



UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
INSTITUTO DE CIÊNCIAS MATEMÁTICAS E DE COMPUTAÇÃO  
BACHARELADO EM MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTAÇÃO  
CIENTÍFICA

VILENO CUNHA CAVALCANTE

INFLUÊNCIA DO USO DE BUSCA LINEAR EXATA NA  
CONVERGÊNCIA DE MÉTODOS ACELERADOS DE GRADIENTE  
PROXIMAL

SÃO CARLOS - SP  
2025

**VILENO CUNHA CAVALCANTE**

**INFLUÊNCIA DO USO DE BUSCA LINEAR EXATA NA  
CONVERGÊNCIA DE MÉTODOS ACELERADOS DE GRADIENTE  
PROXIMAL**

Relatório parcial do Programa Unificado de Bolsas (PUB) apresentado a Pró-Reitoria de Pesquisa e Inovação (PRPI), como parte das exigências para a conclusão da Iniciação Científica em Influência do Uso de Busca Linear Exata na Convergência de Métodos Acelerados de Gradiente Proximal, sob orientação da Prof. Dr. Elias Salomão Helou Neto.

**SÃO CARLOS - SP**  
**2025**

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
1.1	Contexto da reconstrução tomográfica . . . . .	1
1.2	Motivação e objetivos do projeto . . . . .	1
<b>2</b>	<b>Modelagem do Problema</b>	<b>1</b>
2.1	Termo de regularização e problema de otimização . . . . .	1
2.2	Transformada de Radon e formulação do problema inverso . . . . .	1
<b>3</b>	<b>Método de Otimização</b>	<b>1</b>
3.1	Algoritmo FISTA . . . . .	1
3.2	Estratégias usuais de escolha do tamanho de passo . . . . .	1
3.3	Estratégia proposta: busca linear exata . . . . .	1
<b>4</b>	<b>Implementação e Experimentos Numéricos</b>	<b>1</b>
4.1	Descrição dos dados e configuração experimental . . . . .	1
4.2	Métricas de avaliação . . . . .	2
4.3	Resultados obtidos . . . . .	2
4.3.1	Análise do ganho de velocidade de convergência . . . . .	2
4.3.2	Análise custo/benefício em tempo de computação . . . . .	4
4.3.3	Aplicações . . . . .	4
<b>5</b>	<b>Discussão e Conclusões</b>	<b>5</b>

## **Lista de Figuras**

1	Evolução de $f(x)$ alongo das iterações para cada método . . . . .	2
2	Erros de relativos . . . . .	3
3	Caption . . . . .	4

# 1 Introdução

## 1.1 Contexto da reconstrução tomográfica

## 1.2 Motivação e objetivos do projeto

# 2 Modelagem do Problema

## 2.1 Termo de regularização e problema de otimização

## 2.2 Transformada de Radon e formulação do problema inverso

# 3 Método de Otimização

## 3.1 Algoritmo FISTA

## 3.2 Estratégias usuais de escolha do tamanho de passo

## 3.3 Estratégia proposta: busca linear exata

# 4 Implementação e Experimentos Numéricos

## 4.1 Descrição dos dados e configuração experimental

Os experimentos computacionais foram realizados em um computador Intel® Core™ i7-11800H - 8GB de RAM com frequência 2.30GHz com sistema operacional Windows 11 Pro versão 25H2. O modelo foi implementado em linguagem de programação Python versão 3.12.4 no ambiente de desenvolvimento Visual Studio Code versão 1.97.2. Foram utilizadas as bibliotecas NumPy, para operações matriciais e cálculos numéricos. Para a modalidade de reconstrução de imagem desfocadas, as operações de convolução  $A$  e sua adjunta  $A^T$  (correlação) foram ambas implementadas utilizando a biblioteca `scipy.signal`.

