Mínimos Quadrados Móveis aplicado sob Normalized absorption coefficient in function of Photon energy.

Murilo Henrique Gomes - nºusp: 10289015
Vileno Cunha Cavalcante - nºusp: 12559249
SME0206 - Fundamentos de Análise Numérica
Universidade de São Paulo

28 de Outubro, ano 2022

Resolução:

Os métodos citados no enunciados foram implementados na linguagem *Octave*, o script segue em anexo com esse documento. No script, estão 4 funções:

w = *GaussianWeight(x, center,sigma)*

onde x: é o valor no domínio da função e *center*: é o ponto central da distribuição gaussiana e *sigma*: seu desvio-padrão. Já w: é o peso calculado.

diagW = *GaussianMatrix(x input, x mesh, sigma)*

onde *x input*: vetor de valores no domínio da função que aproximaremos, *x mesh*: dado um intervalo no domínio, essa variável corresponde a sua mediana e *sigma*: desvio-padrão da que a distribuição gaussiana deverá obedecer. Já *diagW*: é a matriz diagonal cujos elementos $w_{ij} : i = j$ são os pesos calculados pela função *GaussianWeight* para um valor *x mesh* e o i-ésimo (e também j-ésimo) valor no vetor *x input*.

coef = MovingLeastSquares(X,Y,sigma,n intervals,method,fig x,fig y,z)

onde X: vetor de valores do domínio da função que aproximaremos, Y: vetor de valores na imagem da função que aproximaremos, *sigma*: desvio-padrão da que a distribuição gaussiana deverá obedecer, *n intervals*: número de partições de mesmo tamanho que serão feitas no domínio X, *method*: grau da aproximação polinomial realizada podendo ser 'linear', 'quadratic' e 'cubic', e por fim $fig\ x, fig\ y, z$: índices de identificação das imagens geradas. Já $coef$: é o vetor de coeficientes calculados pela aproximação em cada um dos intervalos gerados.

Experimento(X, Y,sigmas,intervalos)

onde X: vetor de valores do domínio da função que aproximaremos, Y: vetor de valores na imagem da função que aproximaremos, *sigmas*: é o vetor cujos elementos serão valores da variável *sigma*, *intervalos*: é o vetor cujos elementos serão valores da variável *n intervals*. O objetivo dessa função é iterar sob os vetores *sigmas* e *intervalos* e combinar um a um seus elementos para que então possamos verificar quais combinações aproximam melhor os conjuntos de dados.

Os dados foram obtidos utilizando a ferramenta estão representados a baixo:
[h!]

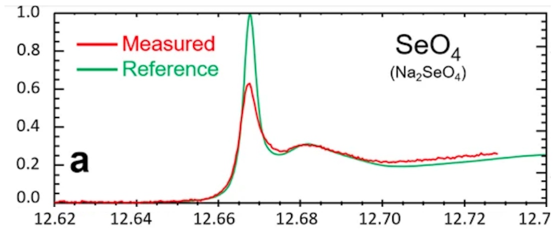

Figure 1: conjunto de dados 1

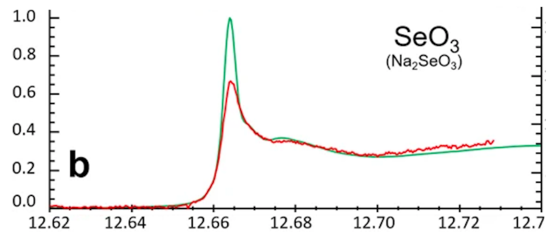

Figure 2: conjunto de dados 2

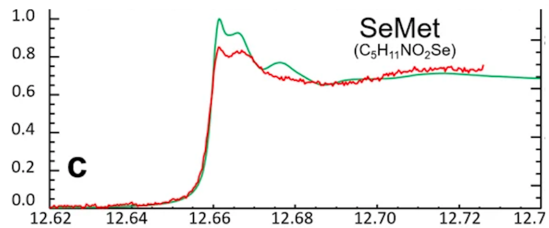

Figure 3: conjunto de dados 3

Conjunto de dados 1: Com efeito de que a escolha para o experimento do gráfico a foi $sigmas = [10, 1, 0.1, 0.01]$ e $intervalos = [10, 8, 6, 4, 2]$, temos os seguintes resultados para os diferentes métodos na aproximação dos mínimos quadrados móveis.

Método Linear com desvio-padrão igual a 10

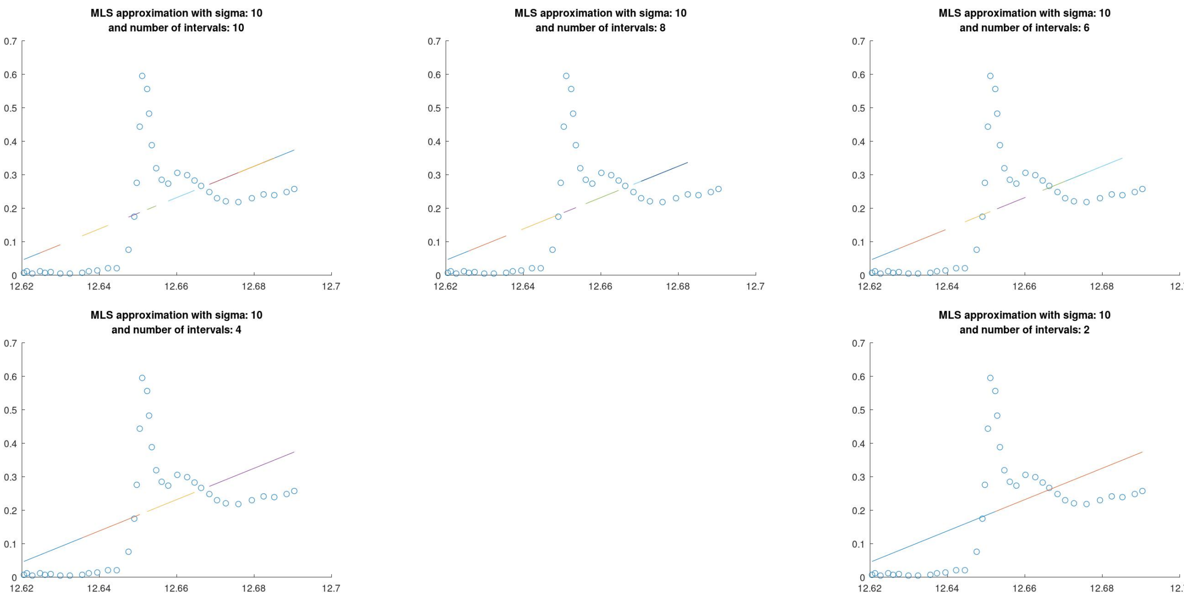

Figure 4: Método Linear com desvio-padrão igual a 10 para cada número de intervalos.

Método Linear com desvio-padrão igual a 1

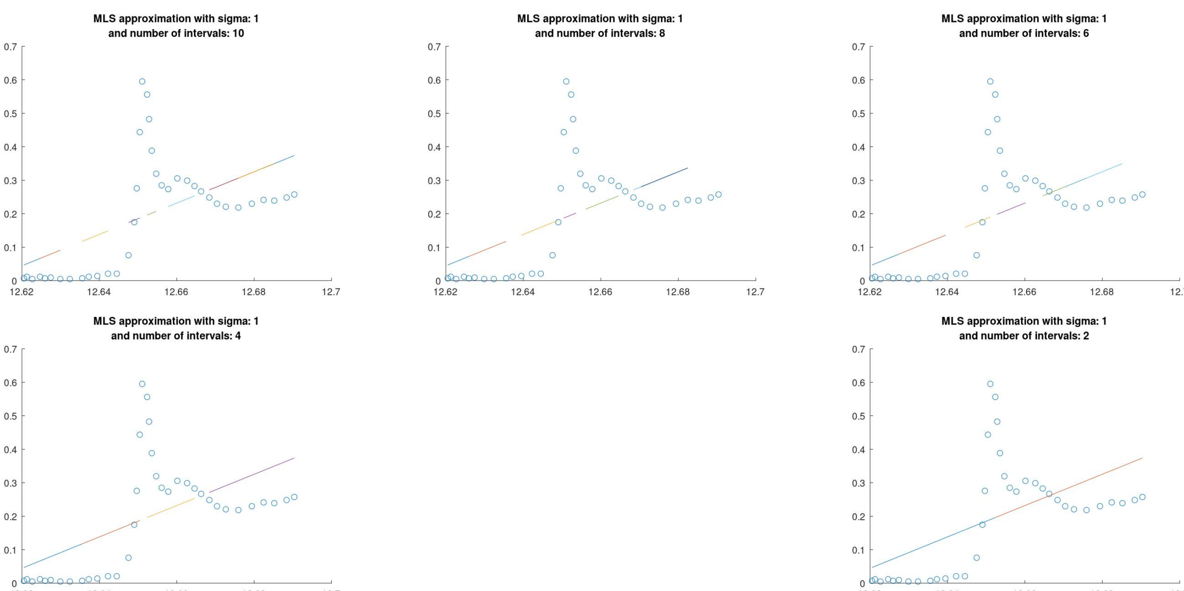

Figure 5: Método Linear com desvio-padrão igual a 1 para cada número de intervalos.

Método Linear com desvio-padrão igual a 0.1

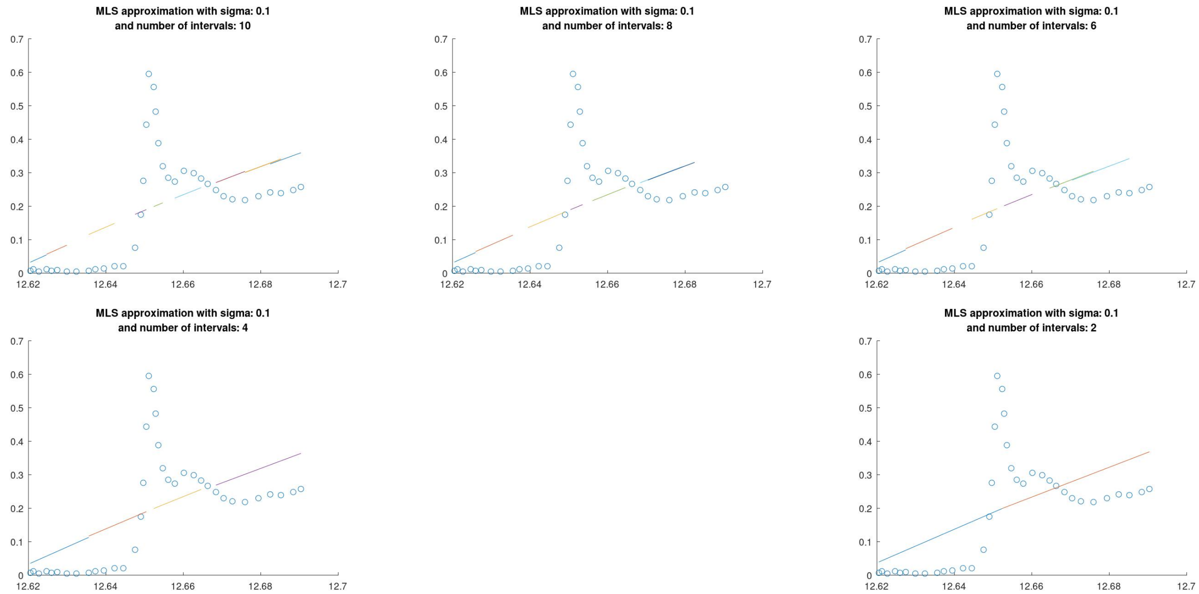

Figure 6: Método Linear com desvio-padrão igual a 0.1 para cada número de intervalos.

