

Отчёт №11

Виктория Вяльцева

Апрель 2023

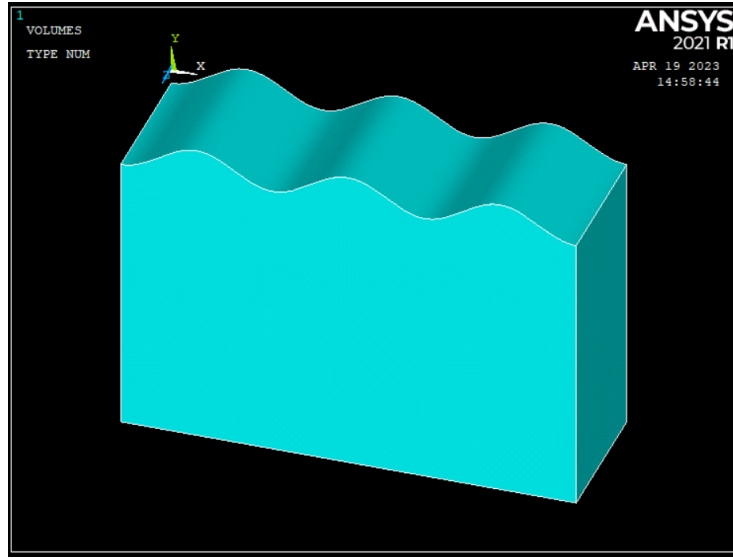


Рис. 1: Вид поверхности

Постановка задачи

Рассматривается двухслойная поверхность с длинами сторон параллельно оси Oy - $d = 5$ мм и с $h = 10$ мм параллельно Oz , параллельно оси Ox - $3 \cdot a$, где $a = 1$ мм. Нижний слой однородный и изотропный. Верхний слой - ортотропный (свойства зависят от угла ϕ), его поверхность имеет форму синусоиды (с периодом возмущения a) и толщину $t = 0.1$ мм. Грань в основании закреплена относительно Oy , передняя и задняя грани - относительно Oz , левая грань - относительно Ox . Необходимо определить напряженно-деформированное состояние и максимальное напряжение σ_{xx} в верхнем слое в зависимости от ϕ и жесткости нижнего слоя.

Решение задачи и конечно-элементная модель

Модуль Юнга нижнего слоя E , коэффициент Пуассона $\nu = 0.3$. Матрица, характеризующая свойства верхнего слоя, соответствует матрице для кварца (посмотреть, как находятся её элементы можно в листинге). К левой грани приложено давление $p = -1$ Па. Конечно-элементная сетка определяется двумя параметрами: длиной элемента n . Для оценки внутренней сходимости рассмотрим случай при $\phi = 30$, $n_1 = a/20$ мм, $n_2 = a/40$ мм и $E = 70 \cdot 10^9$ Па.

$$\left(1 - \frac{\sigma_{xx}^1}{\sigma_{xx}^2}\right) \cdot 100\% = \left(1 - \frac{0.247 \cdot 10^{-5}}{0.258 \cdot 10^{-5}}\right) \cdot 100\% \approx 4.3\% < 5\% \quad (1)$$

Будем считать, что внутренняя сходимость достигнута (такая же ситуация актуальна и для других рассмотренных ϕ и E), далее будем рассматривать решения для длины элемента $n = a/20$ мм. В таблице представлены максимальные значения напряжения (Па).

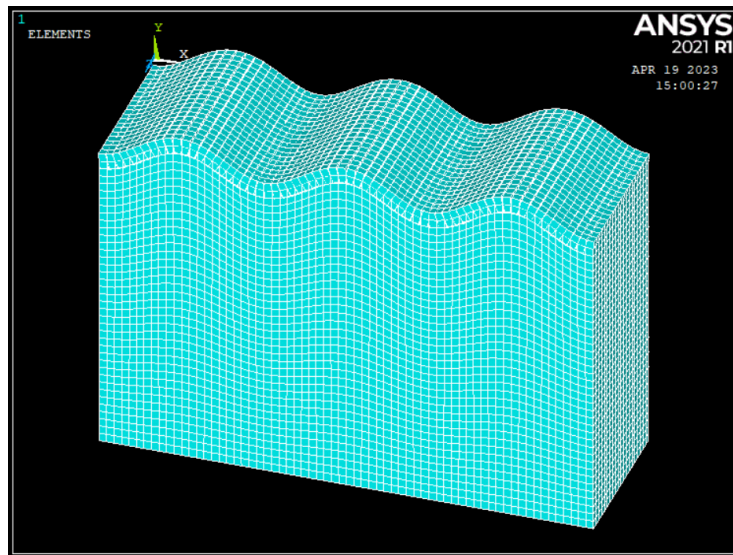


Рис. 2: Конечно-элементная сетка

E (Па)	ϕ	0°	30°	45°	60°	90°
$210 \cdot 10^9$		$0.333 \cdot 10^{-6}$	$0.825 \cdot 10^{-6}$	$0.737 \cdot 10^{-6}$	$0.399 \cdot 10^{-6}$	$0.766 \cdot 10^{-6}$
$70 \cdot 10^9$		$0.100 \cdot 10^{-5}$	$0.247 \cdot 10^{-5}$	$0.221 \cdot 10^{-5}$	$0.120 \cdot 10^{-5}$	$0.230 \cdot 10^{-5}$

Вывод

Таким образом, значение ϕ влияет на максимальное напряжение в слое. Максимум (в рассмотренных случаях) достигается при 30° , минимум - при 0° для всех рассмотренных жесткостей нижнего слоя.

