

Испит по Математика 1
08.07.2020

1. (25) Да се определат вредностите за a и b за кои што дадената функција

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x + 1, & x \geq 1 \\ ax + b, & x < 1 \end{cases},$$

е диференцијабилна. Потоа да се скицира функцијата и да се определат нејзините екстрими (локални и апсолутни) на интервалот $[0, 2]$.

2. Дадена е функција со параметарски равенки:
$$\begin{cases} x(t) = 4 + \sin t \\ y(t) = 1 + \cos t \end{cases},$$
 $0 \leq t \leq 2\pi.$

(а) (20) Во точката $(3, 1)$, од дадената функција да се определат равенките на тангента и нормала. Да се скицира дадената функција, заедно со двете прави.

(б) (5) За кружницата $(x + 4)^2 + (y + 1)^2 = 1$ да се напишат параметарските равенки.

3. (а) (5) Дали секоја интеграбилна функција е непрекината? Одговорот да се образложи преку пример.

(б) (10) Да се пресмета $\int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} \sqrt{4 - x^2} dx$.

(в) (10) Нека $L(x) = \int_1^x \frac{dt}{t}$. Да се покаже дека $L\left(\frac{1}{a}\right) = -L(a)$.

4. (25) Со помош на определен интеграл да се пресмета плоштината на елипсата $4x^2 + y^2 = 1$.