Método Linear com desvio-padrão igual a 0.01

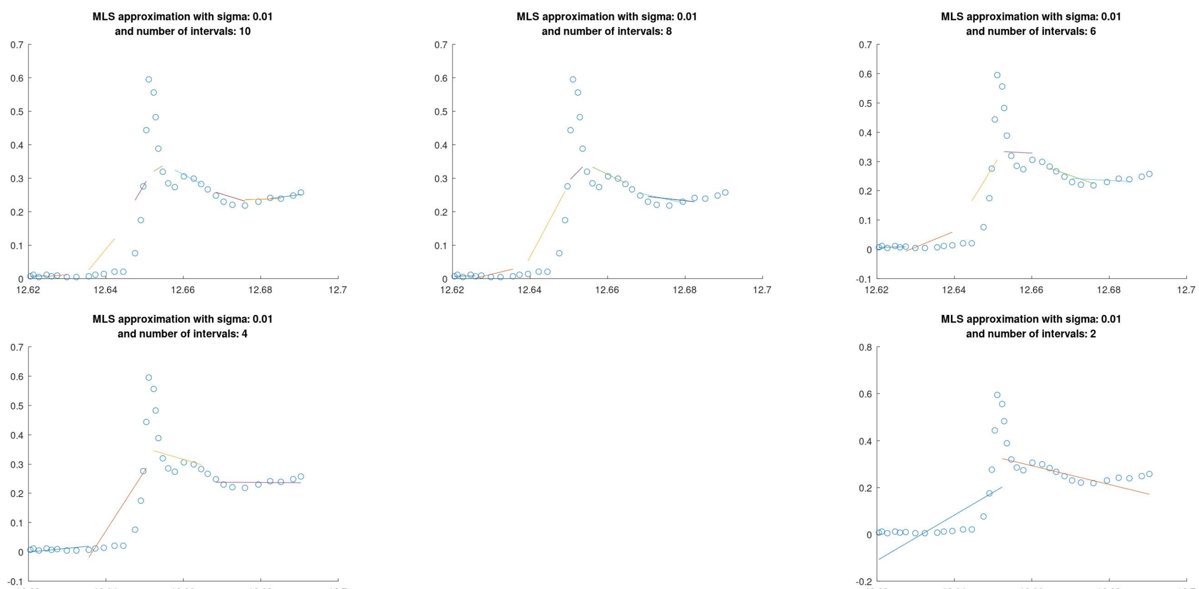

Figure 7: Método Linear com desvio-padrão igual a 0.01 para cada número de intervalos.

Método Quadrático com desvio-padrão igual a 10

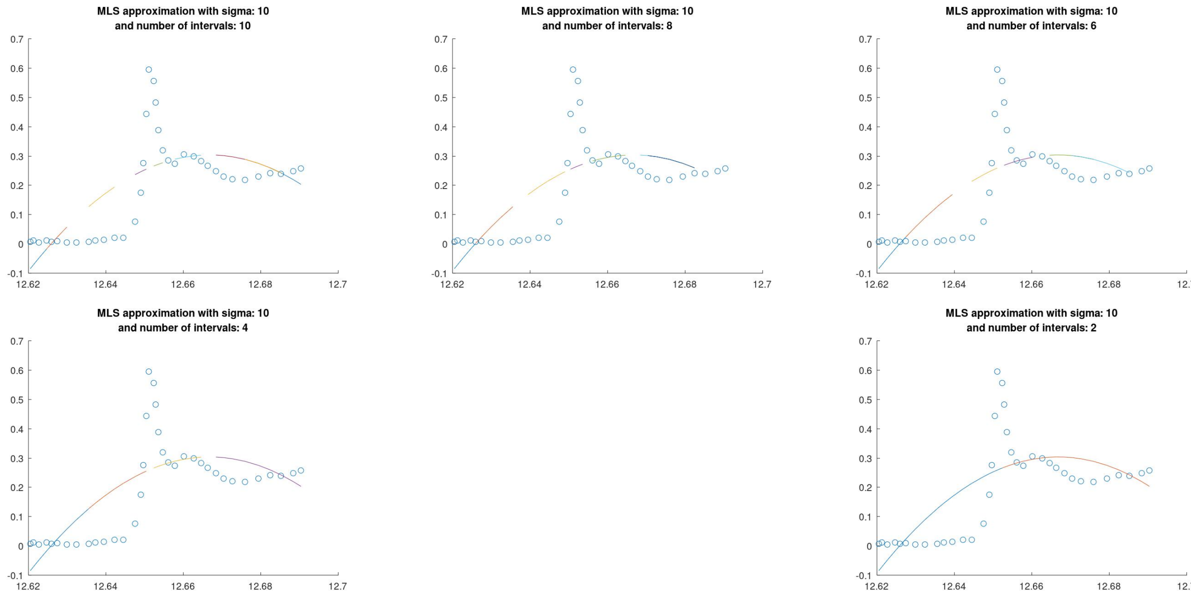

Figure 8: Método Quadrático com devio-padrão igual a 10 para cada número de intervalos.

Método Quadrático com desvio-padrão igual a 1

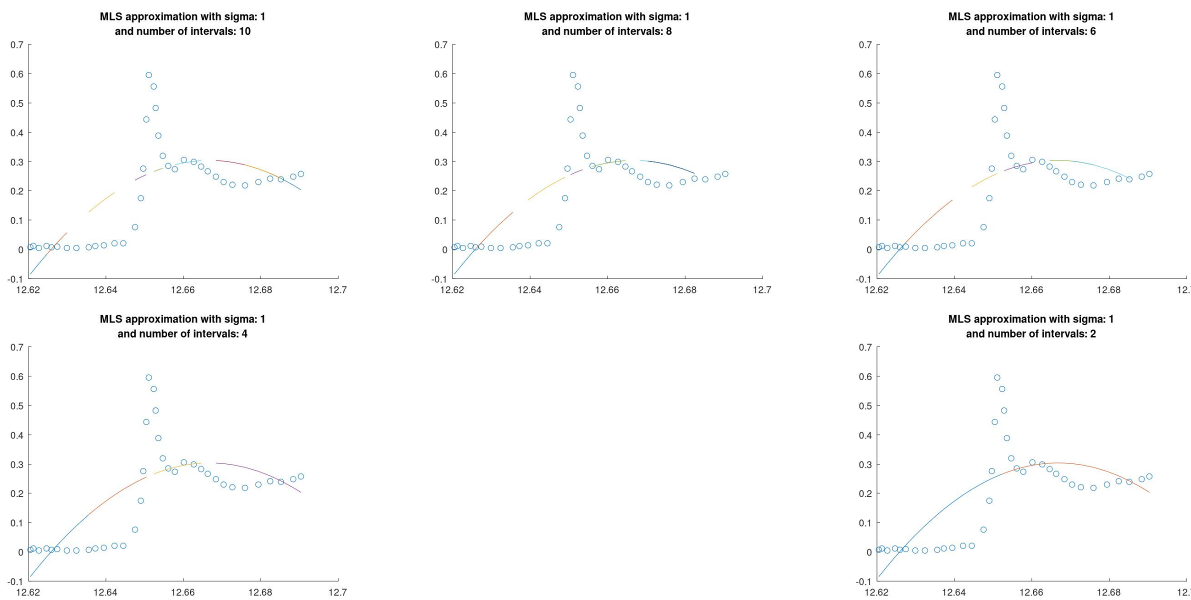

Figure 9: Método Quadrático com desvio-padrão igual a 1 para cada número de intervalos.

Método Quadrático com desvio-padrão igual a 0.1

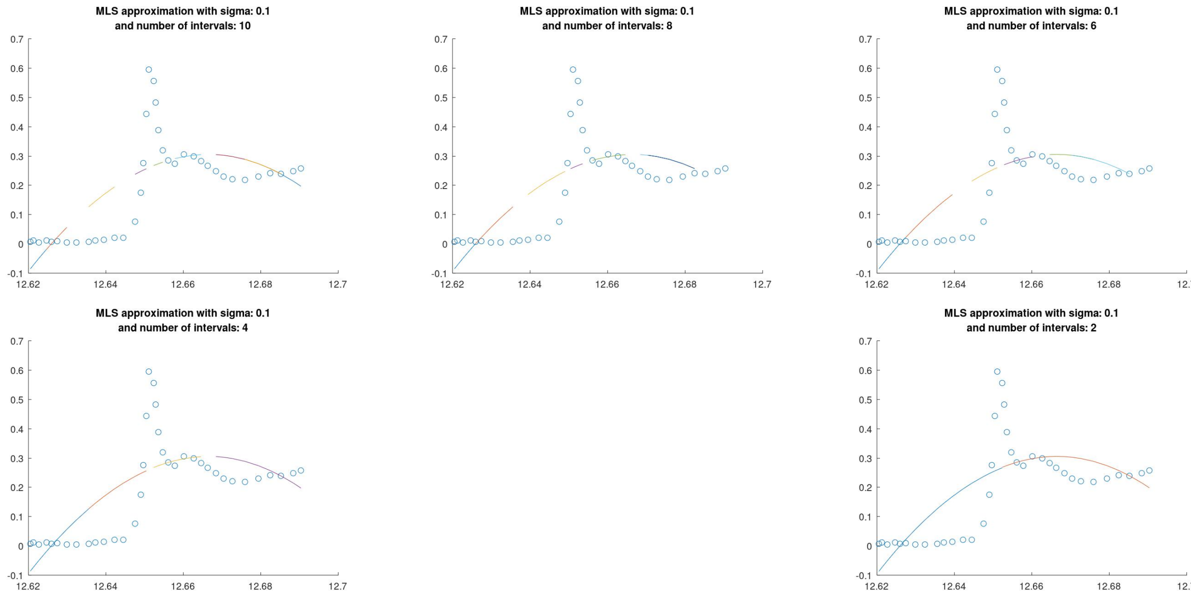

Figure 10: Método Quadrático com desvio-padrão igual a 0.1 para cada número de intervalos.

