**Лабораторная работа 5. ТРАНСПОРТНАЯ ЗАДАЧА**

Приобретение навыков решения открытой транспортной задачи

Необходимо составить таблицу (исходя из своего варианта) для решения транспортной задачи. Таблица представлена на таблице 1.

Таблица 1 – Исходная таблица для решения транспортной задачи

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **14** | **4** | **8** | **5** | **13** | **3** | **170** |
| 2 | **12** | **2** | **10** | **7** | **9** | **15** | **115** |
| 3 | **3** | **7** | **13** | **10** | **4** | **13** | **152** |
| 4 | **6** | **12** | **12** | **5** | **15** | **4** | **161** |
| 5 | **5** | **13** | **11** | **2** | **12** | **6** | **102** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **145** | **109** | **133** | **195** | **97** | **165** |  |

**Ход решения:**

* Проверить, открытая задача или закрытая;
* Составить опорный план;
* Применить метод потенциалов;

1. **Открытая или закрытая задача**

Для разрешимости транспортной задачи необходимо, чтобы суммарные запасы продукции у поставщиков равнялись суммарной потребности потребителей. Проверим это условие.

∑запасы = 170 + 115 + 152 + 161 + 102 = 700

∑потребности = 145 + 109 + 133 + 195 + 97 + 165 = 844

Так как запасы поставщиков меньше потребности потребителей, введем фиктивного поставщика 6, с запасом продукции равным 844-700=144. Стоимость доставки единицы продукции от фиктивного поставщика ко всем потребителям примем равной нулю.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **14** | **4** | **8** | **5** | **13** | **3** | **170** |
| 2 | **12** | **2** | **10** | **7** | **9** | **15** | **115** |
| 3 | **3** | **7** | **13** | **10** | **4** | **13** | **152** |
| 4 | **6** | **12** | **12** | **5** | **15** | **4** | **161** |
| 5 | **5** | **13** | **11** | **2** | **12** | **6** | **102** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **144** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **145** | **109** | **133** | **195** | **97** | **165** |  |

1. **Построение опорного плана**

Для построение опорного плана воспользуемся методом наименьшей

стоимости. Суть метода заключается в том, что из всей таблицы стоимостей выбирают клетку с наименьшей стоимостью, для этой ячейки присваиваем меньшее из чисел ai, или bj. Затем, из рассмотрения исключают либо строку, соответствующую поставщику, запасы которого полностью израсходованы, либо столбец, соответствующий потребителю, потребности которого полностью удовлетворены, либо строку и столбец, если израсходованы запасы поставщика и удовлетворены потребности потребителя. Повторяем, пока все запасы не будут распределены, а потребности удовлетворены.

1. Минимальный элемент с22 = 2

x22 = min(109, 115) = 109

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **14** | **4** | **8** | **5** | **13** | **3** | **170** |
| 2 | **12** | **2|109** | **10** | **7** | **9** | **15** | **6** |
| 3 | **3** | **7** | **13** | **10** | **4** | **13** | **152** |
| 4 | **6** | **12** | **12** | **5** | **15** | **4** | **161** |
| 5 | **5** | **13** | **11** | **2** | **12** | **6** | **102** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **144** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **145** | **0** | **133** | **195** | **97** | **165** |  |

1. Минимальный элемент с54 = 2

X54 = min(195, 102) = 102

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **14** | **4** | **8** | **5** | **13** | **3** | **170** |
| 2 | **12** | **2|109** | **10** | **7** | **9** | **15** | **6** |
| 3 | **3** | **7** | **13** | **10** | **4** | **13** | **152** |
| 4 | **6** | **12** | **12** | **5** | **15** | **4** | **161** |
| 5 | **5** | **13** | **11** | **2|102** | **12** | **6** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **144** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **145** | **0** | **133** | **93** | **97** | **165** |  |

