

---

### 3.2 Алгоритм

Вид уравнения:  $y'' + py' + qy = f(x)$

где  $p$  и  $q$  - действительные числа;

$$f(x) = M\cos\beta x + N\sin\beta x;$$

где  $M; N; \beta$  - коэффициенты, действительные числа.

1. Решаем ЛОДУ 2-го порядка (алг. 2):  $y'' + py' + qy = 0$ ;  
находим коэффициенты  $k_1; k_2$ ; записываем  $y_0$

2. Записываем  $\beta$  функции  $f(x) = M\cos\beta x + N\sin\beta x$

3. Определяем вид частного решения:  $\bar{y} = x^r (A\cos\beta x + B\sin\beta x)$ :

Вариант 1

$$\beta i \neq k_{1,2}$$

Вариант 2

$$\beta i = k_{1,2}$$

4. Определяем значение  $r$ :

$$r = 0$$

$$r = 1$$

5. Записываем  $\bar{y} = x^r Q_n(x)$  ;  $Q_n(x) = A\cos\beta x + B\sin\beta x$

$$\bar{y} = x^r (A\cos\beta x + B\sin\beta x)$$

6. Находим  $\bar{y}'$  ;  $\bar{y}''$

7. Подставляем  $\bar{y}$ ;  $\bar{y}'$ ;  $\bar{y}''$  в  $\bar{y}'' + p\bar{y}' + q\bar{y} = f(x)$

8. Решаем систему уравнений, находим  $M; N$

$$\sin\beta x: \begin{cases} p_{11}A + p_{12}B = P_1 \\ p_{21}A + p_{22}B = P_2 \end{cases}$$

$$\cos\beta x: \begin{cases} p_{11}A + p_{12}B = P_1 \\ p_{21}A + p_{22}B = P_2 \end{cases}$$

где  $p_{ij}; P_v$  - действительные числа, получившиеся при подстановке.

9. Находим частное решение, подставив  $r; A; B; \beta$  в:

$$\bar{y} = x^r (A\cos\beta x + B\sin\beta x)$$

10. Записываем ответ (общее решение):  $y = y_0 + \bar{y}$

11. При необходимости решаем задачу Коши.

---

### 3.3 Алгоритм

Вид уравнения:  $y'' + py' + qy = f(x)$

$$f(x) = e^{\alpha x}(M_{m_1}(x) \cdot \cos \beta x + N_{m_2}(x) \cdot \sin \beta x)$$

1. Решаем ЛОДУ 2-го порядка (алг. 2):  $y'' + py' + qy = 0$ ; находим коэффициенты  $k_1; k_2$ ; записываем  $y_0$

2. Определяем  $\alpha; \beta; M_{m_1}(x); N_{m_2}(x); m_1; m_2$  из функции  $f(x)$

3. Определяем вид частного решения:

$$\bar{y} = x^r e^{\alpha x}(P_l(x) \cos \beta x + Q_l(x) \sin \beta x):$$

Вариант 1

$$\alpha \pm \beta i \neq k_{1,2}$$

Вариант 2

$$\alpha \pm \beta i = k_{1,2}$$

4. Определяем значение  $r$ :

$$r = 0$$

$$r = 1$$

5. Определяем значение  $l = \max(m_1; m_2)$

Записываем  $\bar{y} = x^r e^{\alpha x}(P_l(x) \cos \beta x + Q_l(x) \sin \beta x)$

$P_l(x); Q_l(x)$  записываем как:

$$\left[ \begin{array}{l} l = 0; P_0(x) = A; Q_0(x) = B \\ l = 1; P_1(x) = Ax + B; Q_1(x) = Cx + D \\ l = 2; P_2(x) = Ax^2 + Bx + C; Q_2(x) = Dx^2 + Ex + F \\ \dots \end{array} \right.$$

6. Находим  $\bar{y}' ; \bar{y}''$

7. Подставляем  $\bar{y}; \bar{y}'; \bar{y}''$  в  $\bar{y}'' + p\bar{y}' + q\bar{y} = f(x)$

8. Решаем систему уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin \beta x \\ x \cdot \sin \beta x \\ \cos \beta x \\ x \cdot \cos \beta x \end{array} \right.$$

9. Находим частное решение, подставив  $r; \alpha; \beta; P_l(x); Q_l(x)$  в уравнение:  $\bar{y} = x^r e^{\alpha x}(P_l(x) \cos \beta x + Q_l(x) \sin \beta x)$

10. Записываем ответ (общее решение):  $y = y_0 + \bar{y}$

11. При необходимости решаем задачу Коши.

### 3.4 Алгоритм

Вид уравнения:  $y'' + py' + qy = f_1(x) + f_2(x)$

где  $p$  и  $q$  - действительные числа;

$$f_{1,2}(x) = e^{\alpha x} P_n(x)$$

$$\text{или } f_{1,2}(x) = A \cos \beta x + B \sin \beta x$$

$$\text{или } f_{1,2}(x) = e^{\alpha x} (M_{m_1}(x) \cos \beta x + N_{m_2}(x) \sin \beta x)$$

1. Решаем ЛОДУ 2-го порядка (алг. **2**):  $y'' + py' + qy = 0$ ;  
находим коэффициенты  $k_1; k_2$ ; записываем  $y_0$

2. Определяем вид функций  $f_1(x); f_2(x)$

3. Решаем независимо 2 уравнения:

$$\overline{y_1}'' + p\overline{y_1}' + q\overline{y_1} = f_1(x)$$

$$\overline{y_2}'' + p\overline{y_2}' + q\overline{y_2} = f_2(x)$$

4. Записываем ответ (общее решение):  $y = y_0 + \overline{y_1} + \overline{y_2}$

5. При необходимости решаем задачу Коши.