Домашна задача 3 - Магнетизам

Викторија Митревска
151/2021
Ѓорапелка В

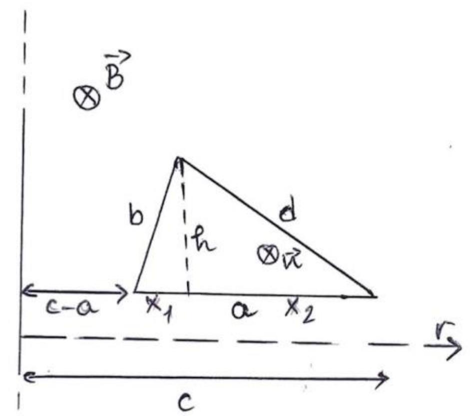
① Меѓусебна индуктивност помеѓу две контури е мерка за меѓусебен флукс помеѓу контурите од струја во едната контура.

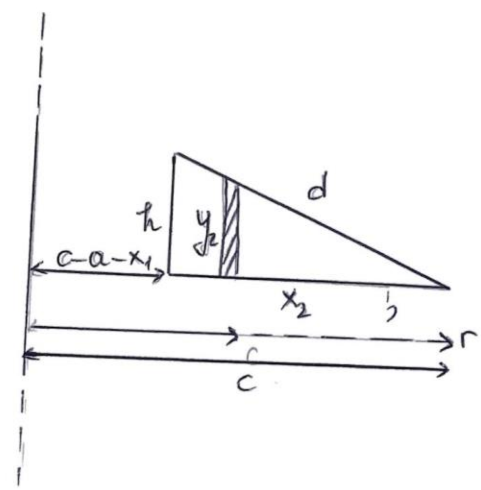
Меѓусебната индуктивност помеѓу две контури L_{12} може да се определи преку меѓусебниот флукс Φ_{12} од струјата I_1 во едната контура.

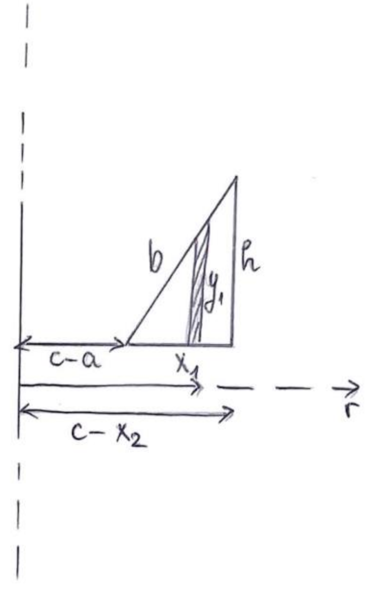
$$\boxed{L_{12} = \frac{\Phi_{12}}{I_1}}$$

Ако меѓусебната индуктивност е различна од нула велиме дека контурите се индуктивно спрегнати или дека се спрегнати со посредство на магнетно поле.

② Слика 9







$$\frac{y_1}{r-(c-a)} = \frac{x_1}{h}$$

$$y_1 = \frac{x_1(r-(c-a))}{h} = \frac{\sqrt{b^2-h^2}\,(r-(c-a))}{h}$$

$$x_1 = \sqrt{b^2-h^2}$$

$$\frac{y_2}{c-r} = \frac{x_2}{h}$$

$$y_2 = \frac{x_2(c-r)}{h} = \frac{\sqrt{d^2-h^2}\,(c-r)}{h}$$

$$x_2 = \sqrt{d^2-h^2}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \; [T] \qquad ds = y\,dr$$