Método Quadrático com desvio-padrão igual a 0.01

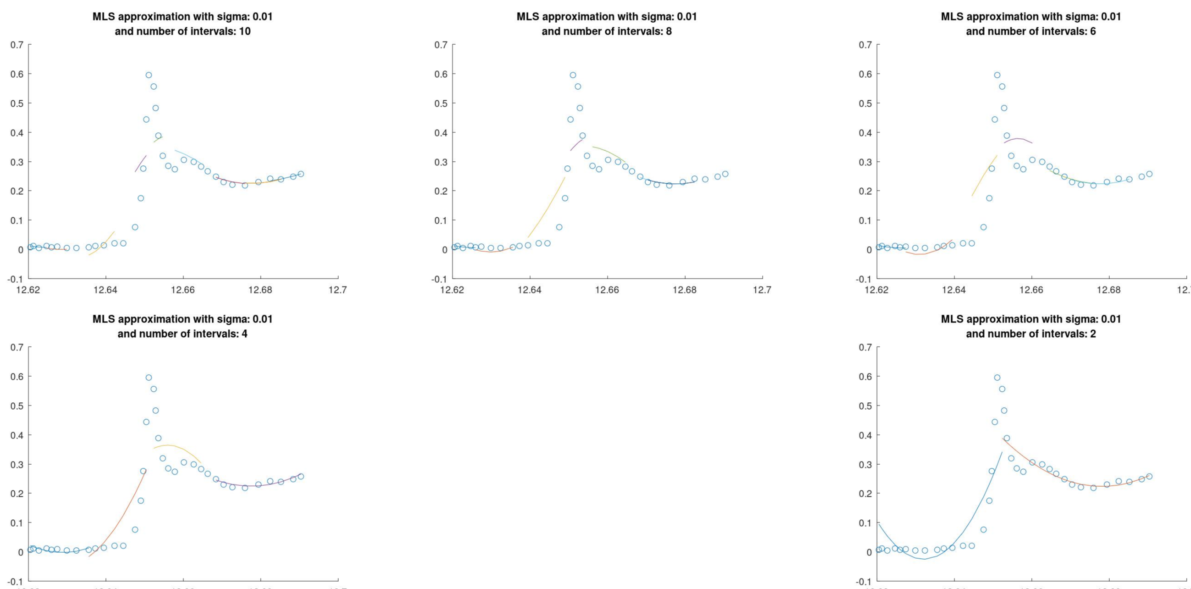

Figure 11: Método Quadrático com desvio-padrão igual a 0.01 para cada número de intervalos.

Método Cúbico com desvio-padrão igual a 10

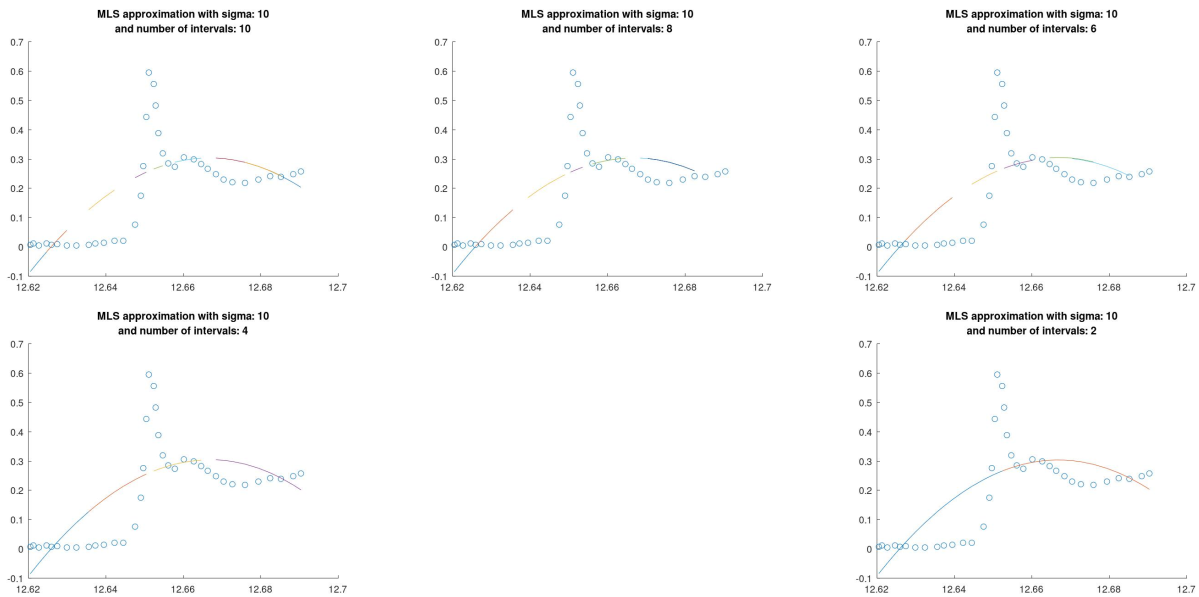

Figure 12: Método Cúbico com desvio-padrão igual a 10 para cada número de intervalos.

Método Cúbico com desvio-padrão igual a 1

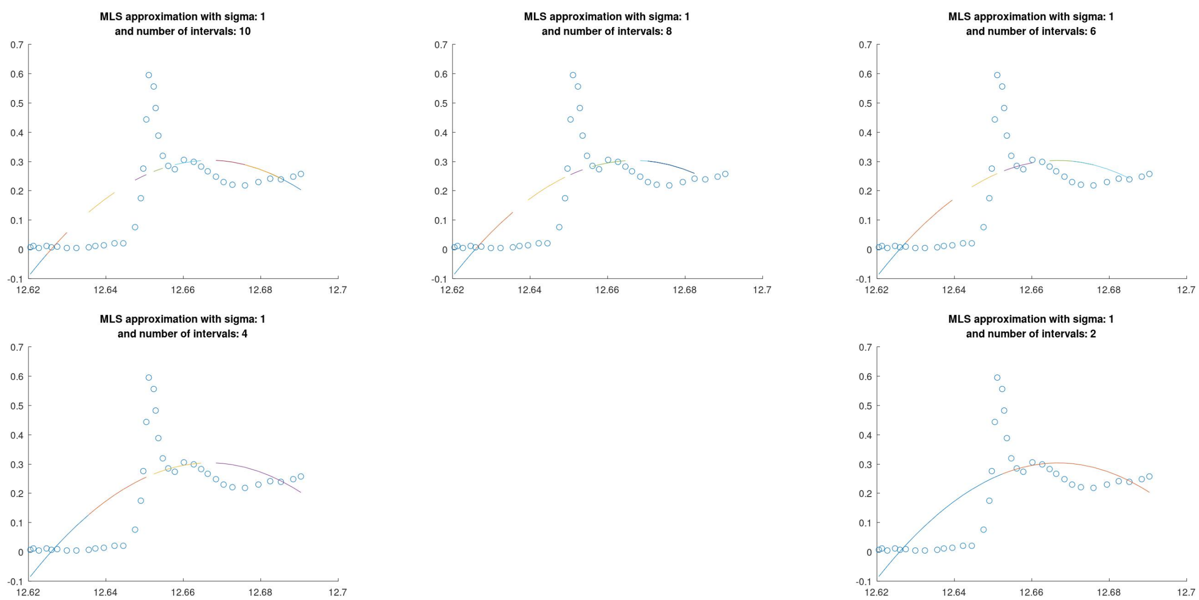

Figure 13: Método Cúbico com desvio-padrão igual a 1 para cada número de intervalos.

Método Cúbico com desvio-padrão igual a 0.1

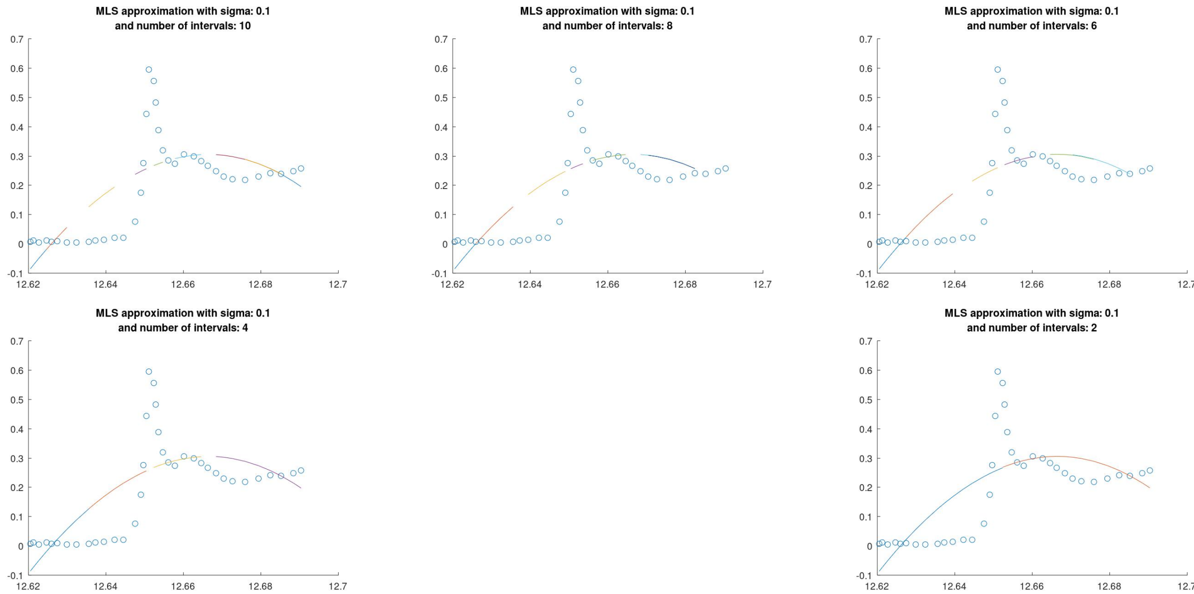

Figure 14: Método Cúbico com desvio-padrão igual a 0.1 para cada número de intervalos.

