

# Отчет по проекту: Задачи по случайным графам

Бахурин Виктор и Стахова Екатерина

20 мая 2025 г.

## Содержание

<b>1 Введение</b>	<b>1</b>
<b>2 Описание кода</b>	<b>1</b>
2.1 Используемые инструменты . . . . .	1
2.2 UML-диаграмма . . . . .	2
2.3 Реализованные алгоритмы . . . . .	2
2.3.1 <i>fast_chromatic_number()</i> . . . . .	2
2.3.2 <i>greedy()</i> . . . . .	2
<b>3 Описание экспериментов</b>	<b>2</b>
3.1 Эксперимент 1 . . . . .	2
3.1.1 Цель . . . . .	2
3.1.2 Результаты . . . . .	2
3.2 Эксперимент 2 . . . . .	4
3.2.1 Цель . . . . .	4
3.2.2 Результаты . . . . .	4
3.3 Эксперимент 3 . . . . .	5
3.3.1 Цель . . . . .	5
3.3.2 Результаты . . . . .	5
3.4 Эксперимент 4 . . . . .	6
3.4.1 Цель . . . . .	6
3.4.2 Результаты . . . . .	6
3.5 Промежуточный вывод . . . . .	6
3.6 Эксперимент 5 . . . . .	6
3.6.1 Цель . . . . .	6
3.6.2 Результаты . . . . .	6

## 1 Введение

Часть I. Исследование свойств характеристики

## 2 Описание кода

### 2.1 Используемые инструменты

- Язык программирования: Python 3.10

- Основные библиотеки: numpy, networkx, matplotlib, scikit-learn
- Система контроля версий: Git (GitHub/GitLab)
- Дополнительные инструменты: Jupyter Notebook, PyCharm, Google Colab

## 2.2 UML-диаграмма

Мы не реализовывали свои классы.

## 2.3 Реализованные алгоритмы

### 2.3.1 *fast\_chromatic\_number()*

- **Назначение:** Вычисление хроматического числа для случайного графа построенного на данной выборке.
- **Входные данные:** list - выборка
- **Выходные данные:** int - хроматическое число
- **Сложность:**  $O(n \log(n))$

### 2.3.2 *greedy()*

- **Назначение:** Жадное построение множества  $A$ , максимизирующие мощность критерия, при заданной допустимой ошибке первого рода.
- **Входные данные:**  $T_{H_0}$ ,  $T_{H_1}$ ,  $\alpha$  - два набора наблюдений и максимальная допустимая ошибка первого рода.
- **Выходные данные:**  $A$ , *current\_error*, power - множество  $A$ , ошибка первого рода, мощность критерия.
- **Сложность:**  $O(n \log(n))$

## 3 Описание экспериментов

### 3.1 Эксперимент 1

#### 3.1.1 Цель

Исследовать, как ведет себя числовая характеристика  $T$  в зависимости от параметров распределений  $\mu$  и  $\sigma$ , зафиксировав размер выборки и параметр процедуры построения графа KNN.

#### 3.1.2 Результаты

Мы получили интересный результат. График для нормального распределения выглядит хаотичнее, чем график для Student-t(); в графике Student-t() прослеживается рост  $E[in_{\delta}(G)]$  с ростом параметра  $\delta$ . И еще одно интересное наблюдение: для интересующих нас параметров распределений  $\mu_0$  и  $\sigma_0$  график распределения Student-t() ниже графика нормального

распределения.