Листинг

```

/clear
/prep7
t=0.1
phi=0
h=0
k=1
l=0
kappa=sqrt(h**2+1/3*(h+2*k)**2+0.285*1**2)
alpha30=h/kappa
beta30=(h+2*k)/sqrt(3)*kappa
gamma30=l*sqrt(0.825)/kappa
alpha20=0
beta20=gamma30/sqrt(1-alpha30**2)

```

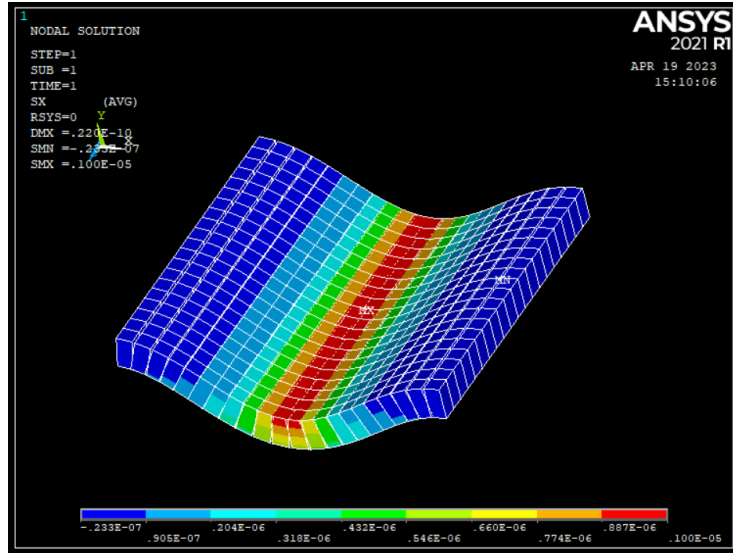


Рис. 3: σ_{xx} в верхнем слое при $E = 70 \cdot 10^9$ Па, $\phi = 0$ и $n = a/20$ м

```

gamma20=beta30/sqrt(1-alpha30**2)
alpha10=sqrt(1-alpha30**2)
beta10=-alpha30*beta30/sqrt(1-alpha30**2)
gamma10=-alpha30*gamma30/sqrt(1-alpha30**2)
*dim,alpha,,3
alpha(1)=alpha10*cos(phi)+alpha20*sin(phi),alpha20*cos(phi)-alpha10*sin(phi),alpha30
*dim,beta,,3
beta(1)=beta10*cos(phi)+beta20*sin(phi),beta20*cos(phi)-beta10*sin(phi),beta30
*dim,gamma,,3
gamma(1)=gamma10*cos(phi)+gamma20*sin(phi),gamma20*cos(phi)-gamma10*sin(phi),gamma30
*dim,g,,6,6
g(1,1)=alpha(1)**2,beta(1)**2,gamma(1)**2,beta(1)*gamma(1),...
...gamma(1)*alpha(1),alpha(1)*beta(1)
g(1,2)=alpha(2)**2,beta(2)**2,gamma(2)**2,beta(2)*gamma(2),...
...gamma(2)*alpha(2),alpha(2)*beta(2)
g(1,3)=alpha(3)**2,beta(3)**2,gamma(3)**2,beta(3)*gamma(3),...
...gamma(3)*alpha(3),alpha(3)*beta(3)
g(1,4)=2*alpha(2)*alpha(3),2*beta(2)*beta(3),2*gamma(2)*gamma(3),...
...beta(2)*gamma(3)+beta(3)*gamma(2),...
...gamma(2)*alpha(3)+gamma(3)*alpha(2),...
...alpha(2)*beta(3)+alpha(3)*beta(2)
g(1,5)=2*alpha(3)*alpha(1),2*beta(3)*beta(1),...
...2*gamma(3)*gamma(1),beta(1)*gamma(3)+beta(3)*gamma(1),...
...gamma(1)*alpha(3)+gamma(3)*alpha(1),...
...alpha(1)*beta(3)+alpha(3)*beta(1)