Método Cúbico com desvio-padrão igual a 0.01

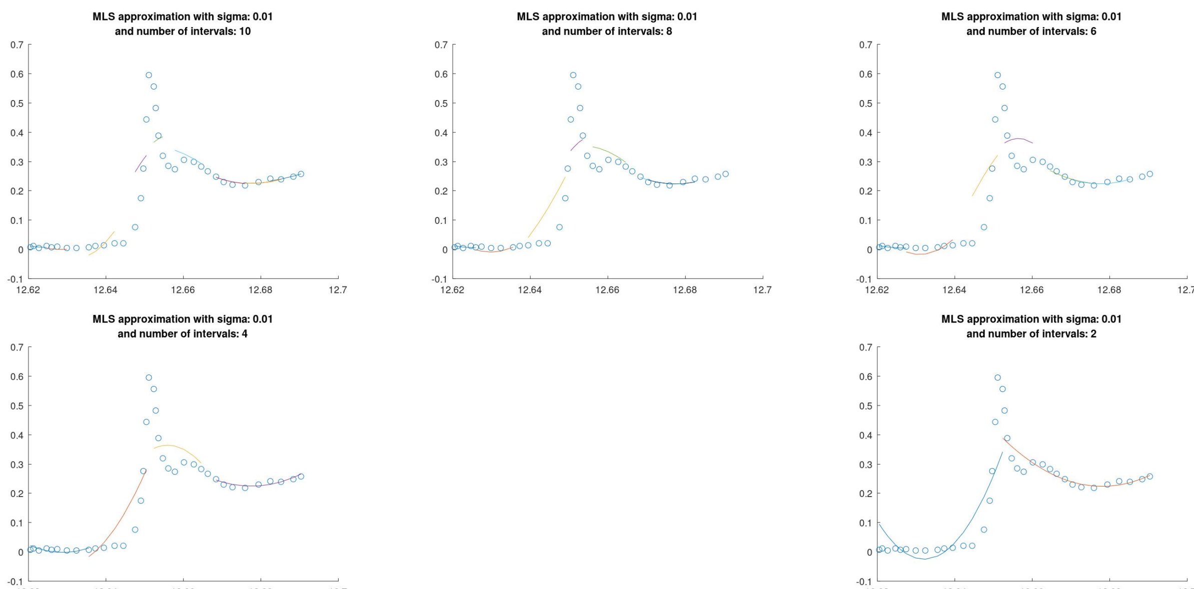

Figure 15: Método Cúbico com desvio-padrão igual a 0.01 para cada número de intervalos.

Conjunto de dados 2: Com efeito de que a escolha para o experimento do gráfico b foi $sigmas = [10, 1, 0.1, 0.01]$ e $intervalos = [10, 8, 6, 4, 2]$, temos os seguintes resultados para diferentes métodos na aproximação dos mínimos quadrados móveis.

Método Linear com devio-padrão igual a 10

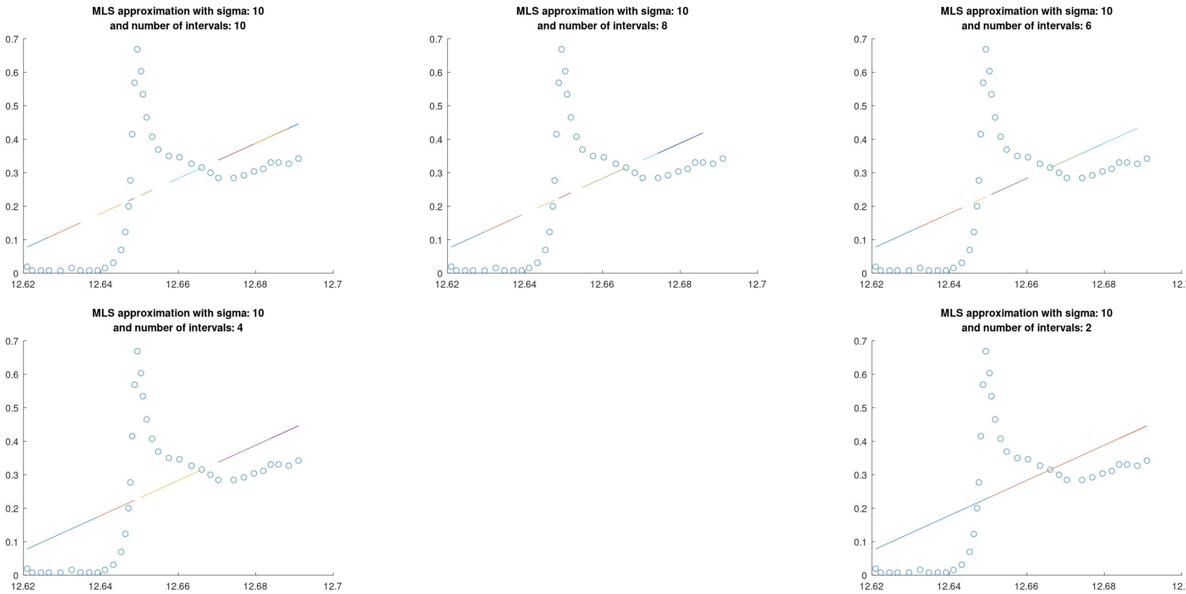

Figure 16: Método Linear com desvio-padrão igual a 10 para cada número de intervalos.

Método Linear com devio-padrão igual a 1

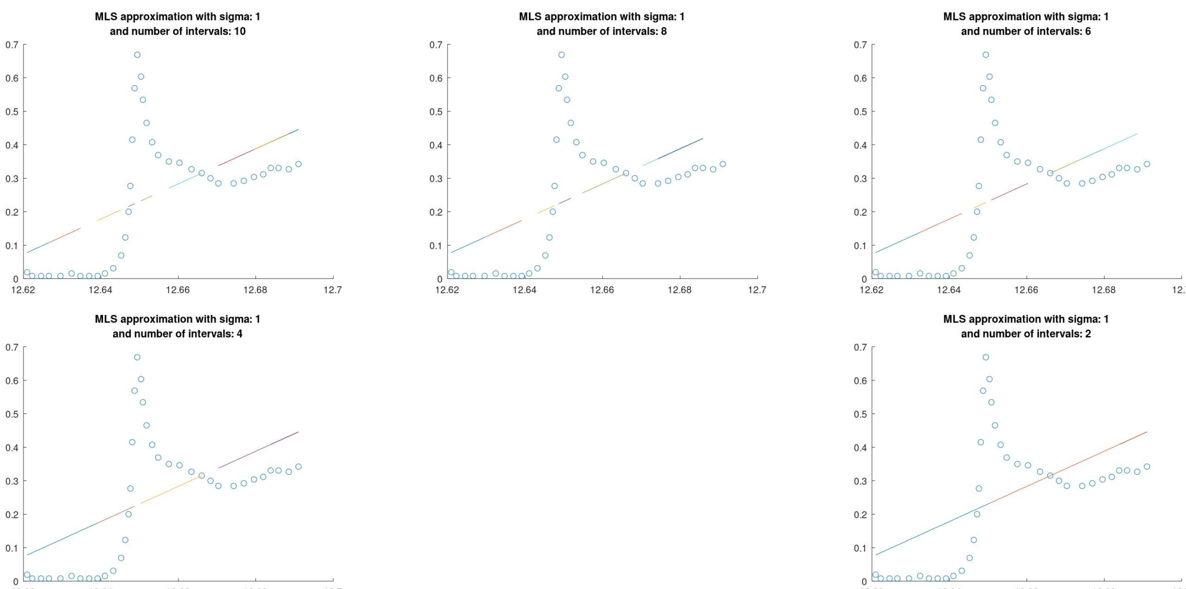

Figure 17: Método Linear com desvio-padrão igual a 1 para cada número de intervalos.

Método Linear com desvio-padrão igual a 0.1

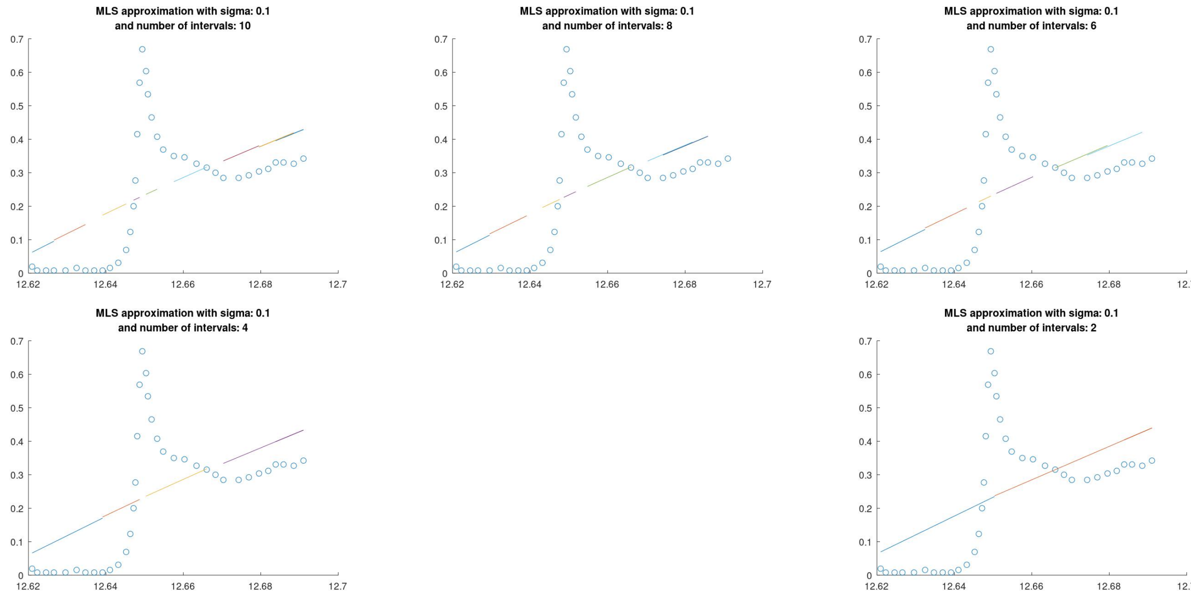

Figure 18: Método Linear com desvio-padrão igual a 0.1 para cada número de intervalos.