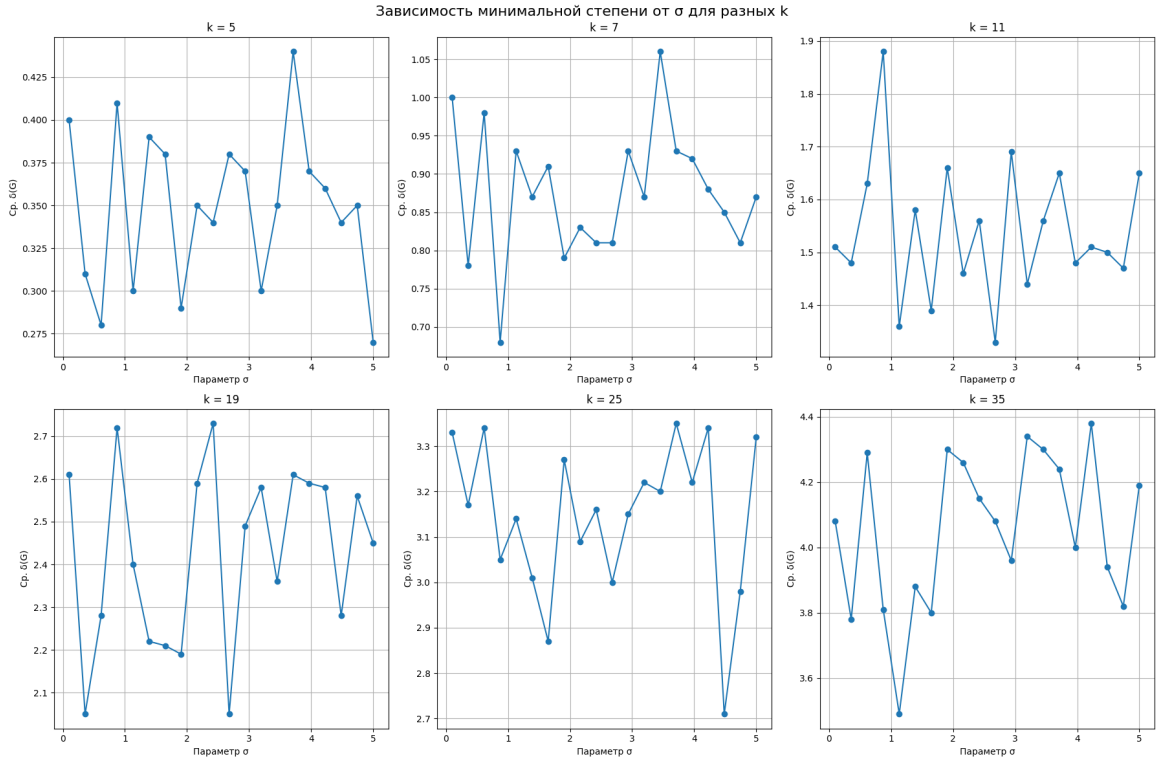


Рис. 1:  $E[in_\delta(G)]$  для KNN графа построенного на  $Normal(0, \sigma)$

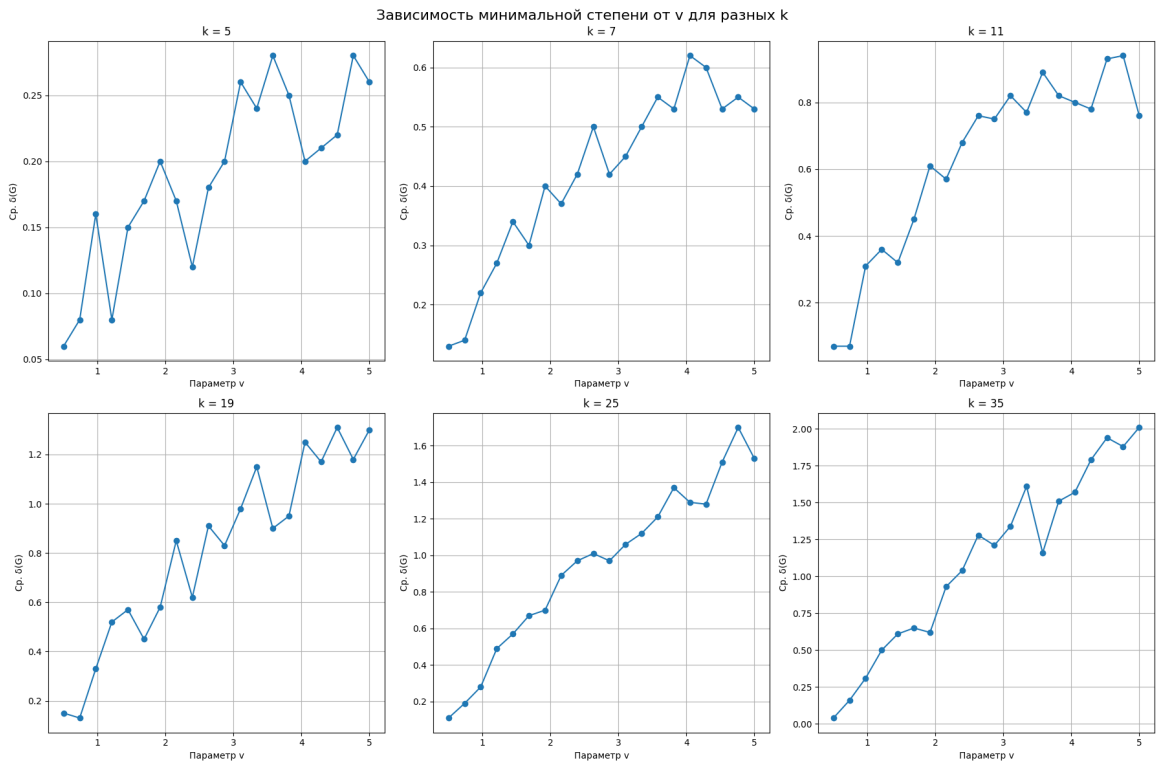


Рис. 2:  $E[in_\delta(G)]$  для KNN графа построенного на  $Student - t()$

## 3.2 Эксперимент 2

### 3.2.1 Цель

Исследовать, как ведет себя числовая характеристика  $T$  в зависимости от параметров распределений и , зафиксировав размер выборки и параметр процедуры построения графа  $\text{dist}$ .

### 3.2.2 Результаты

Характеристика  $\chi(G)$  на дистанционном графе показывает разные результаты для разных выборок. Для нормального распределения с ростом параметра  $\sigma$  хроматическое число убывает, а для распределения Student-t() с ростом параметра  $\nu$   $\chi(G)$  наоборот растет.