Neste experimento, usamos uma imagem bidimensional de dimensão  $512 \times 512$  pixels monocromática de um câmera, normalizada no intervalo padrão da biblioteca. Esta imagem está disponível na biblioteca `skimage-image`. E por fim; foi utilizado a `matplotlib`, para visualização das imagens e análise gráfica do comportamento dos métodos iterativos.

Como uma boa prática, antes da execução dos métodos iterativos, foi realizada uma verificação numérica da propriedade de adjointidade entre os operadores  $A$  e  $A^T$ , verificando se a relação

$$\langle Ax, y \rangle = \langle x, A^T y \rangle$$

é satisfeita para vetores aleatórios  $x$  e  $y$ . Os resultados numéricos confirmaram a consistência da implementação dos operadores.

## 4.2 Métricas de avaliação

A qualidade da reconstrução e o desempenho dos métodos iterativos foram avaliados a partir de diferentes métricas numéricas e visuais.

- O valor da função objetivo  $f$  foi monitorado ao longo das iterações para cada método.
- Além disso, foi considerado os erros relativos da imagem reconstruída e da função objetivo

$$r_x^k = \frac{|x^k - x^*|}{|x^*|} \quad \text{e} \quad r_f^k = \frac{|f(x^k) - f^*|}{|f^*|}$$

respectivamente, onde  $x^*$  denota a imagem original e  $f^*$  o melhor valor de  $f$  obtido pelo método dos gradientes conjugados.

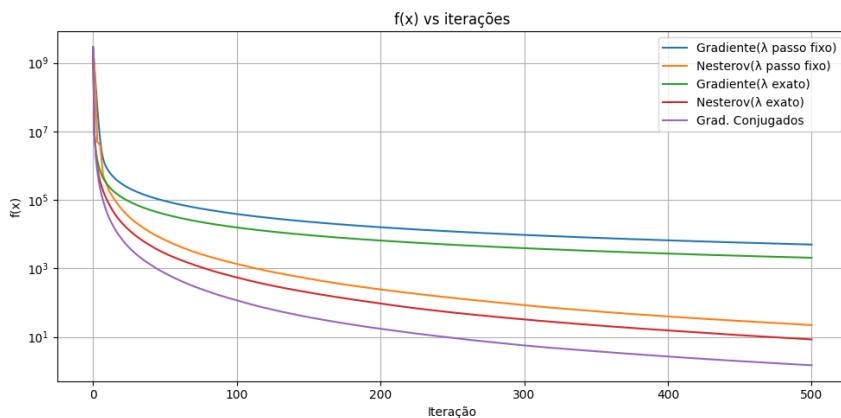
## 4.3 Resultados obtidos

Analisaremos agora os resultados obtidos nos experimentos.

### 4.3.1 Análise do ganho de velocidade de convergência

A Figura 1 mostra o gráfico comportamento de  $f$  alongo de 500 iterações.

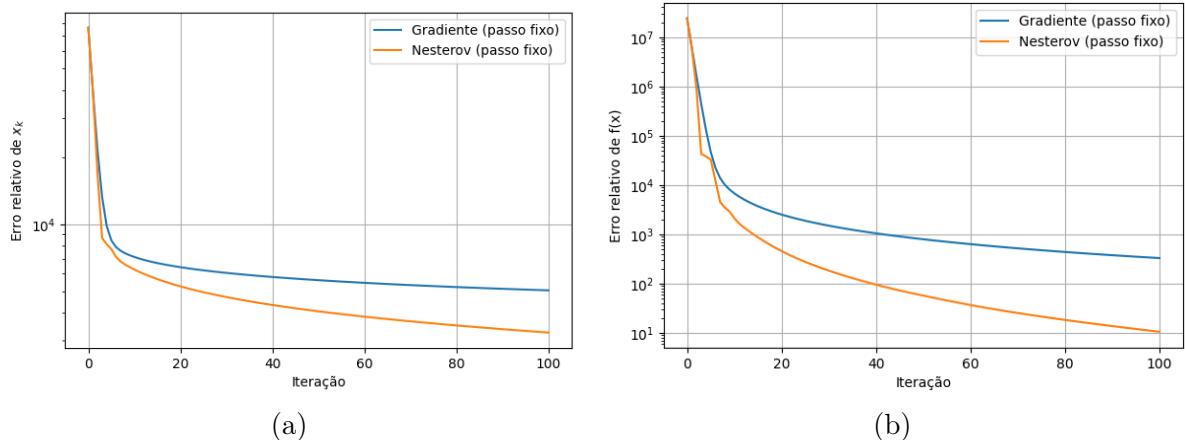
Figura 1: Evolução de  $f(x)$  alongo das iterações para cada método



