

Писмен испит од Математика 1

16.6.2021 год.

(Б и Г паралелка)

1. Дадена е низата со општ член $a_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n}$, $n \in \mathbb{N}$.
- а) [36] Определи ги првите три члена на низата.
- б) [46] Испитај ја монотоноста на низата $\{a_n\}$.
- в) [46] Испитај ја ограниченоста на низата $\{a_n\}$.
- г) [46] Формулирај ја теоремата за монотони и ограничени низи. Провери дали низата $\{a_n\}$ е конвергентна низа?

2. а) [206] Дадена е функцијата

$$f(x) = \begin{cases} 2A - \frac{\sqrt{2(1 - \cos 3x)}}{x}, & x < 0 \\ 2A - B, & x = 0. \\ \frac{\sqrt[3]{x+8} - 2}{x}, & x > 0 \end{cases}$$

Определи ги константите A и B , доколку постојат, така што функцијата $f(x)$ да биде непрекината на својата дефинициона област.

- б) [106] Определи ги точките во кои тангентата на кривата $y = \cos^2 x$ е паралелна со симетралата на вториот и четвртиот квадрант.

3. а) [256] Испитај ги својствата и скицирај го графикот на функцијата

$$f(x) = \frac{x}{1 + \ln x}.$$

- б) [56] Определи ги апсолутните екстреми на функцијата $f(x)$ на сегментот $[2e^{-1}, e]$.

4. а) [126] Пресметај го интегралот

$$\int \frac{1}{(x+2)\sqrt{x^2-1}} dx.$$

- б) [136] Пресметај ја плоштината на ликот заграден со кривите $y^2 = 2x + 1$ и $y = x - 1$.