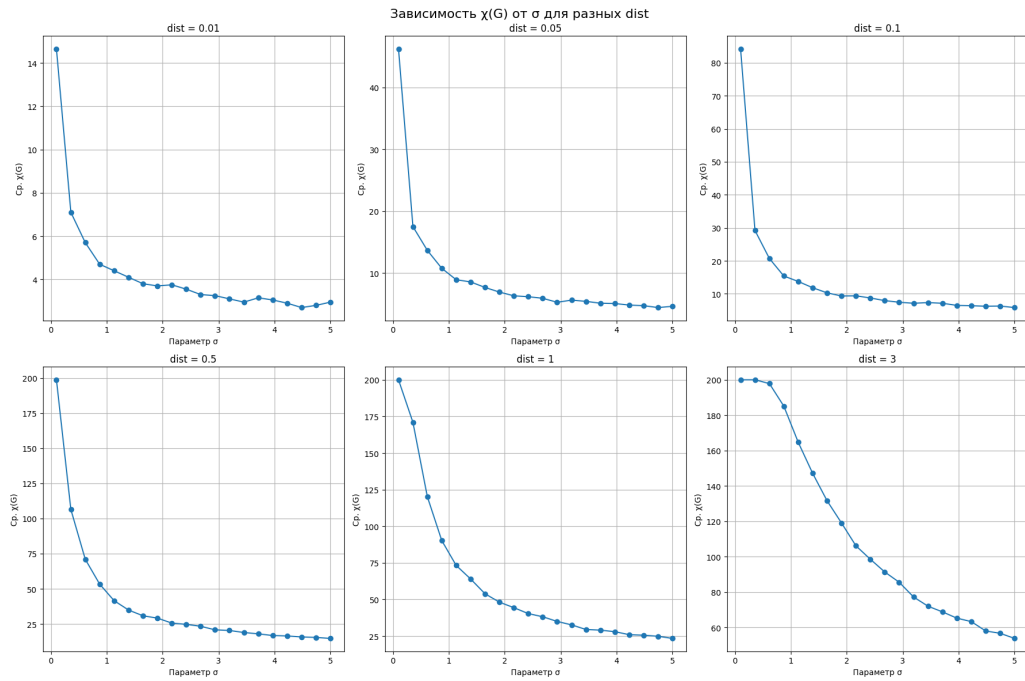


Рис. 3:  $E[\chi(G)]$  для  $\text{dist}$  графа построенного на  $Normal(0, \sigma)$

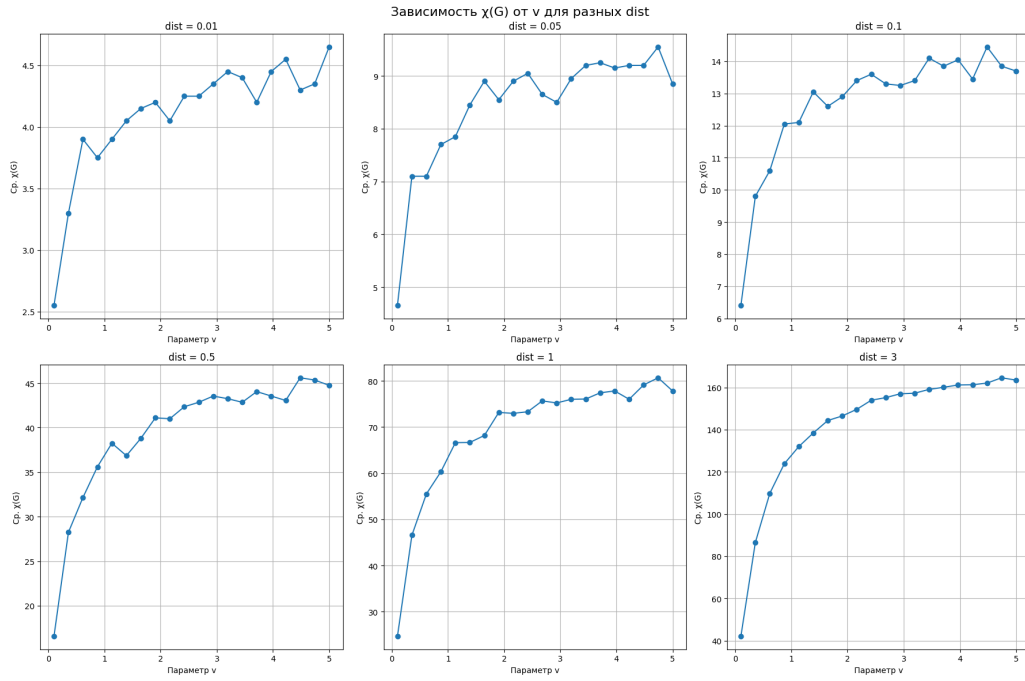


Рис. 4:  $E[\chi(G)]$  для dist графа построенного на  $Student - t()$

### 3.3 Эксперимент 3

#### 3.3.1 Цель

Исследовать, как ведет себя числовая характеристика  $T$  в зависимости от параметров процедуры построения графа KNN и размера выборки при фиксированных значениях  $\theta = \theta_0$  и  $v = v_0$ .