1. Минимальный элемент с31 = 3

X31 = min(145, 152) = 145

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **14** | **4** | **8** | **5** | **13** | **3** | **170** |
| 2 | **12** | **2|106** | **10** | **7** | **9** | **15** | **6** |
| 3 | **3|145** | **7** | **13** | **10** | **4** | **13** | **7** |
| 4 | **6** | **12** | **12** | **5** | **15** | **4** | **161** |
| 5 | **5** | **13** | **11** | **2|102** | **12** | **6** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **144** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **133** | **93** | **97** | **165** |  |

1. Минимальный элемент с16 = 3

X16 = min(165, 170) = 165

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **14** | **4** | **8** | **5** | **13** | **3|165** | **5** |
| 2 | **12** | **2|109** | **10** | **7** | **9** | **15** | **6** |
| 3 | **3|145** | **7** | **13** | **10** | **4** | **13** | **7** |
| 4 | **6** | **12** | **12** | **5** | **15** | **4** | **161** |
| 5 | **5** | **13** | **11** | **2|102** | **12** | **6** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **144** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **133** | **93** | **97** | **0** |  |

1. Минимальный элемент с35 = 4

X35 = min(97, 7) = 7

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **14** | **4** | **8** | **5** | **13** | **3|165** | **5** |
| 2 | **12** | **2|109** | **10** | **7** | **9** | **15** | **6** |
| 3 | **3|145** | **7** | **13** | **10** | **4|7** | **13** | **0** |
| 4 | **6** | **12** | **12** | **5** | **15** | **4** | **161** |
| 5 | **5** | **13** | **11** | **2|102** | **12** | **6** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **144** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **133** | **93** | **90** | **0** |  |

1. Минимальный элемент с14 = 5

X14 = min(91, 5) = 5

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **14** | **4** | **8** | **5|5** | **13** | **3|165** | **0** |
| 2 | **12** | **2|109** | **10** | **7** | **9** | **15** | **6** |
| 3 | **3|145** | **7** | **13** | **10** | **4|7** | **13** | **0** |
| 4 | **6** | **12** | **12** | **5** | **15** | **4** | **161** |
| 5 | **5** | **13** | **11** | **2|102** | **12** | **6** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **144** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **133** | **88** | **90** | **0** |  |

1. Минимальный элемент с44 = 5

X44 = min(88, 161) = 88

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **14** | **4** | **8** | **5** | **13** | **3|145** | **0** |
| 2 | **12** | **2|109** | **10** | **7** | **9** | **15** | **6** |
| 3 | **3|145** | **7** | **13** | **10** | **4|7** | **13** | **0** |
| 4 | **6** | **12** | **12** | **5|88** | **15** | **4** | **73** |
| 5 | **5** | **13** | **11** | **2|102** | **12** | **6** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **144** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **133** | **0** | **90** | **0** |  |

1. Минимальный элемент с25 = 9

X25 = min(97, 6) = 6

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **14** | **4** | **8** | **5** | **13** | **3|145** | **0** |
| 2 | **12** | **2|109** | **10** | **7** | **9|6** | **15** | **0** |
| 3 | **3|145** | **7** | **13** | **10** | **4|7** | **13** | **0** |
| 4 | **6** | **12** | **12** | **5|88** | **15** | **4** | **73** |
| 5 | **5** | **13** | **11** | **2|102** | **12** | **6** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **144** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **133** | **0** | **84** | **0** |  |

1. Минимальный элемент с43 = 12

X43 = min(133, 73) = 73

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **14** | **4** | **8** | **5** | **13** | **3|145** | **0** |
| 2 | **12** | **2|109** | **10** | **7** | **9|4** | **15** | **0** |
| 3 | **3|145** | **7** | **13** | **10** | **4|7** | **13** | **0** |
| 4 | **6** | **12** | **12|73** | **5|88** | **15** | **4** | **0** |
| 5 | **5** | **13** | **11** | **2|102** | **12** | **6** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **144** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **60** | **0** | **84** | **0** |  |

