

ИСПИТ ОД МАТЕМАТИКА 1

(А, Б и Г паралелка)

16.09.2020 год.

1. а) (3 поени) Наведи пример на низа која конвергира кон 0, но не е монотона.
б) (2 поени) Дали постои дивергентна низа која е монотono опаѓачка и ограничена?
Одговорот да се образложи.

2. Нека $f(x) = \frac{2+3x^4}{4x^3-1}$ и $g(x) = \sin x$.

а) (10 поени) Да се пресмета $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) \cdot g\left(\frac{1}{x}\right)$.

б) (10 поени) Во кои точки од дефиниционата област, функцијата $h(x) = \frac{1}{g(x)}$ има хоризонтални тангенти? Да се напише равенка на една хоризонтална тангента во точка од кривата чија апциса е во интервалот $[\pi, 2\pi]$.

3. Дадена е функцијата

$$f(x) = \begin{cases} 4-x, & 0 \leq x < 3 \\ \ln(x^2-8)+1, & 3 \leq x \leq 4 \end{cases}$$

а) (5 поени) Испитај непрекинатост на функцијата $y = f(x)$ во точката $x = 3$.

б) (15 поени) Испитај диференцијабилност на функцијата $y = f(x)$ во точката $x = 3$.
Дали се исполнети условите за примена на теоремата на Рол на дефиниционата област на функцијата?

4. (25 поени) Дадена е функцијата

$$f(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}.$$

Да се најдат нејзините асимптоти и интервали на монотоност, конвексност и конкавност.

5. а) (15 поени) Да се пресмета интегралот

$$\int \frac{dx}{x(\sqrt{x-4}+2)}.$$

б) (15 поени) Преминувајќи во параметарски облик, со помош на определен интеграл да се пресмета плоштината на елипсата $x^2 + 9y^2 = 1$.