

Прв парцијален испит по математика 1

-I група-

1.[20] Испитај која од наведените низи

$$\left\{2^{(-1)^n}\right\}_{n \in \mathbb{N}}, \quad \{\log(n+1) - \log(n)\}_{n \in \mathbb{N}}, \quad \left\{\frac{3n-1}{2^n}\right\}_{n \in \mathbb{N}, n \geq 2}$$

е монотона, а која ограничена?

Која од нив е конвергентна и зошто?

2.[20] Дадена е функцијата $f(x) = 2x^2 - 4x + 2$ за $x \in (0, 1]$.

а) Скицирај го графикот на функцијата

- g , ако $g(x) = f(x)$ за $x \in (0, 1]$ и g е парна функција дефинирана на $[-1, 1]$ за која важи $g(0) = 2$.
- h , ако $h(x) = f(x)$ за $x \in (0, 1]$ и $h(x)$ е периодична функција со период 1.

б) Користејќи ги графици за g и h одговори:

- Дали функциите се непрекинати на своите дефинициони области?
- Дали функциите се диференцијабилни на своите дефинициони области?
- Најди:

$$\begin{array}{cccc} \lim_{x \rightarrow 0^+} g(x); & \lim_{x \rightarrow 0^-} g(x); & \lim_{x \rightarrow -\frac{1}{3}^-} g(x); & \lim_{x \rightarrow -1^+} g(x); \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} h(x); & \lim_{x \rightarrow 0^-} h(x); & \lim_{x \rightarrow -\frac{1}{3}^-} h(x); & \lim_{x \rightarrow -1^+} h(x). \end{array}$$

3.[20] Дадена е функцијата $f(x) = \arcsin \frac{2x}{1+x}$.

а) Најди дефинициона област на f .

б) Најди ги сите точки од дефиниционата област каде f не е диференцијабилна.

4.[20] Декартовиот лист е крива зададена со равенката:

$$x^3 + y^3 - 3axy = 0, \quad \text{каде } a > 0, a \in \mathbb{R}.$$

Најди ја тангентата на кривата во точката каде $y = x$ и $x > 0$.

5.[20] Дадена е функцијата

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{x^2-25} - 1}{x-5} + b, & x > 5 \\ \frac{\sin(x^2 - 4x - 5)}{x-5}, & x < 5 \end{cases}, \quad b \in \mathbb{R}.$$

За која вредност на b функцијата може да се додефинира за да биде непрекината на \mathbb{R} ?

Прв парцијален испит по математика 1

-II група-

1.[20] Испитај која од наведените низи

$$\left\{ 3^{(-1)^n} \right\}_{n \in \mathbb{N}}, \quad \{ \log(n) - \log(n+1) \}_{n \in \mathbb{N}}, \quad \left\{ \frac{n-3}{2^n} \right\}_{n \in \mathbb{N}, n \geq 5}$$

е монотона, а која ограничена?

Која од нив е конвергентна и зошто?

2.[20] Ладена е функцијата $f(x) = 3x^2 + 6x + 3$ за $x \in [-1, 0)$.

а) Скицирај го графикот на функцијата

- g , ако $g(x) = f(x)$ за $x \in [-1, 0)$ и g е парна функција дефинирана на $[-1, 1]$ за која важи $g(0) = 3$.
- h , ако $h(x) = f(x)$ за $x \in [-1, 0)$ и $h(x)$ е периодична функција со период 1.

б) Користејќи ги графици за g и h одговори:

- Дали функциите се непрекинати на своите дефинициони области?
- Дали функциите се диференцијабилни на своите дефинициони области?
- Најди:

$$\begin{array}{cccc} \lim_{x \rightarrow 0^+} g(x); & \lim_{x \rightarrow 0^-} g(x); & \lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}^-} g(x); & \lim_{x \rightarrow -1^+} g(x); \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} h(x); & \lim_{x \rightarrow 0^-} h(x); & \lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}^-} h(x); & \lim_{x \rightarrow -1^+} h(x). \end{array}$$

3.[20] Ладена е функцијата $f(x) = \arccos \frac{3x}{1+x}$

а) Најди дефинициона област на f .

б) Најди ги сите точки од дефиниционата област каде f не е диференцијабилна.

4.[20] Декартовиот лист е крива зададена со равенката:

$$y^3 - x^3 + 3axy = 0, \quad \text{каде } a > 0, a \in \mathbb{R}.$$

Најди ја тангентата на кривата во точката каде $y = -x$ и $x < 0$.

5.[20] Ладена е функцијата

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(x^2 + x - 2)}{x + 2} + b, & x > -2 \\ \frac{e^{x^2 - 4} - 1}{x + 2}, & x < -2 \end{cases}, \quad b \in \mathbb{R}.$$

За која вредност на b функцијата може да се додефинира за да биде непрекината на \mathbb{R} ?