**СЪЮЗ НА МАТЕМАТИЦИТЕ В БЪЛГАРИЯ**
**СЕКЦИЯ „ИВАН САЛАБАШЕВ“ - СТАРА ЗАГОРА**

---

# Математически турнир „Иван Салабашев“

**30 ноември 2024 г.**

## Тема за 8-9. клас

**(време за работа 120 минути)**

**След всяка от задачите от 1 до 10 има 4 отговора, само един от които е верен. Отговорът на всяка от задачите от 11 до 15 е число. За верен отговор на всяка от задачите от 1 до 5 се присъждат по 2 точки. За верен отговор на всяка от задачите от 6 до 10 се присъждат по 4 точки. За верен отговор на всяка от задачите от 11 до 15 се присъждат по 6 точки. За неверен или непосочен отговор не се присъждат точки. Не се разрешава ползването на калкулатори. Крайното класиране на всички участници в Турнира може да намерите на адрес http://www.math.bas.bg/salabashev/ след 23.12.2024 г.**

**Журито Ви пожелава приятна работа.**

---

**1.** Ъглите в триъгълник $ABC$ са в отношение $\sphericalangle CAB : \sphericalangle ABC : \sphericalangle BCA = 1 : 2 : 3$. Ако стойността на периметъра на триъгълника е два пъти по-голям от тази на неговото лице, то страната $BC$ е равна на:

**А)** $\sqrt{3}-1$ **Б)** $\sqrt{3}+1$

**В)** $1-\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ **Г)** $\dfrac{1}{\sqrt{3}}+1$

**2.** Кое число е най-голямо:

**А)** $(-3)^{-5}$ **Б)** $(-3)^{5}$ **В)** $(-5)^{-3}$ **Г)** $(-5)^{3}$

**3.** В координатна система са дадени точките $A(-2024, 2024)$, $B(2024, -2024)$, $C(4048, -4049)$ и $D(4048, 4049)$. Коя от тези точки е вътрешна за триъгълника, образуван от останалите три:

**А)** $A$ **Б)** $B$

**В)** $C$ **Г)** нито една

**4.** Колко от шестцифрените числа, в чиито десетичен запис участва всяка от цифрите 1, 2, 3, 4, 5 и 7, се делят на 55:

**А)** 2 **Б)** 6 **В)** 8 **Г)** 12

**5.** Нека $a$ и $b$ са цели числа, а $x_1$ и $x_2$ са корените на квадратното уравнение $x^2-ax+b=0$. Ако $(x_1+1)^2+(x_2+1)^2 > a^2$, то винаги е вярно, че:

**А)** $a \geq b$ **Б)** $b \geq a$

**В)** $a^2 \geq b^2$ **Г)** $b^2 \geq a^2$

**6.** Сумата от обема и лицето на повърхнина на кълбо с радиус $R$ е $43,2\%$ от обема на кълбо с радиус $2R-1$. Радиусът $R$ е:

**А)** 2 **Б)** 3 **В)** 4 **Г)** 5

**7.** В равностранен триъгълник е вписан правилен шестоъгълник, като върху всяка от страните на триъгълника лежи поне един от върховете на шестоъгълника. Ако лицето на шестоъгълника е 8 см$^2$, то лицето на триъгълника в квадратни сантиметри е:

**А)** 12 **Б)** 14

**В)** 16 **Г)** не може да се определи

**8.** Емил хвърлял стандартен зар, докато сумата от хвърлените числа станала по-голяма от 6. Вероятността Емил да е хвърлил зара точно три пъти е:

**А)** $\dfrac{1}{24}$ **Б)** $\dfrac{5}{72}$ **В)** $\dfrac{35}{108}$ **Г)** $\dfrac{1}{3}$

**9.** За функцията $f$ е известно, че за всяко реално число $x$, $f(x+1012) = f(1012-x)$ и $f(x+13) = f(2010-x)$. Ако

$$f(3)+f(4)+f(5)+f(6) = 6,$$

то $f(13)+f(14)+f(15)$ е равно на:

**А)** $\dfrac{8}{3}$ **Б)** не може да се определи

**В)** $\dfrac{9}{2}$ **Г)** $\dfrac{18}{5}$

**10.** Най-големият възможем брой елементи от множеството $\{1, 2, 3, \ldots, 2048\}$ които могат да се изберат така, че за всеки две различни числа $a$ и $b$ измежду избраните и за всяко естествено число $k$, числото $a^k + b^k$ не се дели на 2048 е:

**А)** 65 **Б)** 129 **В)** 257 **Г)** 513

**11.** Всички числа от 1 до 13, освен числото $y$, са разбити на непресичащи се подмножества със свойството, че във всяко подмножество най-голямото число е равно на сумата от останалите. Когато $y$ приема най-малката възможна стойност, колко на брой са различните разбивания, удовлетворяващи условието?
(*Две разбивания са различни, ако подмножествата им не са пермутация едни на други*)

**12.** Нека точка $F$ е външна за квадрата $ABCD$, а точка $E$ е вътрешна за квадрата $ABCD$, като те са такива, че триъгълниците $BCF$ и $ABE$ са равностранни. Ако $M$ е средата на $EF$, то на колко е равен $\sphericalangle AMD$?

**13.** Във всяко от полетата на шахматна дъска $8 \times 8$ има мравка. В даден момент всяка от мравките, освен тази в долния ляв ъгъл, се придвижва или в съседното ляво поле или в съседното по диагонал поле надолу-надясно. Колко най-много от полетата на дъската могат да се окажат празни?

**14.** Петър и Емил се записали за участие в турнира „Иван Салабашев“в своето училище. В деня на състезанието се оказало, че всички записани ученици са 49 и трябва да бъдат разделени на случаен принцип в две стаи с капацитет 35 и 14 места. Ако вероятността Петър и Емил да попаднат в една и съща стая е записана като несъкратима дроб във вида $\frac{r}{q}$, то на колко е равна сумата $q + r$?

**15.** На един остров живеят рицари, селяни и лъжци. Рицарите винаги казват истината, лъжците винаги лъжат, а селяните понякога казват истината и понякога лъжат.
Веднъж 2023 островитяни се събрали на площада, застанали в кръг и всеки казал: „До мен стоят рицар и лъжец“.
Ако измежду събралите се има поне един рицар, да се намери най-малкия възможен брой на селяните на площада.