10) Минимальный элемент с63 = 0

X63 = min(60, 144) = 60

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **14** | **4** | **8** | **5** | **13** | **3|145** | **0** |
| 2 | **12** | **2|109** | **10** | **7** | **9|4** | **15** | **0** |
| 3 | **3|145** | **7** | **13** | **10** | **4|7** | **13** | **0** |
| 4 | **6** | **12** | **12|73** | **5|88** | **15** | **4** | **0** |
| 5 | **5** | **13** | **11** | **2|102** | **12** | **6** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0|60** | **0** | **0** | **0** | **84** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **0** | **0** | **84** | **0** |  |

1. Минимальный элемент с65 = 0

X65 = min(84, 84) = 84

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **14** | **4** | **8** | **5|5** | **13** | **3|145** | **0** |
| 2 | **12** | **2|109** | **10** | **7** | **9|4** | **15** | **0** |
| 3 | **3|145** | **7** | **13** | **10** | **4|7** | **13** | **0** |
| 4 | **6** | **12** | **12|73** | **5|88** | **15** | **4** | **0** |
| 5 | **5** | **13** | **11** | **2|102** | **12** | **6** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0|60** | **0** | **0|84** | **0** | **0** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** |  |

В результате получен первый опорный план, который является допустимым, так как все грузы из баз вывезены, потребность потребителей удовлетворена, а план соответствует системе ограничений транспортной задачи.

Подсчитаем число базисных переменных. Их должно быть m + n - 1 = 11

Значение целевой функции для этого опорного плана равно:

F(x) = 2\*109 + 3\*145 + 3\*145 + 4\*7 + 12\*73 + 5\*88 + 2\*102 + 9\*4 + 0\*60 + 5\*5 + 0\*84 = 2697

1. **Метод потенциалов**

Каждому поставщику ai ставим в соответствие некоторое число - ui, называемое потенциалом поставщика. Каждому потребителю bj ставим в соответствие некоторое число - vj, называемое потенциалом потребителя. Для базисной ячейки (задействованного маршрута), сумма потенциалов поставщика и потребителя должна быть равна тарифу данного маршрута.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1  v1 = 13 | 2  v2 = 5 | 3  v3 = 12 | 4  v4 = 5 | 5  v5 = 12 | 6  v6 = 3 | ЗАПАСЫ |
| 1 u1  = 0 | **14** | **4** | **8** | **5|5** | **13** | **3|145** | **0** |
| 2 u2  = -3 | **12** | **2|109** | **10** | **7** | **9|4** | **15** | **0** |
| 3 u3  = -8 | **3|145** | **7** | **13** | **10** | **4|7** | **13** | **0** |
| 4 u4  = 0 | **6** | **12** | **12|73** | **5|88** | **15** | **4** | **0** |
| 5 u5  = -3 | **5** | **13** | **11** | **2|102** | **12** | **6** | **0** |
| 6 u6  = -12 | **0** | **0** | **0|60** | **0** | **0|84** | **0** | **0** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** |  |

ui + vj = cij

Найдем предварительные потенциалы ui, vj. по занятым клеткам таблицы, полагая, что u1 = 0.

u1 + v4  = 5; v4 = 5

u1 + v6  = 3; v6 = 3

u4 + v4  = 5; u4 = 0

u4 + v3  = 12; v3 = 12

u5 + v4  = 2; u5 = -3

u6 + v3  = 0; u6 = -12

u6 + v5  = 0; v5 = 12

u2 + v5  = 9; u2 = -3

u3 + v5  = 4; u3 = -8

u2 + v2  = 2; v2 = 5

u3 + v1  = 3; v1 = 11

Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых ui + vj > cij:

(1, 2) – 0 + 5 > 4; 0 + 5– 4 = 1 > 0

(1, 3) – 0 + 12 > 8; 0 + 12 – 8 = 4 > 0

(4, 1) – 0 + 13 > 8; 0 + 13 – 8 = 5 > 0

(5, 1) – -3 + 13 > 7; -3 + 13 – 7 = 3 > 0

Max(1, 4, 5, 3) = 5 ; (4, 1) = 6

И так как план не является оптимальным, требует перераспределить перевозки путём построения цикла. Для этого в перспективную клетку (4;1) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-».

