

# ВИДЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА

## Алгоритмы решений

### 1.1. Вид уравнения:

$$y'' = f(x)$$

1.Находим:  $y'$ . Интегрируем:  $y' = \int f(x)dx = \varphi_1(x) + C_1$ .

2.Находим:  $y$ . Интегрируем:  $y = \int (\varphi_1(x) + C_1)dx$ .

3.При необходимости решаем задачу Коши.

4.Записываем ответ:

$y = \varphi_2(x) + C_1x + C_2$  - общее решение уравнения.

!!! Если дано уравнение:  $y^n = f(x)$ , интегрируем  $n$  раз.

---

### 1.2. Вид уравнения:

$$y'' = f(x; y')$$

(не содержит явно функцию  $y$ )

1.Делаем замену:  $y' = p(x)$ ;  $y'' = p'$

$$y'' = f(x; y') \Rightarrow p' = f(x; p)$$

2. Решаем уравнение  $p' = f(x; p)$ . Решение:  $p = \varphi(x; C_1)$

3. Находим общее решение:  $y = \int \varphi(x; C_1)dx + C_2$

4. При необходимости решаем задачу(и) Коши.

5. Записываем ответ.

---

### 1.2.1. Вид уравнения:

$$y'' = f(y')$$

(частный случай 1.2.)

1.Делаем замену:  $y' = p(x)$ ;  $y'' = p' = \frac{dp}{dx}$ ;  $y'' = f(y') \Rightarrow p' = f(p)$

2. Решаем уравнение  $p'_x = f(p)$ . Решение:  $p = \varphi(x; C_1)$

3. Находим общее решение:  $y = \int (\varphi_1(x; C_1)dx + C_2$

4. При необходимости решаем задачу(и) Коши.

5. Записываем ответ.

---

---

### 1.3. Вид уравнения:

$$y'' = f(y; y')$$

(не содержит явно независимую переменную  $x$ )

1. Делаем замену:  $y' = p(y(x))$ .
  2. Делаем замену:  $y'' = p \frac{dp}{dy}$ .
  3.  $y'' = f(y; y') \Rightarrow \frac{dp}{dy} = f(y; p)$ .
  4.  $y' = p = \varphi(y; C_1)$
  5. Интегрируем:  $\int \frac{dy}{\varphi(y; C_1)} = x + C_2$
  5. При необходимости решаем задачу(и) Коши.
  6. Записываем ответ.
- 

#### 1.3.1. Вид уравнения:

$$y'' = f(y)$$

(частный случай **1.3.**)

1. Делаем замену:  $y' = p(y(x))$ .
  2. Делаем замену:  $y'' = p \frac{dp}{dy}$ .
  3.  $y'' = f(y) \Rightarrow p \frac{dp}{dy} = f(y)$ .
  4.  $y' = p = \varphi(y; C_1)$
  5. Интегрируем:  $\int \frac{dy}{\varphi(y; C_1)} = x + C_2$
  6. При необходимости решаем задачу(и) Коши.
  7. Записываем ответ
-