

Министерство на образованието и науката

72. Национална олимпиада по математика

Областен кръг, 12. февруари 2023 г.

ТЕМА ЗА 11. КЛАС

**Задача 11.1.** Да се намерят стойностите на реалния параметър  $a$ , за които уравнението

$$4^{x^2-x} - (1-a)2^{x^2-x} - 6a^2 + 2a = 0$$

има единствено решение в интервала  $[-1; 0)$ .

**Задача 11.2.** Ъглополовящата  $AD$  в  $\triangle ABC$  е равна на страната  $AC$ . Описаната около  $\triangle ABD$  окръжност пресича страната  $AC$  в точка  $E$  като  $\frac{DE}{CD} = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$ . Да се намерят ъглите на  $\triangle ABC$ .

**Задача 11.3.** Да се докаже, че за произволно цяло число  $c$  съществува естествено число  $x$ , за което  $2^{2023}$  дели  $2022x^2 + 2021x + c$ .

**Задача 11.4.** Да се намерят всички естествени числа  $n$ , за които от група от  $2n$  ученици могат да се изберат 14 групи, всяка от по  $n$  ученици, така, че всеки двама ученици да участват заедно в точно 3 от избраните групи.

Математически турнири

<https://www.facebook.com/groups/mathtournament>