Príprava na skúšku Úloha č. 4: Úplné vrcholové farbenia

Nech $k \geq 1$ je prirodzené číslo. Pod (vrcholovým) k-farbením neorientovaného grafu rozumieme zobrazenie, ktoré každému vrcholu grafu priradí číslo – takzvanú farbu – z množiny $\{0,\ldots,k-1\}$ tak, aby všetky hrany v grafe viedli medzi vrcholmi s rôznymi farbami. Pre graf s množinou vrcholov V teda ide o zobrazenie $f\colon V\to \{0,\ldots,k-1\}$ také, že $f(u)\neq f(v)$ kedykoľvek v grafe vedie hrana z vrcholu u do vrcholu v. Pre grafy so slučkami teda špeciálne neexistuje žiadne k-farbenie bez ohľadu na k.

Vrcholové k-farbenie neorientovaného grafu ďalej nazveme úplným, ak pre každú dvojicu rôznych farieb z množiny $\{0,\ldots,k-1\}$ existuje v danom grafe hrana, ktorej koncové vrcholy sú ofarbené týmito dvoma farbami. Achromatickým číslom neorientovaného grafu bez slučiek potom nazveme najväčšie k také, že existuje úplné vrcholové k-farbenie daného grafu.

Pod (úplným) vrcholovým farbením rozumieme (úplné) vrcholové k-farbenie pre nejaké ľubovoľné $k \geq 1$.

Priložený ZIP archív obsahuje balík graphs a v ňom všetky triedy pre grafy z prednášky, ako aj kostru triedy CompleteColourings. Doprogramujte do triedy CompleteColourings konštruktor, ktorý ako vstup dostane neorientovaný graf bez slučiek g a nájde preň:

- Všetky úplné vrcholové farbenia grafu g (napríklad pomocou prehľadávania s návratom).
- Achromatické číslo grafu g (napríklad skúmaním počtov farieb v jednotlivých nájdených úplných farbeniach).

Ďalej implementujte telá nasledujúcich dvoch metód:

- Metódy getCompleteColourings, ktorá vráti úplné vrcholové farbenia nájdené konštruktorom v podobe nemodifikovateľného zoznamu nemodifikovateľných zoznamov celých čísel. Každé úplné vrcholové farbenie grafu o n vrcholoch má byť reprezentované nemodifikovateľným zoznamom celých čísel dĺžky n, ktorý pre v = 0,...,n-1 obsahuje na v-tej pozícii farbu priradenú daným farbením vrcholu v. Výstupom metódy má potom byť nemodifikovateľný zoznam všetkých takýchto zoznamov reprezentujúcich jednotlivé úplné vrcholové farbenia. Úplné farbenia môžu byť vo výstupnom zozname uvedené v ľubovoľnom poradí, avšak každé z nich by malo byť prvkom tohto zoznamu práve raz.
- Metódy getAchromaticNumber, ktorá vráti achromatické číslo grafu vypočítané v konštruktore.

V prípade potreby môžete v triede CompleteColourings implementovať aj ďalšie pomocné metódy, deklarovať premenné, či importovať ďalšie (štandardné) balíky.

Na testovač odovzdávajte iba súbor CompleteColourings.java obsahujúci zdrojový kód vami doplnenej triedy.

¹Evidentne ide o kladné prirodzené číslo, ktoré nikdy nemôže byť väčšie, než počet vrcholov grafu.