

МАТЕМАТИКА 1- II-група
------------------------

1. (а) [7б] Докажи дека за секоја конвергентна низа  $\{a_n\}$ , важи дека низата  $b_n = \frac{a_n}{n^2}$  конвергира кон нула;
- (б) [5б] Доколку постои, дај пример на низа која конвергира кон 5 и не е монотона. Дали низата е ограничена?
- (в) [13б] Испитај монотоност, ограниченост и конвергенција на низата зададена со општ член

$$c_n = \frac{1}{5+1} + \frac{1}{5^2+2} + \frac{1}{5^3+3} + \cdots + \frac{1}{5^n+n}.$$

2. Нека е дадена функцијата  $f(x) = \begin{cases} |1-x^2|, & 0 \leq x < 2 \\ e^{-(x-2)} + A, & x \geq 2 \end{cases}$ .

- (а) [5б] Да се определи константата  $A$  така што функцијата  $f$  биде непрекината на својата дефинициска област;
- (б) [5б] За така добиената константа  $A$ , да се скицира графикот на функцијата  $f(x)$  користејќи графици на елементарни функции со објаснување на постапката;
- (в) [8б] За така добиената константа  $A$  да се испита диференцијабилноста на функцијата  $f(x)$  во точката  $x = 2$ ;
- (г) [12б] Ако функцијата  $g(x)$  е парно продолжување на функцијата  $f(x)$  на  $\mathbb{R}$ , да се скицира графикот на функцијата  $g(x)$ , а потоа од графикот да се пресмета:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} g(x), \quad \lim_{x \rightarrow -1^+} g(x), \quad g(-1.5), \quad g(-2), \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x).$$

3. [20б] Пресметај ги следниве гранични вредности:

$$(а) \lim_{x \rightarrow 8^-} \frac{\sqrt[3]{x} - 2}{|x - 8|} \qquad (б) \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin^2 3x)^{1/\ln^2(x+1)}$$

4. [25б] Нека е зададена крива параметарски со равенките:

$$\begin{cases} x = 2t - t^2 \\ y = 3t - t^3 \end{cases}.$$

Да се пресмета  $y'$  и да се изведе формулата за  $y''$ . Потоа да се напише равенката на тангента на кривата во точката што се добива за  $t = 2$ .