

Министерство на образованието и науката

72. Национална олимпиада по математика

Областен кръг, 12. февруари 2023 г.

ТЕМА ЗА 6. КЛАС

Задача 1. Зад буквите Л и А са скрити две различни цифри. Открийте ги, като решите ребуса

$$\left(\left(\left(2023^{\text{ЛА}} \right)^{\text{Л}} \right)^{\text{А}} \right)^{\text{ЛА}} = 2023^{2023}.$$

Намерете цифрата на единиците на сбора

$$\text{ЛА}^0 + \text{Л}^1 + \text{А}^2 + \text{ЛА}^3 + \text{ЛА}^4 + \text{Л}^5 + \text{А}^6 + \text{ЛА}^7 + \text{ЛА}^8 + \text{Л}^9 + \text{А}^{10} + \dots + \text{ЛА}^{2023}.$$

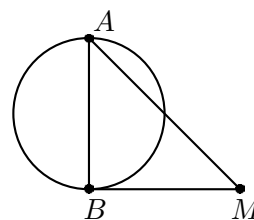
Задача 2. В равнобедрен триъгълник ABC ($AC = BC$) височината CH разделя основата AB на две равни части ($AH = BH$). Дадено е, че $AB = 14$ cm, а $CH = 24$ cm.

- а) Да се намери сборът на трите височини в триъгълника.
- б) Да се определи на какво разстояние от точката C се намират всички точки P от правата CH , за които

$$2 \cdot S_{APB} = S_{APC} + S_{BPC}.$$

Задача 3. В близост до училището на Антони и Вера има кръгова писта за бягане. Двамата отишли да бягат, като започнали и завършили тренировката едновременно. Всеки направил няколко пълни обиколки – Антони направил 10 обиколки, а Вера – по-малко от 10, но повече от 5 обиколки.

На чертежа са изобразени диаметърът AB на окръжността, ограждаща пистата, и училището M . Известно е, че отсечките AB и BM са перпендикулярни, $AB = 105$ m и $BM = 140$ m.



Антони стартирал от точка A , а Вера – от точка B . По време на бягането се случило така, че два пъти двамата се намирали едновременно в B , а един път (но не в началото и не в края на тренировката) пак едновременно Антони бил в A , а Вера – в B .

Антони бягал така, че изминавал 3 km за 16 min.

а) Намерете колко обиколки е направила Вера.

б) Намерете скоростта на Антони и скоростта на Вера в m/s.

в) Веднага след приключване на тренировката, всеки със своята скорост побягнал към училището. Кой по-бързо е пристигнал в M : Антони, който бягал по отсечката AM , или Вера, която е трябвало да пробяга отсечката BM ?

Време за работа: 4 часа