Método Linear com devio-padrão igual a 0.01

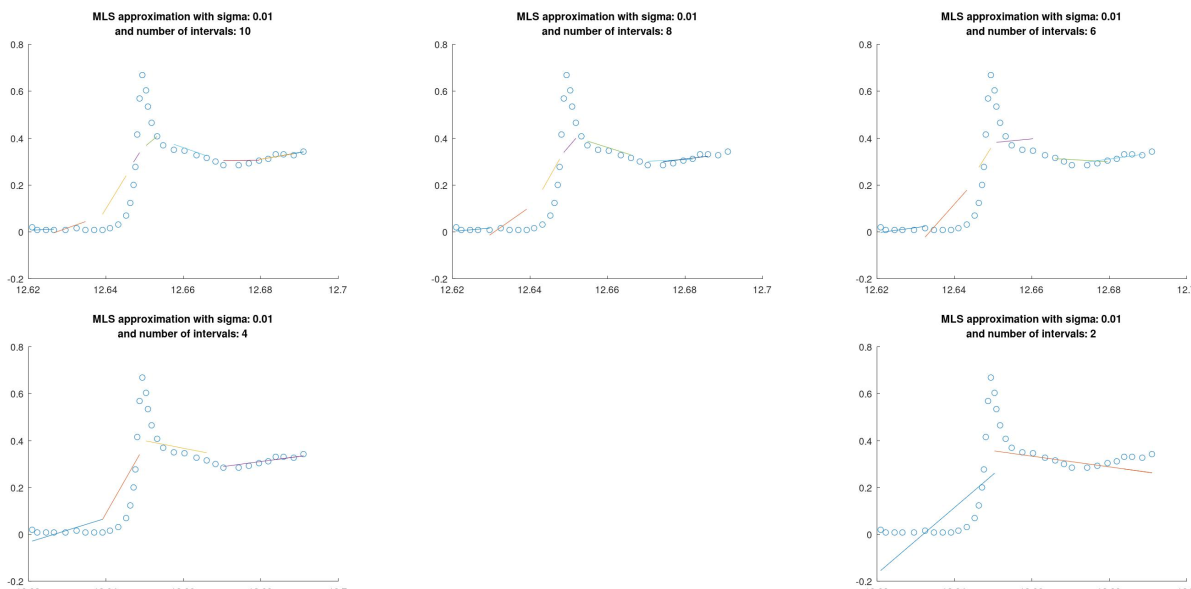

Figure 19: Método Linear com desvio-padrão igual a 0.01 para cada número de intervalos.

Método Quadrático com desvio-padrão igual a 10

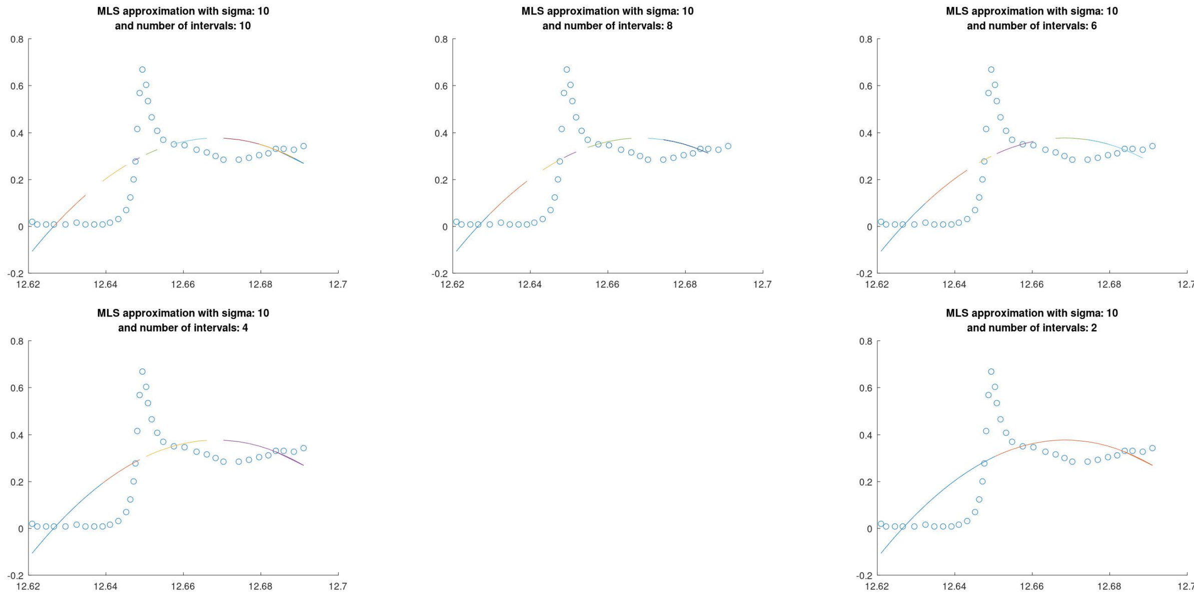

Figure 20: Método Quadrático com desvio-padrão igual a 10 para cada número de intervalos.

Método Quadrático com desvio-padrão igual a 1

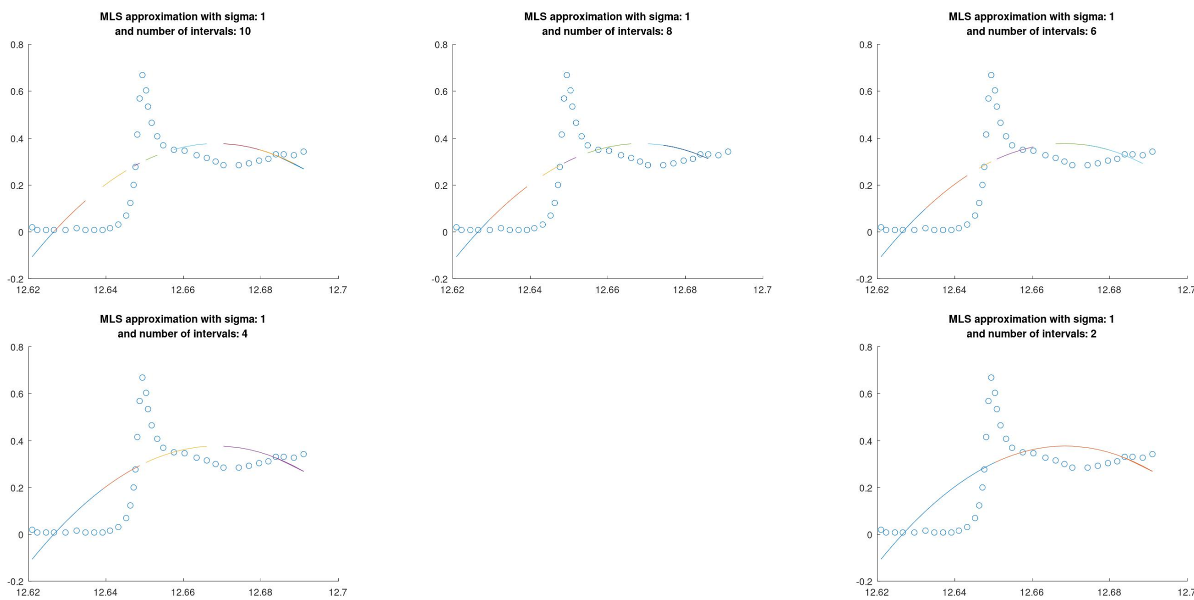

Figure 21: Método Quadrático com desvio-padrão igual a 1 para cada número de intervalos.

Método Quadrático com desvio-padrão igual a 0.1

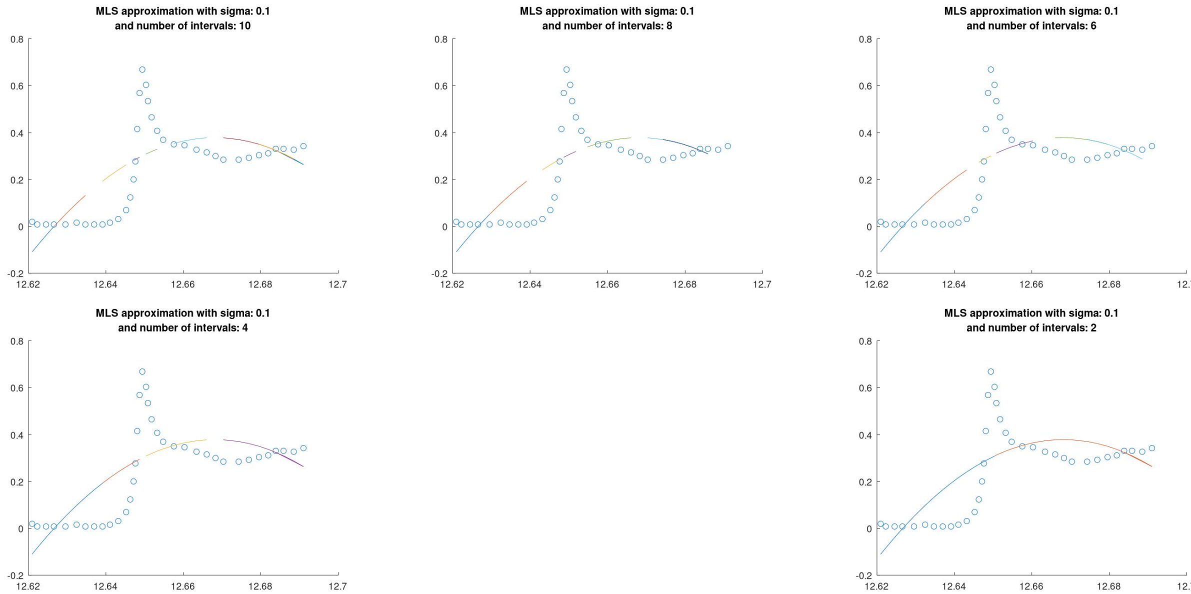

Figure 22: Método Quadrático com desvio-padrão igual a 0.1 para cada número de intervalos.