\*Aqui um avaliação/analise do gráfico 1\*

Os gráficos 2a e 2b apresenta os erros relativos da imagem reconstruída e da função objetivo respectivamente.

Figura 2: Erros de relativos



\*Aqui um avaliação/analise dos gráficos 2a e 2b\*

Definindo um critério fixo de convergência  $\|x^k - x^*\| \leq 10^{-1}$ , a Tabela 1 mostrar o numero de iterações que cada método precisou até convergir.

Tabela 1: Número de iterações até convergir com diferentes escolhas do passo

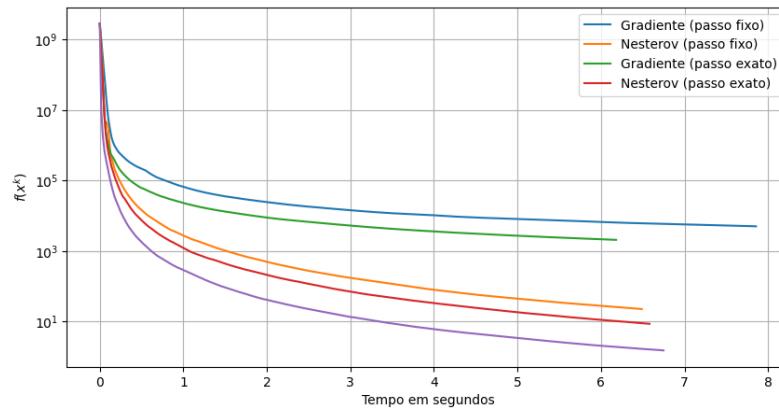
	Gradiente Descendente	Nesterov	Gradiente Conjugados
Escolha de passo	Iterações até convergir	Iterações até convergir	Iterações até convergir
Passo fixo	597	61	-
Passo exato	295	42	24

\*Aqui um avaliação/analise da Tabela 1\*

### 4.3.2 Análise custo/benefício em tempo de computação

Aqui mostraremos os resultados em relação ao tempo de computação dos método a partir da escolha passo. O gráfico 3 apresenta a evolução de  $f(x^k)$  de acordo com o tempo de execução em segundos.

Figura 3: Caption



\*Aqui um avaliação/analise do gráfico 3\*

A Tabela 2 mostra o Custo computacional dos métodos.

Tabela 2: Custo computacional dos métodos com diferentes escolhas do passo

Método	Gradiente Descendente			Nesterov		
	Tempo por iteração (s)	Iterações	Tempo total (s)	Tempo por iteração (s)	Iterações	Tempo total (s)
Passo fixo	1.2	1240	1.49	1.2	1240	1.49
Passo exato	6.8	430	2.92	6.8	430	2.92

Do lado esquerdo são apresentados os custos do método dos Gradientes Descendentes e do lado esquerdo do Nesterov. Podemos observar que foram destacados os o tempo por iteração, a quantidade de iterações e o tempo total gasto pelo método para cada escolha passo.

### 4.3.3 Aplicações

Agora avaliaremos a qualidade das imagens reconstruídas. As Figuras ??-?? mostra a imagem reconstruída para cada método com diferentes escolhas de passos.

## 5 Discussão e Conclusões

### Referências