$$\Phi_1 = \int \vec{B}\, d\vec{S} = \int B\, ds \cos 0 = \int \frac{\mu_0 I}{2\pi r} y_1\, dr = \int \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \cdot \frac{\sqrt{b^2-h^2}\,(r-(c-a))}{h}\, dr =$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi} \cdot \frac{\sqrt{b^2-h^2}}{h} \int_{c-a}^{c-\sqrt{d^2-h^2}} \frac{r-c+a}{r}\, dr = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \cdot \frac{\sqrt{b^2-h^2}}{h} \left[\int_{c-a}^{c-\sqrt{d^2-h^2}} dr - \int_{c-a}^{c-\sqrt{d^2-h^2}} \frac{c}{r} dr + \int_{c-a}^{c-\sqrt{d^2-h^2}} \frac{a}{r} dr \right] =$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi} \cdot \frac{\sqrt{b^2-h^2}}{h} \left[(\cancel{c}-\cancel{c}+a) - c \ln \frac{c-\sqrt{d^2-h^2}}{c-a} + a \ln \frac{c-\sqrt{d^2-h^2}}{c-a} \right] [Wb]$$

$$\Phi_2 = \int \vec{B}\, d\vec{S} = \int B\, ds \cos 0 = \int \frac{\mu_0 I}{2\pi r} y_2\, dr = \int \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \cdot \frac{\sqrt{d^2-h^2}\,(c-r)}{h}\, dr =$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi} \cdot \frac{\sqrt{d^2-h^2}}{h} \int_{c-\sqrt{b^2-h^2}}^{c} \frac{c-r}{r}\, dr = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \cdot \frac{\sqrt{d^2-h^2}}{h} \left[\int_{c-\sqrt{b^2-h^2}}^{c} \frac{c}{r} dr - \int_{c-\sqrt{b^2-h^2}}^{c} dr \right] =$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi} \cdot \frac{\sqrt{d^2-h^2}}{h} \left[c \ln \frac{c}{c-\sqrt{b^2-h^2}} - \cancel{c} + \cancel{c} - \sqrt{b^2-h^2} \right] =$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi} \cdot \frac{\sqrt{d^2-h^2}}{h} \left[c \ln \frac{c}{c-\sqrt{b^2-h^2}} - \sqrt{b^2-h^2} \right] [Wb]$$

$$\Phi_{12} = \Phi_1 + \Phi_2$$

$$\Phi_{12} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \cdot \frac{\sqrt{b^2-h^2}}{h} \left[a - c \ln \frac{c-\sqrt{d^2-h^2}}{c-a} + a \ln \frac{c-\sqrt{d^2-h^2}}{c-a} \right] +$$

$$+ \frac{\mu_0 I}{2\pi} \cdot \frac{\sqrt{d^2-h^2}}{h} \left[c \ln \frac{c}{c-\sqrt{b^2-h^2}} - \sqrt{b^2-h^2} \right] =$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi h} \left[\left(a - (c-a) \ln \frac{c-\sqrt{d^2-h^2}}{c-a}\right)\left(\sqrt{b^2-h^2}\right) + \left(\sqrt{d^2-h^2}\right)\left(c \ln \frac{c}{c-\sqrt{b^2-h^2}} - \sqrt{b^2-h^2}\right) \right]$$

$$L_{12} = \frac{\Phi_{12}}{I_1}$$

$$L_{12} = \frac{\frac{\mu_0 I_1}{2\pi h} \left[\left(\sqrt{b^2-h^2}\right)\left(a - (c-a) \ln \frac{c-\sqrt{d^2-h^2}}{c-a}\right) + \left(\sqrt{d^2-h^2}\right)\left(c \ln \frac{c}{c-\sqrt{b^2-h^2}} - \sqrt{b^2-h^2}\right) \right]}{I_1}$$

$$L_{12} = \frac{\mu_0}{2\pi h} \left[\left(\sqrt{b^2-h^2}\right)\left(a - (c-a) \ln \frac{c-\sqrt{d^2-h^2}}{c-a}\right) + \left(\sqrt{d^2-h^2}\right)\left(c \ln \frac{c}{c-\sqrt{b^2-h^2}} - \sqrt{b^2-h^2}\right) \right] [H]$$