

## Вежба 4

# Момент на инерција

### Вовед

Различни тела изведуваат осцилации околу оска која минува низ нивниот центар на маса. Периодот на осцилирање зависи од моментот на инерција на овие тела.

### Задача

- Определување на моментот на инерција на диск, цилиндар, топка и прачка;
- Определување на аголно забрзување при осцилирање;
- Мерење на периодот на осцилирање на различни нишала.

### Потребна апаратура и материјали

- Систем за ротирање на различни тела;
- Топка;
- Диск;
- Полн цилиндар;
- Прачка со тегови кои се поместуваат;
- Вага со пружина;
- Светлинска бариера со бројач;
- Извор на електрична енергија;
- Динамометар.



## Теориски основи

Моментот на инерција на телото зависи од распределбата на масата на телото во однос на оската на ротација. Со зголемување на оддалеченоста на масата од оската на ротација се зголемува моментот на инерција на телото, т.е. тоа потешко ќе се заврти.

За тела кај кои вкупната маса може да ја определиме како збир од масите на одделни негови делови, моментот на инерција се определува како

$$I = \sum m_i r_i^2$$

За тела, кои претставуваат континуум од многу мали елементи на маса, сумирањето поминува во интегрирање, т.е.

$$I = \int r^2 dm,$$

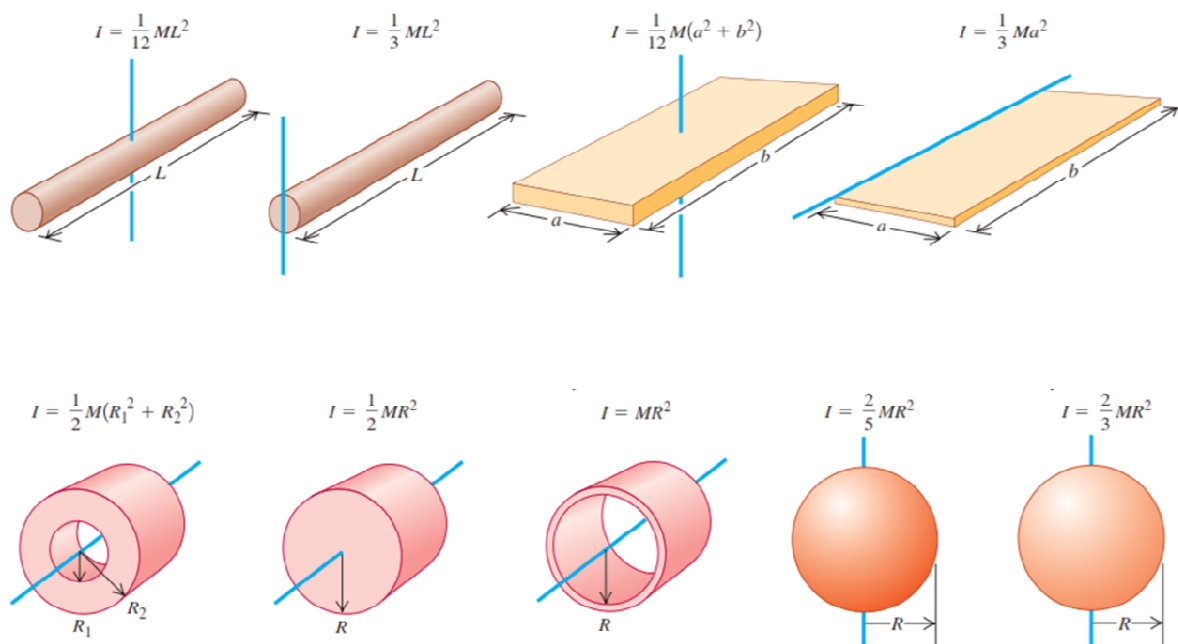
каде што  $r$  е радијалното растојание на елементот на маса  $dm$  до оската на ротација.