```

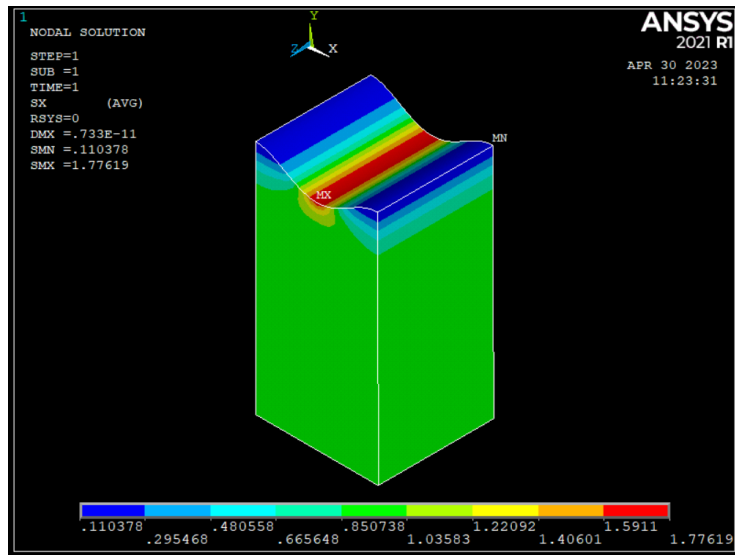


Рис. 4: σ_{xx} в нижнем слое при $E = 70 \cdot 10^9$ Па, $\phi = 0$ и $n = a/20$ м

```

g(1,6)=2*alpha(1)*alpha(2),2*beta(1)*beta(2),2*gamma(1)*gamma(2),...
beta(1)*gamma(2)+beta(2)*gamma(1),...
...gamma(1)*alpha(2)+gamma(2)*alpha(1),...
...alpha(1)*beta(2)+alpha(2)*beta(1)
s110=127.9e-7
s120=-15.35e-7
s130=-11e-7
s140=-44.6e-7
s330=95.6e-7
s440=197.8e-7
s660=286.5e-7
*dim,s0,,6,6
s0(1,1)=s110,s120,s130,s140,0,0
s0(1,2)=s120,s110,s130,-s140,0,0
s0(1,3)=s130,s130,s330,0,0,0
s0(1,4)=s140,-s140,0,s440,0,0
s0(1,5)=0,0,0,0,s440,2*s140
s0(1,6)=0,0,0,0,2*s140,2*(s110-s120)
*dim,s,,6,6
*do,i,1,6,1
*do,j,1,6,1
sss=0
*do,m,1,6,1
ss=0
*do,n,1,6,1

```

```

ss=ss+s0(m,n)*g(m,i)*g(n,j)
*enddo
sss=sss+ss
*enddo
s(i,j)=sss
*enddo
*enddo
tb,anel,_matl,1,,1
tbtem,0,1
tbdat,1,s(1,1),s(2,1),s(3,1)
tbdat,4,s(4,1),s(5,1),s(6,1)
tbdat,7,s(2,2),s(3,2),s(4,2)
tbdat,10,s(5,2),s(6,2),s(3,3)
tbdat,13,s(4,3),s(5,3),s(6,3)
tbdat,16,s(4,4),s(5,4),s(6,4)
tbdat,19,s(5,5),s(6,5),s(6,6)
X=30
Y=6
Z=60
M=100
W1=s(1,1)*(-X/2)**2+s(2,1)*(Z/2)**2+s(6,1)*(-X/2*Z/2)
W2=s(2,1)*(-X/2)**2+s(2,2)*(Z/2)**2+S(6,2)*(X/2*Z/2)
W=-M*6/Y**3*(W1+W2)
et,1,shell181
sect,1,shell,,shell
secdata,t,1,0,3
secoffset,mid
pi=4*atan(1)
a=1
eps=0.1
amp=eps*a
h=1
d=2
E=210e9
nu=0.3
p=-1
n=a/20
j=1
*do,i,0,3*a,0.05*a
  k,j,i,-a*eps*cos(2*pi/a*i),
  j=j+1
*enddo
bsplin,all
k,j,3*a,-d
k,j+1,,-d
k,j+2,,-d,h

```

```

l,j-1,j
l,j,j+1
l,j+1,1
l,j+1,j+2
al,1,2,3,4
vdrag,1,,,,,5
et,2,solid185
mp,ex,2,E
mp,prxy,2,nu
esize,n
type,2
mshape,2
mat,2
vmesh,all
type,1
mshape,1
mat,1
amesh,2
da,5,ux
da,4,uy
da,6,uz
da,1,uz
sfa,3,,press,p
/solu
solve
/post1
set,last
esel,s,ename,,shell181
esel,r,CENT,x,a*0.5,a*1.5
plnsol,s,x

!nsel,r,loc,y,-2*Amp,2*Amp,
!nsel,a,loc,y,h-2*Amp,h+Amp,
nsel,s,,all
nsel,r,loc,x,a*0.5,a*1.5
!esln,s,,all

plnsol,s,x
nsel,s,loc,y,-2*Amp,2*Amp,
!nsel,a,loc,y,h-2*Amp,h+Amp,
nsel,r,loc,x,a*0.5,a*1.5
esln,s,,all
plnsol,s,x

```