

Втор парцијален испит по Математика 1
В паралелка, 16.11.2019

1. (20п) Да се покаже дека важи неравенството: $\frac{1}{\sqrt{2}} \leq \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x^3+1}} \leq 1$.
2. а) (5п) Дали секоја интегрибилна функција е непрекината? Одговорот да се образложи преку пример.
- б) (10п) Нека $Q(x) = \frac{x}{x^2 + b^2}$, да се пресмета $\int_b^{2b} Q(x) dx$.
- в) (10п) Да се пресмета интегралот $\int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} \sqrt{4-x^2} dx$.
3. Дадена е рамнинска фигура која што ја содржи точката $(1,0)$, и е ограничена со графиците на функциите $x^2 + y^2 = 5$, $2y^2 = x$ и $x + 2y = 0$.
- а) (10п) Да се скицира дадената рамнинска фигура.
- б) (10п) Да се пресмета плоштината на фигурата.
- в) (10п) Да се пресмета должината на кривата која што ја ограничува оваа фигура.
4. Дадена е гама функцијата дефинирана со $\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1} e^{-t} dt$ за $x > 0$. Да се покаже дека:
- а) (10п) $\Gamma(1) = 1$,
- б) (15п) $\Gamma(n) = (n-1)!$.