Вредноста на моментот на инерција околу произволна оска се определува со Штајнеровата теорема (теорема на паралелни оски), дадена со изразот

$$I = I_{cm} + md^2$$

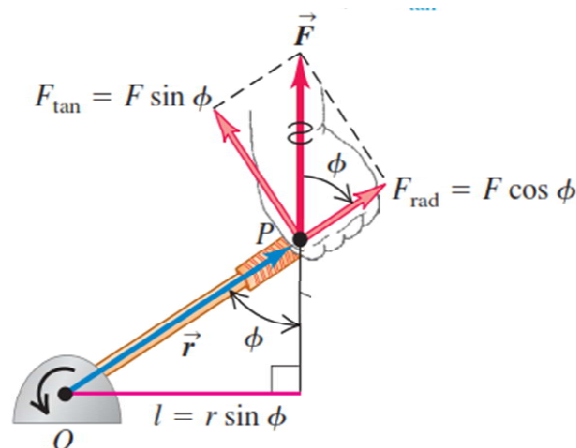
каде што  $I_{cm}$  е момент на инерција на телото во однос на оска кој минува низ центарот на маса на телото (оска на симетрија), додека  $I$  е моментот на инерција околу произволна оска на оддалеченост  $d$  од оската на симетрија.

За правилни геометриски тела изразите за моментите на инерција во однос на оксите на симетрија, кои минуваат низ нивните центри на маса се дадени на следната слика.



Кај транслаторното движење причина за придвижување на телата или за промена на нивната брзина и импулс е силата. Ако на едно тело му дејствуваат две еднакви сили, кои се спротивно насочени, нивниот векторски збир ќе биде нула и тие не предизвикуваат промена на положбата на телото, т.е. негово движење. Ако пак истите две сили дејствуваат на одредено растојание од оската на симетрија на телото (потпорната точка), тогаш овие сили ќе предизвикаат ротација на телото.

Кај ротационото движење, дејството на силата зависи од положбата на нејзината нападна точка, т.е. од растојанието помеѓу оската на ротација и силата која го завртува телото.



Величината определена со производот помеѓу силата и нејзиното нормално растојание до оската на ротација се вика **момент на сила**.

$$M = Fr \sin \phi$$

$$\vec{M} = \vec{F} \times \vec{r}$$

Бидејќи силата е дефинирана со вториот Њутнов закон како производ од масата и забрзувањето, користејќи ја врската помеѓу тангенцијалното и аголното забрзување, за сила која дејствува на нормално растојание  $r$  добиваме:

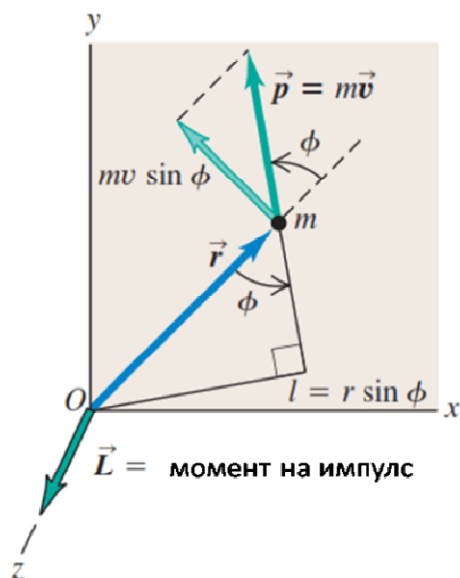
$$M = Fr = ma \cdot r = m \cdot \alpha \cdot r = mr^2 \alpha$$

$$M = I \alpha$$

**Моментот на импулс** претставува векторски производ од импулсот на телото и растојанието до оската на ротација:

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times (m\vec{v})$$

$$L = mvr \sin \phi$$



За тело врз кое дејствува сила на нормално растојание  $r$ , соопштувајќи му импулс на телото, моментот на импулс е даден соизразот

$$L = mvr = m \cdot \omega r \cdot r = mr^2 \omega = I \omega$$

## Мерна постапка

Прачката се прицврстува на системот со пружината, така што центарот на маса да поминува низ оската на ротација. Прачката се отклонува од рамнотежната положба со завртување на пружината за агол не поголем од  $720^\circ$ . Динамометарот се поставува на три различни положби и се мери силата која дејствува при отпуштањето на прачката. Аголното забрзување што го добива прачката се определува преку нејзиниот момент на инерција, силата и кракот на силата.

За определување на периодот на осцилирање на различните тела, секое од нив одделно се поставува на местото на прачката. Секое тело се отклонува од рамнотежната состојба со завртување на пружината за агол не поголем од  $720^\circ$ . На секое од телата се поставува светлинска бариера. Периодот на осцилирање ќе биде времето за кое телата прават една осцилација. Бројачот во случајот со прачката мери една четвртина од периодот, а во другите случаи мери половина од периодот на осцилирање. Се пресметува аголната брзина и моментот на импулс.