Método Quadrático com desvio-padrão igual a 0.01

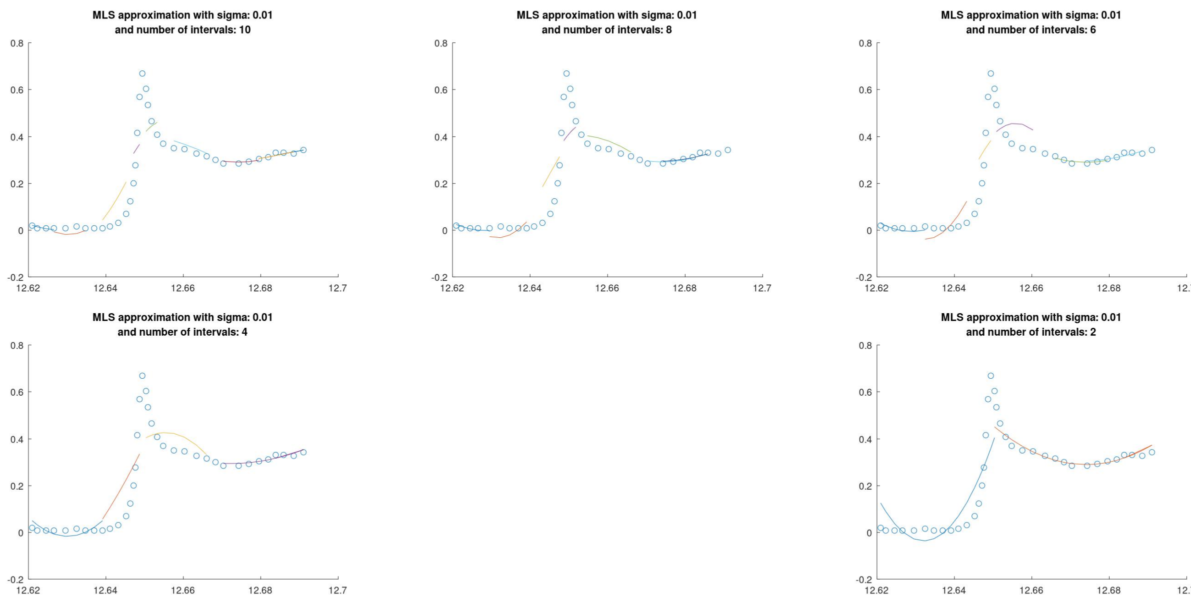

Figure 23: Método Quadrático com desvio-padrão igual a 0.01 para cada número de intervalos.

Método Cúbico com desvio-padrão igual a 10

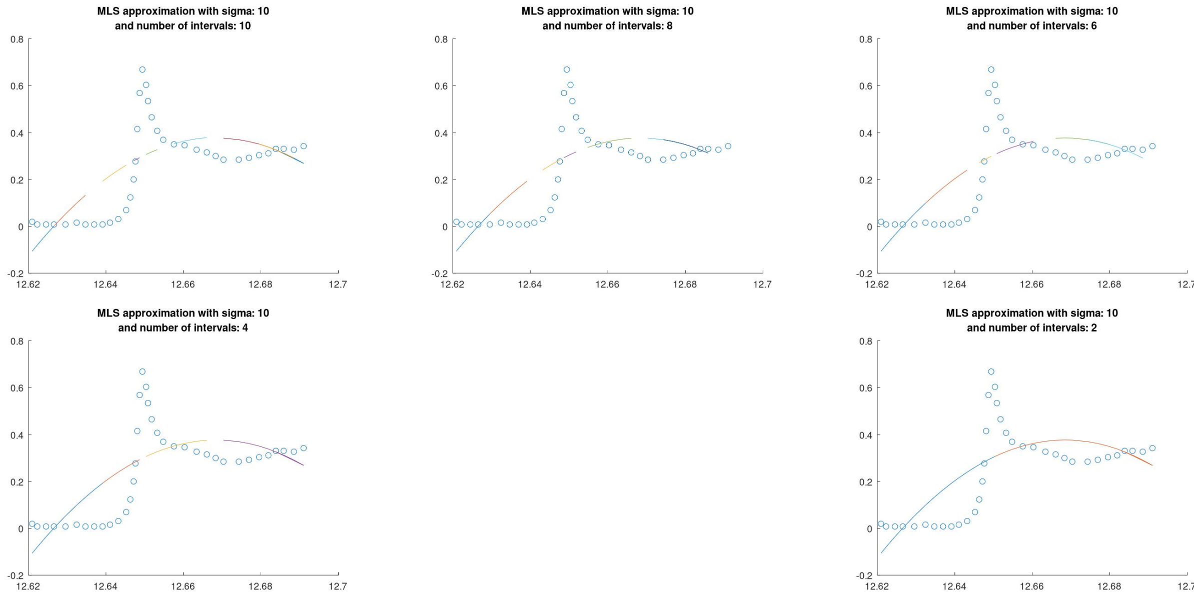

Figure 24: Método Cúbico com desvio-padrão igual a 10 para cada número de intervalos.

Método Cúbico com desvio-padrão igual a 1

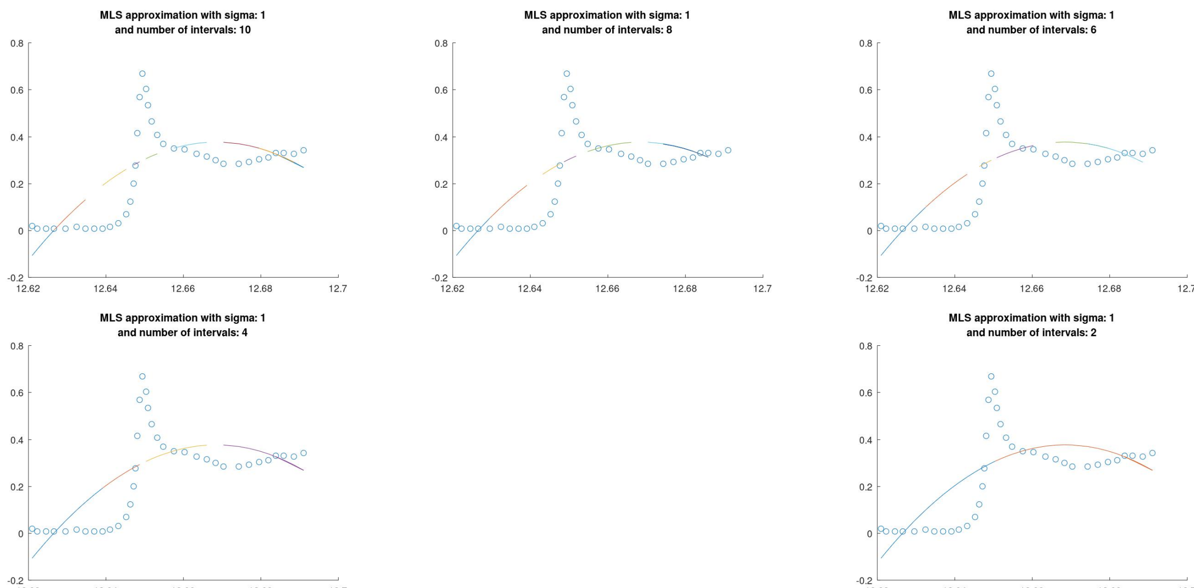

Figure 25: Método Cúbico com desvio-padrão igual a 1 para cada número de intervalos.

Método Cúbico com desvio-padrão igual a 0.1

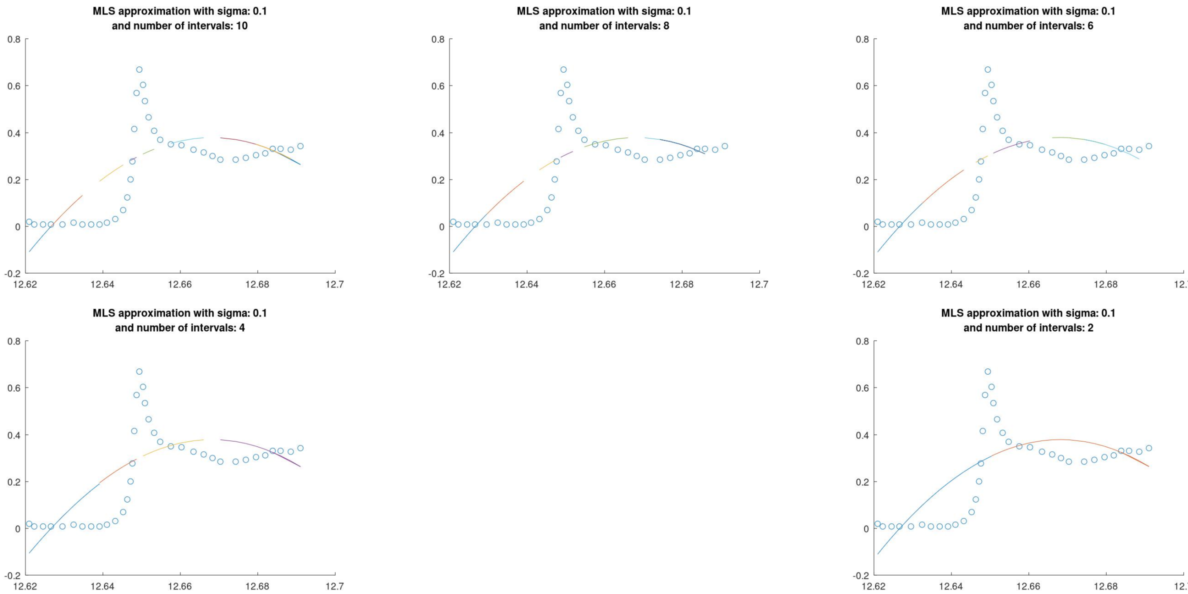

Figure 26: Método Cúbico com desvio-padrão igual a 0.1 para cada número de intervalos.

Método Cúbico com desvio-padrão igual a 0.01

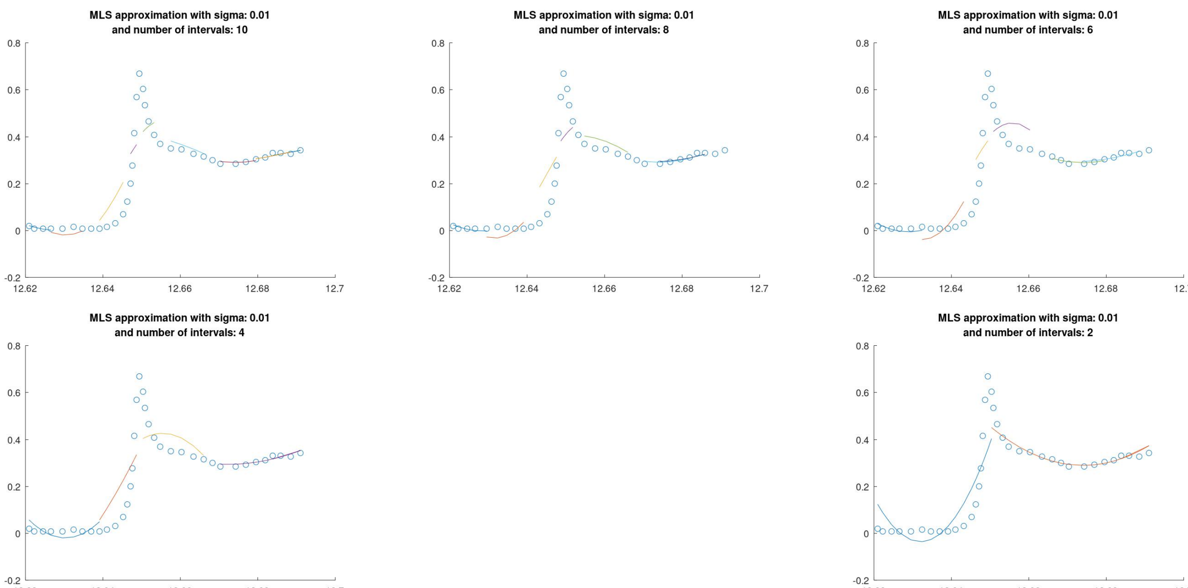

Figure 27: Método Cúbico com desvio-padrão igual a 0.01 para cada número de intervalos.

