Л3. Matlab 23.02.23

§ Решение систем конечных ур-ий

– нахождение таких зн-ий арг. ф. при которых все конечн. эл-ты – тождества.

m > n переопределенная система
m < n недоопределенная
m = n нормальная

СЛУ: линейные и нелинейные

СНУ: алгебраические и трансцендентные

СЛАУ

СУ: – совместные
 – несовместные

1. Реш. СЛАУ существует и оно единственное ($X_1 = 1$, $X_2 = 2$)
2. СЛАУ вообще не имеет решений (прямые параллельны)
3. СЛАУ имеет беск. множество решений (описыв. одну и ту же прямую)

Методы решения СЛАУ: прямые
 итерационные

- Правило Крамера – Капелли
- Метод Крамера

Норма матрицы и вектора – скалярн. числ. хар-ки, которые ставят в соответст. вектору и матрице.

Св-ва нормы вектора:

а) $\|u\| \geq 0$
б) $\|\lambda \cdot u\| = |\lambda| \cdot \|u\|$
в) $\|u + y\| \leq \|u\| + \|y\|$

Св-ва нормы матрицы:

а) $\|A\| > 0$
б) $\|\lambda \cdot A\| = |\lambda| \cdot \|A\|$
в) $\|A + B\| \leq \|A\| + \|B\|$
г) $\|A \cdot B\| \leq \|A\| \cdot \|B\|$

$$\|A \cdot u\| \leq \|A\| \cdot \|u\|$$

§ Обусловленность СЛАУ

Пр $A = \begin{bmatrix} 1,0 & 0,99 \\ 0,99 & 0,98 \end{bmatrix}$

$\det A = 10^{-4} \neq 0$; $A^{-1} = 10^{4} \cdot \begin{bmatrix} 0,98 & -0,99 \\ -0,99 & 1,0 \end{bmatrix}$

$\|A\|_1 = 1,99$

$\|A^{-1}\|_1 = 1,99 \cdot 10^4$ $\boxed{\mu(A) = 39601}$ плохо обусл.

Плохо обусл. матрица ⇒ матрица Гильберта $a_{ij} = 1/(i+j-1)$

§ Прямые методы решения

- конечн. число шагов
- $n < 10^4$ — порядок матр.

Метод исключ. Гаусса
Метод Гаусса с выбором гл. или ведущего элемента
Метод прогонки
LU разложение
Метод Холецкого (метод кв. корня)
Метод обр. матрицы

Решение слау в MATLab

\ — левое делен
^ −1 — возв. в ст. −1
inv(A) — обращение матрицы

X = A\b   X = A^-1 * b   X = inv(A)*b

prod(V)
prod(A,k) произв. столбцов или строк ~~элементов массива~~

sum(V) sum(A,k) аналогично с суммой

dot(V1,V2) скал. произв. векторов

min(V) max(V)
sort (V)
det(M)
rank(M)
norm (M, p)
cond (M, p)

diag(V,n) diag(V)
cat (n, A, B, ...)
inv(A)
linsolve (A,b)
rref(M)
chol(M)
lu(M)
qr(M)
realmin
realmax

Решение СЛАУ средствами символьной математики MATlab

Пр. R_3, R_4, R_5? ~~как ф-и R_2~~ как функции от R_1, R_2

```
syms R1 R2 R3 R4 R5
eqns = [R1+R3+R4 == 0, 2*R2 + 4*R3 + 2*R5 ==0,
R1+R3 + 2*R4 + R5 == 0]
vars = [R3, R4, R5]

[SR3, SR4, SR5] = solve(eqns, vars)
```

Рез-т: $SR_3 = -R_1/3 - R2/3$
$SR4 = R2/3 - (2R1)/3$
$SR5 = (2R1)/3 - R2/3$

Пр. LU-разложение [L1, U] = lu(A)
y = L1\b
x = U\y

[L2, U, P] = lu(A) (P-матрица перест.)
L2 = P*L1