

Втор парцијален испит по Математика 1

(Б и Г паралелка)

21.1.2021 год.

1. [15 поени] Покажи дека равенката $e^{-4x} = 20x$ има единствено решение во интервалот $(0,1)$. Формулирај го тврдењето кое го користиш.
2. [15 поени] Низ точката $(3,3)$ се повлекува произволна права која со координатните оски формира правоаголен триаголник во првиот квадрант. Одреди ја равенката на правата за која плоштината на формируваниот правоаголен триаголник ќе биде минимална.
3. а) [25 поени] Испитај ги особините и скицирај го графикот на функцијата $f(x) = \frac{1}{1+\ln x}$.
(Искористи дека $f''(x) = \frac{3+\ln x}{x^2(1+\ln x)^3}$).
- б) [10 поени] Оцени ја вредноста на интегралот $\int_e^{e^2} \frac{1}{1+\ln x} dx$ без да го пресметуваш.
4. [20 поени] Пресметај го интегралот
- $$\int_{-\pi/3}^{-\pi/6} \frac{dx}{|\sin x| \sin 2x}.$$
5. [15 поени] Скицирај го рамнинскиот лик ограничен со кривите: $y = \sqrt{x}$, $y = \frac{1}{x^2}$ и правата $y = 0$, кој се наоѓа во првиот квадрант, а потоа пресметај ја неговата плоштина користејќи определен интеграл.