

Повторяем…

Все вышеописанные действия повторяем до момента, пока матрица не станет 1*1.

Пункт	4
1	0

Осталось найти последний отрезок оптимального пути. Его можно с легкостью определить без расчетов, просто посмотрев какая пара пунктов осталась. Это и будет искомый отрезок маршрута. В нашем случае это: **1** → **4**.

Конец

В конце берем вектор с рассчитанным маршрутом, при необходимости двигаем, чтобы первым пунктом была первая точка. Используя матрицу смежности, находим расстояние.

Источники

- Галяутдинов Р.Р. Задача коммивояжера - метод ветвей и границ // Сайт преподавателя экономики. [2013]. URL: http://galyautdinov.ru/post/zadacha-kommivoyazhera (дата обращения: 15.06.2020).
- SaturnTeam Решение задачи коммивояжера с помощью метода ветвей и границ // Хабр. [2014] URL: https://habr.com/ru/post/246437/ (дата обращения: 15.06.2020).