

Писмен испит од Математика 1

Б и Г паралелка

11.2.2021

1. а) [10 поени] Користејќи ја дефиницијата за гранична вредност на низа, докажи дека низата со општ член $x_n = \frac{2}{3n}$ е нула низа и определи го бројот на нејзините членови коишто се надвор од интервалот $(-0.01, 0.01)$?
- б) [10 поени] Ако $\{x_n\}$ е низата дефинирана погоре, докажи дека низата со општ член $y_n = x_n \cdot \sin \frac{3n}{2}$ е нула низа. Формулирај го тврдењето што го користеше во доказот?

2. [20 поени] Дадена е функцијата

$$f(x) = \begin{cases} A + \left(\frac{9^x + 5}{6}\right)^{\frac{3}{x}}, & x > 0 \\ \frac{\sin(x^2 + x)}{x}, & x < 0 \end{cases}.$$

Ако $x < 2$, колку е $f(x - 2)$? Дали може да се определи вредноста на константата A , така што функцијата ќе биде непрекината?

3. [30 поени] Испитај ги својствата и скицирај го графикот на функцијата

$$f(x) = \sqrt[3]{x^3 - 1}.$$

Дали дадената функција е диференцијабилна во секоја точка од својата дефинициона област? Напиши ја равенката на тангентата на кривата повлечена во точката со апсциса $x = 1$. Дали постои инверзната функција $f^{-1}(x)$?

4. а) [15 поени] Најди рекурентна врска за интегралот $I_n = \int (2 - x^2)^n dx, n \in \mathbb{Q}$, а потоа пресметај го интегралот $I_{1/2}$.

б) [15 поени] Пресметај ја плоштината на делот од рамнината опеделен со:

$$x^2 + y^2 = 2, y^2 = x, y - x = \sqrt{2}.$$