

ИСПИТ ОД МАТЕМАТИКА 1

(А, Б и Г паралелка)

10.7.2020 год.

1. (25 поени) Да се определат вредностите a и b за кои функцијата

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x + 1, & x \geq 1 \\ ax + b, & x < 1 \end{cases}$$

е диференцијабилна. Потоа да се скицира графикот на функцијата и да се определат нејзините екстрими (локални и апсолутни) на интервалот $[0, 2]$.

2. (25 поени) Дадена е функцијата

$$y = \frac{1 - \ln x}{x^2}.$$

Да се најдат нејзините асимптоти и интервали на монотоност, конвексност и конкавност.

3. а) (10 поени) Да се пресмета

$$\int_0^{50\pi} \sqrt{1 - \cos 2x} \, dx.$$

б) (10 поени) Користејќи погодна замена, да се пресмета

$$\int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} \sqrt{3 - x^2} \, dx,$$

ако е познато дека

$$\int_{-1}^1 \sqrt{1 - x^2} \, dx = \frac{\pi}{2}.$$

в) (10 поени) Нека $L(x) = \int_1^x \frac{dt}{t}$. Да се покаже дека $L\left(\frac{1}{a}\right) = -L(a)$, $a > 0$.

4. (20 поени) Преминувајќи во параметарски облик, со помош на определен интеграл да се пресмета плоштината на елипсата $4x^2 + y^2 = 1$.