

Министерство на образованието и науката

72. Национална олимпиада по математика

Областен кръг, 12. февруари 2023 г.

ТЕМА ЗА 9. КЛАС

Задача 9.1. Нека a, b, c са такива, че $(a - b + c)(4a - 2b + c) \leq 0$. Да се докаже, че $b^2 \geq 4ac$.

Задача 9.2. Даден е изпъкнал четириъгълник $ABCD$. Върху страната CD са избрани точки P и Q (като Q е между C и P), за които $\angle DAP = \angle CBQ$ и $\angle PAQ = \angle QBP$, а $DP = 4$, $PQ = 1$ и $QC = 5$.

а) Да се докаже, че $ABCD$ е вписан четириъгълник.

б) Продълженията на страните AB и CD се пресичат в точка R , като A е между R и B . Да се намери дължината на отсечката RD .

Задача 9.3. Да се намерят всички цели неотрицателни числа n , за които $2(343^n + 1)$ е точен квадрат.

Задача 9.4. В една компютърна мрежа има 27 устройства. Всяко от тях има уникален n -цифрен номер, съставен само от нули и единици. Номерата на устройствата, които трябва да комуникират помежду си, се различават в точно 3 позиции, а номерата на тези, които не трябва да комуникират помежду си, се различават в точно 6 позиции. Ако поне две от устройствата комуникират помежду си, да се намерят всички възможни стойности за n .

Математически турнири

<https://www.facebook.com/groups/mathtournament>