

## МАТЕМАТИКА 1- I-група

1. (а) [76] Докажи дека за секоја конвергентна низа  $\{a_n\}$ , важи дека низата  $b_n = \frac{a_n}{n}$  конвергира кон нула;
- (б) [56] Доколку постои, дај пример на низа која конвергира кон  $-3$  и не е монотона. Дали низата е ограничена?
- (в) [136] Испитај монотоност, ограниченост и конвергенција на низата зададена со општ член

$$c_n = \frac{1}{3+1} + \frac{1}{3^2+2} + \frac{1}{3^3+3} + \cdots + \frac{1}{3^n+n}.$$

2. Нека е дадена функцијата  $f(x) = \begin{cases} e^{x+3} + A, & x \leq -3 \\ |4 - x^2|, & -3 < x \leq 0 \end{cases}$ .

- (а) [56] Да се определи константата  $A$  така што функцијата  $f$  биде непрекината на својата дефинициска област;
- (б) [56] За така добиената константа  $A$ , да се скицира графикот на функцијата  $f(x)$  користејќи графици на елементарни функции со објаснување на постапката;
- (в) [86] За така добиената константа  $A$  да се испита диференцијабилноста на функцијата  $f(x)$  во точката  $x = -3$ ;
- (г) [126] Ако функцијата  $g(x)$  е парно продолжување на функцијата  $f(x)$  на  $\mathbb{R}$ , да се скицира графикот на функцијата  $g(x)$ , а потоа од графикот да се пресмета:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x), \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} g(x), \quad g(2), \quad g(3), \quad \lim_{x \rightarrow \infty} g(x).$$

3. [206] Пресметај ги следниве гранични вредности:

$$(а) \lim_{x \rightarrow 8^+} \frac{|8-x|}{\sqrt[3]{x}-2} \qquad (б) \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{1/\ln^2(x+1)}$$

4. [256] Нека е зададена крива параметарски со равенките:

$$\begin{cases} x = 2t - t^2 \\ y = 3t - t^3 \end{cases}.$$

Да се пресмета  $y'$  и да се изведе формулата за  $y''$ . Потоа да се напише равенката на нормалата на кривата во точката што се добива за  $t = 2$ .