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1  v1 = 13 | 2  v2 = 5 | 3  v3 = 12 | 4  v4 = 5 | 5  v5 = 12 | 6  v6 = 3 |
| 1 u1  = 0 | **14** | **4** | **8** | **5|5** | **13** | **3|145** |
| 2 u2  = -3 | **12** | **2|109** | **10** | **7** | **9|4** | **15** |
| 3 u3  = -8 | **3|145-** | **7** | **13** | **10** | **4|7+** | **13** |
| 4 u4  = 0 | **6(+)** | **12** | **12|73-** | **5|88** | **15** | **4** |
| 5 u5  = -3 | **5** | **13** | **11** | **2|102** | **12** | **6** |
| 6 u6  = -12 | **0** | **0** | **0|60+** | **0** | **0|84-** | **0** |

Цикл: (4, 1) -> (4,3) -> (6, 3) -> (6, 5) -> (3,5) -> (3,1)

Из отрицательных вершин выбираем наименьшее: min(12, 0, 3) = 12

Сл-но, прибавляем 73 к объёмам грузов, стоящих в плюсовых вершинах и вычитаем из минусовых клеток.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1  v1 = 13 | 2  v2 = 5 | 3  v3 = 12 | 4  v4 = 5 | 5  v5 = 12 | 6  v6 = 3 | ЗАПАСЫ |
| 1 u1  = 0 | **14** | **4** | **8** | **5|5** | **13** | **3|145** | **170** |
| 2 u2  = -3 | **12** | **2|109** | **10** | **7** | **9|4** | **15** | **115** |
| 3 u3  = -8 | **3|72-** | **7** | **13** | **10** | **4|80** | **13** | **152** |
| 4 u4  = 0 | **6|73** | **12** | **12|73-** | **5|88** | **15** | **4** | **161** |
| 5 u5  = -3 | **5** | **13** | **11** | **2|102** | **12** | **6** | **102** |
| 6 u6  = -12 | **0** | **0** | **0|133** | **0** | **0|13** | **0** | **170** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **145** | **109** | **133** | **195** | **97** | **165** |  |

Проверим оптимальность нового опорного плана.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1  v1 = 6 | 2  v2 =4 | 3  v3 =8 | 4  v4 = 5 | 5  v5 =8 | 6  v6 =3 | ЗАПАСЫ |
| 1 u1 = 0 | **14** | **4** | **8** | **5|5** | **13** | **3|145** | **170** |
| 2 u2 = -2 | **12** | **2|109** | **10** | **7** | **9|4** | **15** | **115** |
| 3 u3 = -3 | **3|72-** | **7** | **13** | **10** | **4|80** | **13** | **152** |
| 4 u4 = 0 | **6|73** | **12** | **12** | **5|88** | **15** | **4** | **161** |
| 5 u5 = -3 | **5** | **13** | **11** | **2|102** | **12** | **6** | **102** |
| 6 u6 = -8 | **0** | **0** | **0|133** | **0** | **0|13** | **0** | **170** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **145** | **109** | **133** | **195** | **97** | **165** |  |

Значение целевой функции для этого опорного плана равно:

F(x) = 5\*5 + 3\*145 + 2\*109+ 9\*4 + 3\*72 + 4\*80 + 6\*73 + 5\*88 + 2\*102 + 0 + 0 = 2332

Опорный план является оптимальным, так все оценки свободных клеток удовлетворяют условию ui+ vj ≤ cij

**Вывод:** в результате выполнения лабораторной работы были приобретены навыки решения транспортной задачи методом потенциалов. Были изучены его основные этапы и принципы работы.