4 Метод вариации произвольных постоянных

Вид уравнения: $y'' + py' + qy = f(x)$

где: $f(x) \neq e^{\alpha x}P_n(x) \neq A\cos\beta x + B\sin\beta x \neq e^{\alpha x}(M_{m_1}(x)\cos\beta x + N_{m_2}(x)B\sin\beta x)$

Алгоритм

1. Решаем ЛОДУ 2-го порядка (алг. **2**): $y'' + py' + qy = 0$; находим коэффициенты $k_1; k_2$;

2. Записываем вид общего решения однородного уравнения: $y_{oo} = C_1 \cdot y_1(x) + C_2 \cdot y_2(x)$

2.1. Записываем: $y_1(x);\ y_2(x)$.

3. Записываем вид общего решения неоднородного уравнения: $y_{\text{но}} = C_1(x) \cdot y_1(x) + C_2(x) \cdot y_2(x)$

4. Находим: $y_1'(x);\ y_2'(x)$.

5. Решаем систему уравнений:

$$\begin{cases} C_1'(x) \cdot y_1(x) + C_2'(x) \cdot y_2(x) = 0 \\ C_1'(x) \cdot y_1'(x) + C_2'(x) \cdot y_2'(x) = f(x) \end{cases}$$

находим $C_1'(x) = \varphi_1(x);\ C_2'(x) = \varphi_2(x)$

6. Находим $C_1(x) = \int \varphi_1(x)dx + \overline{C_1}$ и $C_2(x) = \int \varphi_2(x)dx + \overline{C_2}$

7. Находим общее решение неоднородного уравнения, записываем ответ:

$$y_{\text{но}} = C_1(x) \cdot y_1(x) + C_2(x) \cdot y_2(x)$$

Метод Крамера Алгоритм решения систем линейных уравнений.

1. Решаем систему: $\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = b_1 \\ a_{21}x + a_{22}y = b_2 \end{cases}$

2.Находим: $\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \neq 0$; $\Delta_x = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix}$; $\Delta_y = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix}$

3. Находим: $x = \frac{\Delta_x}{\Delta}$; $y = \frac{\Delta_y}{\Delta}$

4.1. Метод Крамера. Алгоритм для решения ЛНДУ 2го порядка.

1. Решаем систему: $\begin{cases} C_1'(x) \cdot y_1(x) + C_2'(x) \cdot y_2(x) = 0 \\ C_1'(x) \cdot y_1'(x) + C_2'(x) \cdot y_2'(x) = f(x) \end{cases}$

2.Находим: $\Delta = \begin{vmatrix} y_1(x) & y_2(x) \\ y_1'(x) & y_2'(x) \end{vmatrix} \neq 0$; $\Delta_{C_1'} = \begin{vmatrix} 0 & y_2(x) \\ f(x) & y_2'(x) \end{vmatrix}$; $\Delta_{C_2'} = \begin{vmatrix} y_1(x) & 0 \\ y_1'(x) & f(x) \end{vmatrix}$

3. Находим: $C_1' = \frac{\Delta_{C_1'}}{\Delta}$; $C_2' = \frac{\Delta_{C_2'}}{\Delta}$