

Министерство на образованието и науката
Съюз на математиците в България

ПРОЛЕТНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ

Тема за VII клас

30 март 2024 г.

Задача 1. (6 точки) Ако $|2x^2 - |5x^2 + 48x - y|| = x^2$, намерете:

- а) за кои цели числа x стойността на y е 2024;
- б) за кои стойности на x стойността на y е най-малка.

Задача 2. (6 точки) В декартова координатна система xOy с единична отсечка 1 cm са дадени точките $A(-6; 0)$, $B(4; 0)$, C и $D(0; 9)$ така, че четириъгълникът $ABCD$ е успоредник. Правата BC пресича оста Oy в точка F , а през точка F е построена права g , перпендикулярна на BC . Правата g пресича оста Ox в точка E .

- а) Намерете координатите на точките C , F и E .
- б) Ако ъглополовящата на $\sphericalangle ADF$ пресича правата BC в точка P , намерете дължината на отсечката FP .

Задача 3. (7 точки) Даден е равностранен триъгълник ABC . На правата AB е избрана точка D така, че B е между A и D . Симетралата на отсечката AD пресича страната BC на триъгълника в точка E .

- а) Докажете, че $BD = CE$.
- б) Ако $\sphericalangle BAE = 45^\circ$ и P е пресечната точка на DE и AC , докажете, че

$$PE : DE = AP^2 : 2AD^2 \quad \text{и} \quad 2 \cdot AB = AP + 4 \cdot BD.$$

Задача 4. (7 точки) В малко село в Средната земя живеят хобити и джуджета. Всички хобити са в приятелски отношения помежду си, а всяко джудже се е скарало с точно пет джуджета.

Тръгвайки на пътешествие, вълшебникът Гандалф решил да покани двама хобити и две джуджета да го придружат. Той установил, че възможностите за избор на двама хобити са точно толкова, колкото са възможностите за избор на две джуджета, които не са скарани.

- а) Колко са хобитите и колко – джуджетата?
- б) Всеки хобит и всяко джудже имат отделен дом. Домовете са разположени така, че никои три не лежат на една права. Някои домове са свързани с пътеки, като всяка пътека е отсечка и никои две пътеки не се пресичат във вътрешна точка (но може да имат общ край). Най-много колко пътеки свързват домовете в това село?

Време за работа: 4 часа и 30 минути