Conjunto de dados 3. Com efeito de que a escolha para o experimento do gráfico c foi $sigmas = [10, 1, 0.1, 0.01]$ e $intervalos = [8, 6, 4, 2]$, temos os seguintes resultados para diferentes métodos na aproximação dos mínimos quadrados móveis.

Método linear com desvio-padrão igual a 10

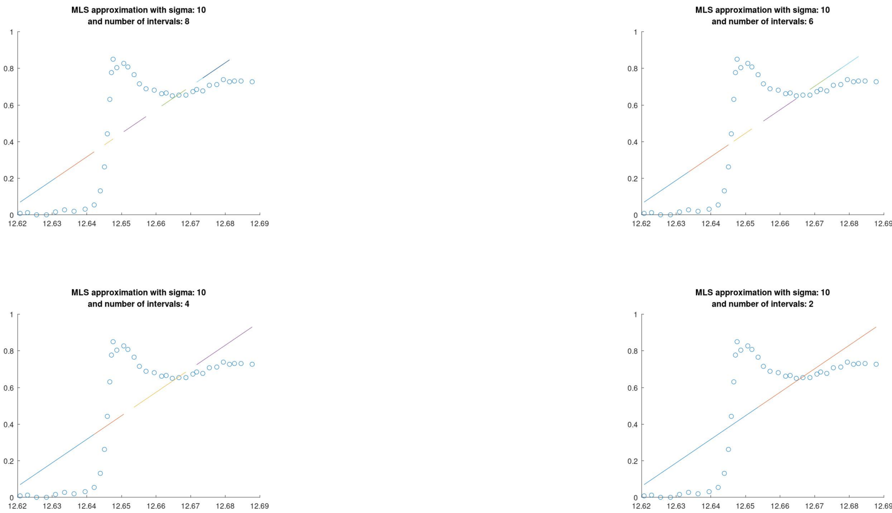

Figure 28: Método linear com desvio-padrão igual a 10 para cada número de intervalos.

Método linear com desvio-padrão igual a 1

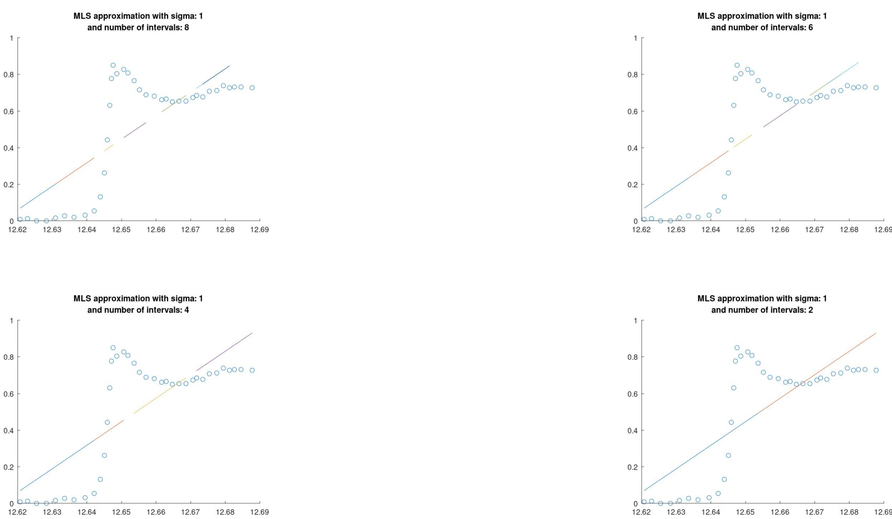

Figure 29: Método linear com desvio-padrão igual a 1 para cada número de intervalos.

Método linear com desvio-padrão igual a 0.1

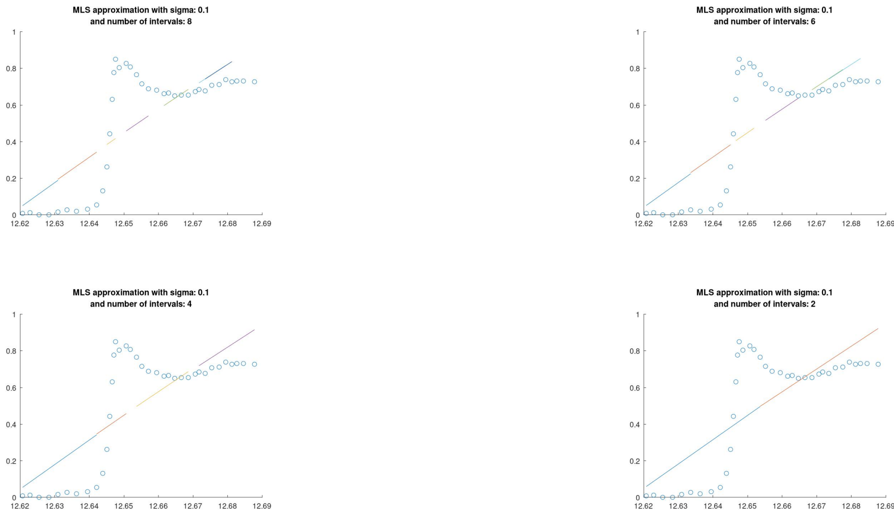

Figure 30: Método linear com desvio-padrão igual a 0.1 para cada número de intervalos.

Método linear com desvio-padrão igual a 0.01

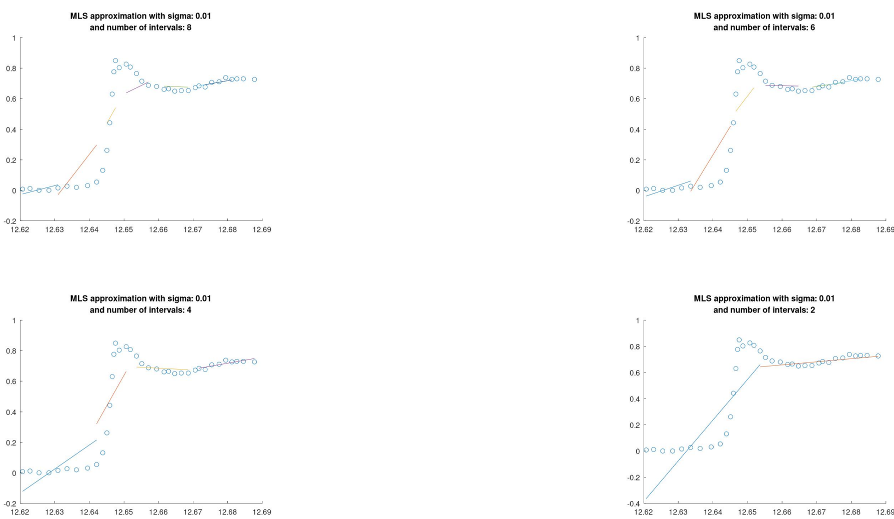

Figure 31: Método linear com desvio-padrão igual a 0.01 para cada número de intervalos.

Método Quadrática com desvio-padrão igual a 10

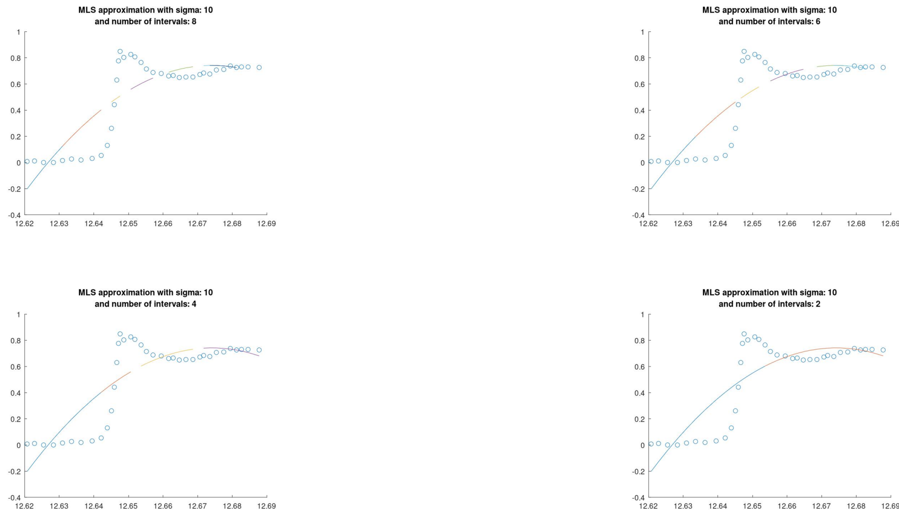

Figure 32: Método Quadrático com desvio-padrão igual a 10 para cada número de intervalos.

Método Quadrática com desvio-padrão igual a 1

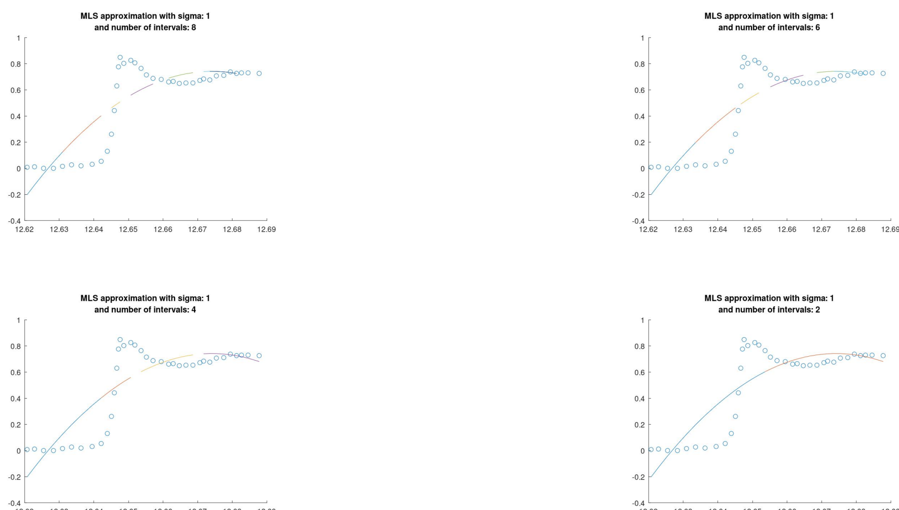

Figure 33: Método Quadrático com desvio-padrão igual a 1 para cada número de intervalos.

