

МАТЕМАТИКА 1- I-група

1. Наведи пример на низа за која е точно следново тврдење или пак објасни зошто не е точно:
 - (а) (4б) Постои низа која конвергира кон $\frac{1}{3}$ но не е монотона;
 - (б) (3б) Постои низа која конвергира кон 33 но не е ограничена.
2. Нека $f(x) = \sin x$ и $g(x) = \frac{4x^3 - 1}{3x^2 + 2}$.
 - (а) (10б) Да се пресмета $\lim_{x \rightarrow \infty} f\left(\frac{1}{x}\right)g(x)$;
 - (б) (10б) Во кои точки од дефиниционата област функцијата $h(x) = \frac{1}{f(x)}$ има хоризонтални тангенти? Да се напише равенка на една хоризонтална тангента во точка од кривата чија x -координата е во интервалот $[2\pi, 3\pi]$.
3. Нека е дадена функцијата $f(x) = \begin{cases} 3 - x, & 0 \leq x < 2 \\ \ln(x^2 - 3) \cos x + 1, & 2 \leq x \leq \pi \end{cases}$.
 - (а) (5б) Испитај непрекинатост на функцијата $y = f(x)$ во точката $x = 2$;
 - (б) (15б) Испитај диференцијабилност на функцијата $y = f(x)$ во точката $x = 2$. Дали се исполнети условите за примена на теоремата на Лагранж на интервалот $[0, \pi]$? Дали се исполнети условите за примена на теоремата на Лагранж на интервалот $[0, 1]$?
4. (20б) Нека е дадена функцијата $f(x) = e^{\frac{1}{x^2 - 4x + 3}}$. Најди ги асимптотите на функцијата $y = f(x)$, потоа определи ги стационарните точки на оваа функција и според првиот критериум за екстрем, без употреба на вториот извод, определи дали стационарните (критични) точки се точки на локален минимум или максимум.
5. (а) (8б) Формулација и доказ на Теоремата на Њутн-Лајбниц.
(б) (10б) Пресметај ја плоштината на ликот заграден помеѓу кривите $y = 2\lg x$ и $y = \sin x$ во интервалот $[0, \pi/4]$.
(в) [15б] Пресметај го интегралот

$$\int_0^1 \frac{x^4}{\sqrt{1-x^2}} dx.$$