#### 3.3.2 Результаты

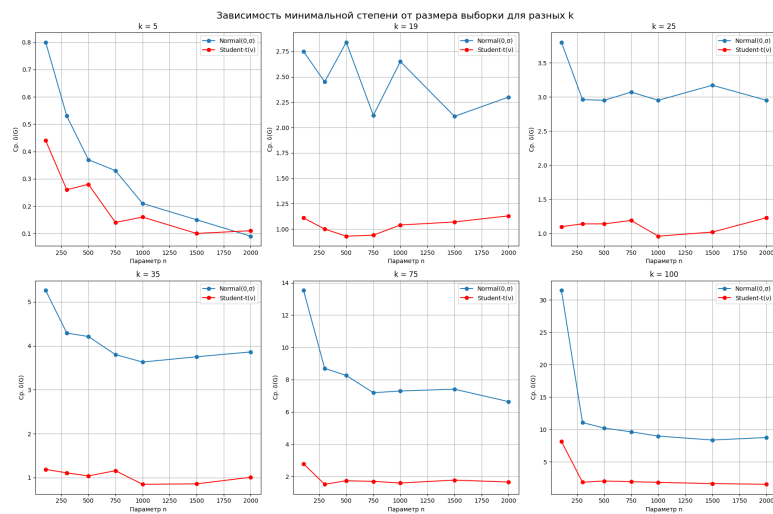


Рис. 5:  $E[in_{\delta}(G)]$  для KNN графа

График для Normal выше, чем график для Student. Это может помочь в проверке истинности  $H_0$  и  $H_1$ .

## 3.4 Эксперимент 4

### 3.4.1 Цель

Исследовать, как ведет себя числовая характеристика  $T$  в зависимости от параметров процедуры построения графа и размера выборки при фиксированных значениях  $\theta = \theta_0$  и  $v = v_0$ .

### 3.4.2 Результаты

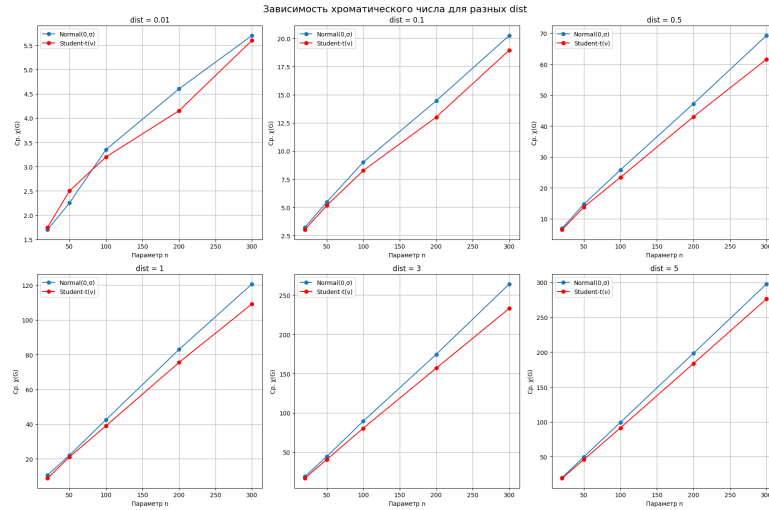


Рис. 6:  $E[\chi(G)]$  для dist графа

К сожалению, данные графики не сильно отличаются, в среднем график для Student-t() ниже, чем график  $Normal(0, \sigma)$ .

## 3.5 Промежуточный вывод

Если обобщить результаты, полученные в предыдущих пунктах, то можно заметить, что каждая из характеристик показывает разные значения на случайных графах, построенных на распределениях  $Student - t()$  и нормальном распределении  $Normal(0, \sigma)$ . Это означает, что существует возможность использовать их для проверки истинности гипотез  $H_0$  и  $H_1$ .

## 3.6 Эксперимент 5

### 3.6.1 Цель

Построить множество  $A$  в предположении  $\theta = \theta_0$  и  $v = v_0$  при максимальной допустимой вероятности ошибки первого рода  $\alpha = 0.055$ . Оценить мощность полученного критерия.

### 3.6.2 Результаты

Для каждой характеристики удалось построить множество  $A$ .

Используя характеристику  $in\_ \delta(G)$  на графе KNN получен следующий результат: Ошибка первого рода  $\alpha = 0.035$ .

Мощность полученного критерия 0.717.

Используя характеристику  $\chi(G)$  на графе dist получен следующий результат:

Ошибка первого рода  $\alpha = 0.045$ .

Мощность полученного критерия 0.594.

В первом случае результат значительно лучше.