Método Quadrática com desvio-padrão igual a 0.1

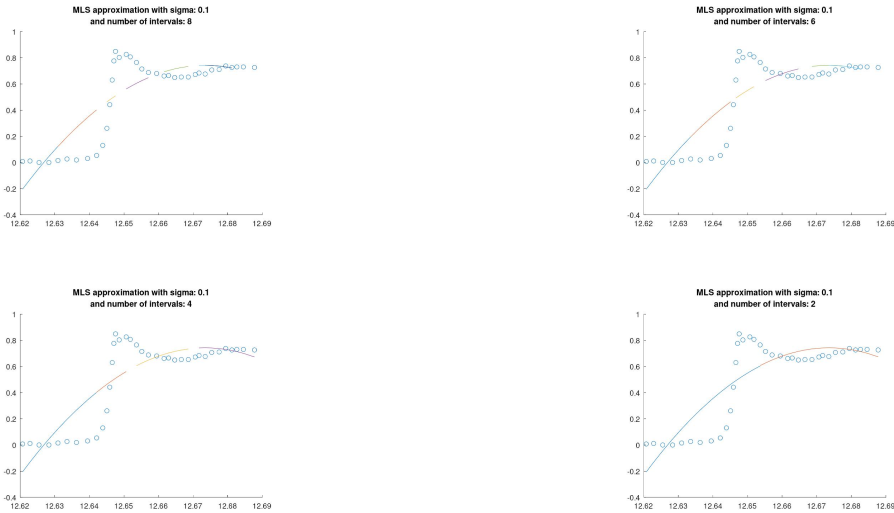

Figure 34: Método Quadrático com desvio-padrão igual a 0.1 para cada número de intervalos.

Método Quadrática com desvio-padrão igual a 0.01

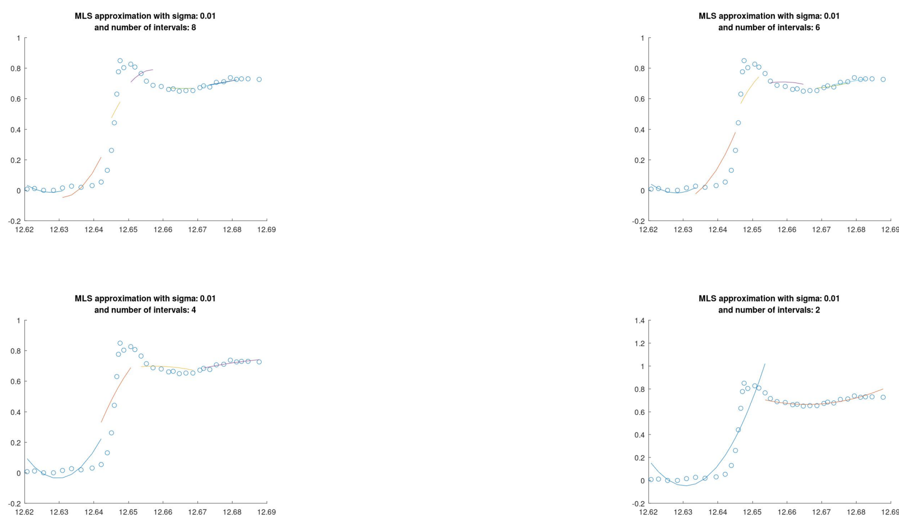

Figure 35: Método Quadrático com desvio-padrão igual a 0.01 para cada número de intervalos.

Método Cúbico com desvio-padrão igual a 10

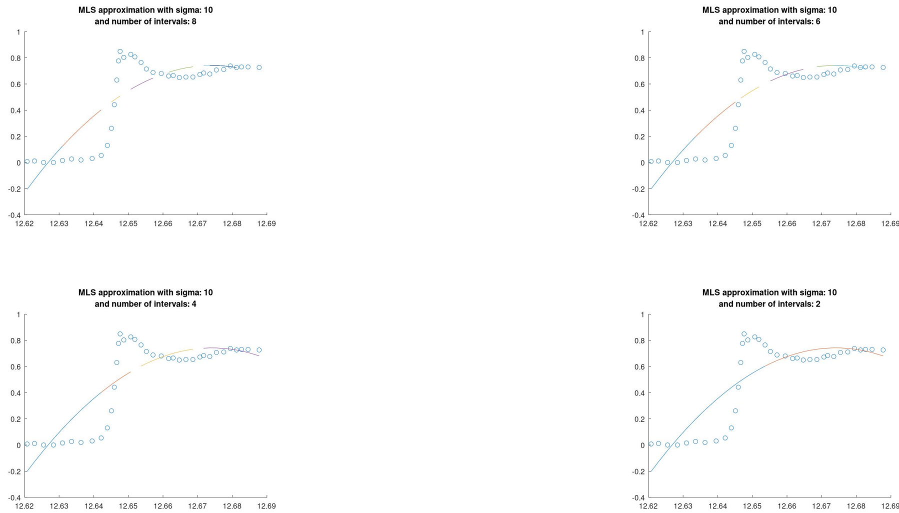

Figure 36: Método Cúbico com desvio-padrão igual a 10 para cada número de intervalos.

Método Cúbico com desvio-padrão igual a 1

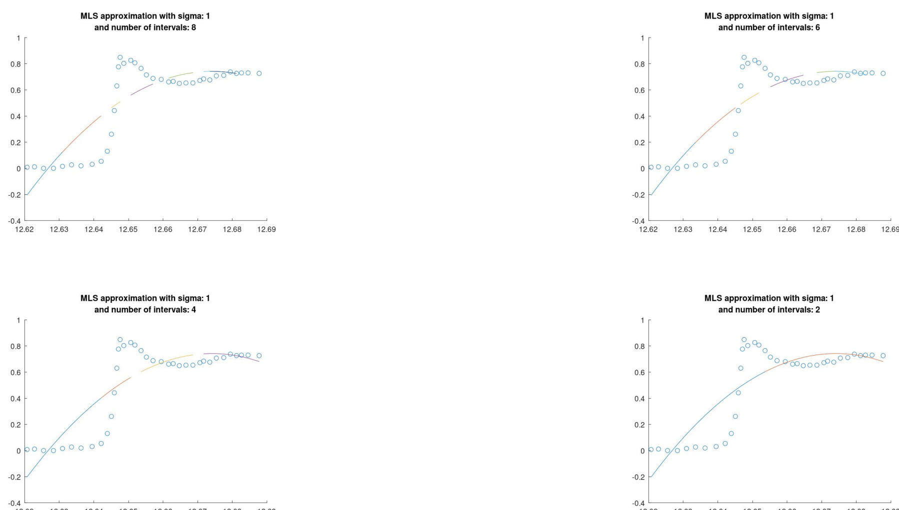

Figure 37: Método Cúbico com desvio-padrão igual a 1 para cada número de intervalos.

Método Cúbico com desvio-padrão igual a 0.1

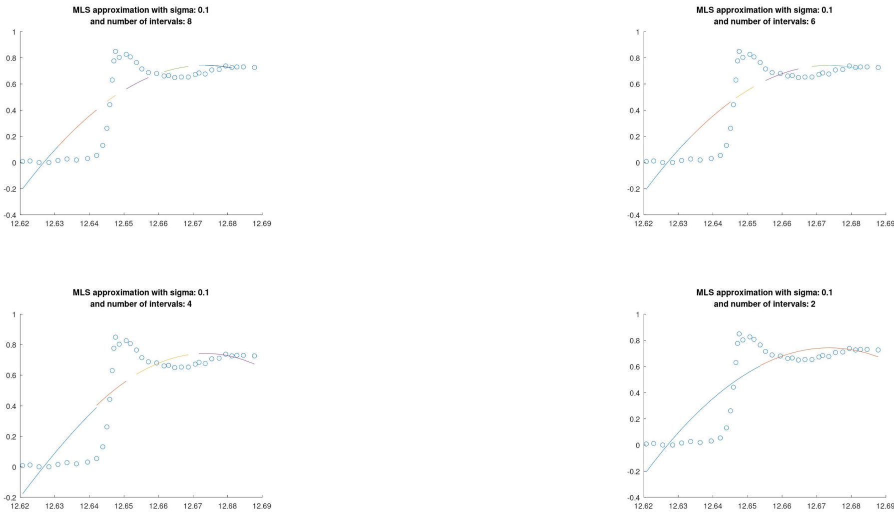

Figure 38: Método Cúbico com desvio-padrão igual a 0.1 para cada número de intervalos.

Método Cúbico com desvio-padrão igual a 0.01

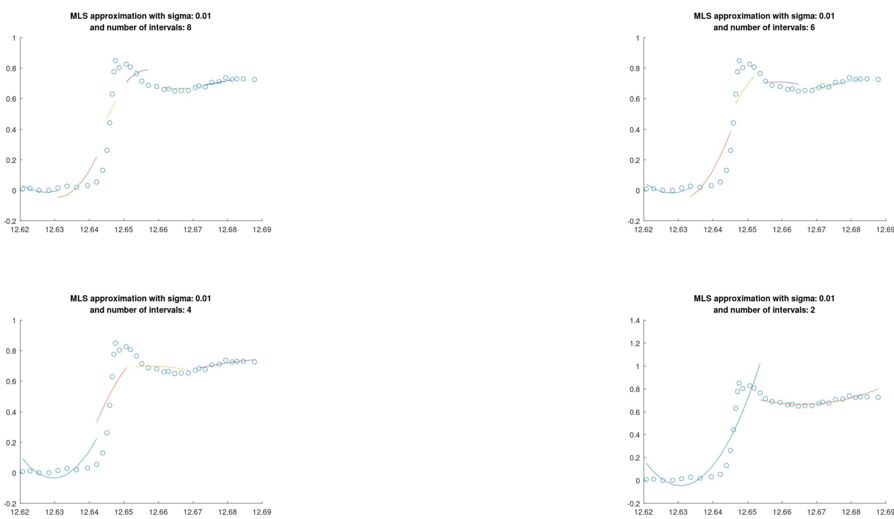

Figure 39: Método Cúbico com desvio-padrão igual a 0.01 para cada número de intervalos.

Conclusão:

Notamos que os valores de sigma iguais a 0.01 oferecem as melhores aproximações para todos os valores de intervalos. Capturando as tendências de crescimento ou decrescimento em cada intervalo.