

Министерство на образованието и науката

72. Национална олимпиада по математика

Областен кръг, 12. февруари 2023 г.

ТЕМА ЗА 8. КЛАС

Задача 8.1. Да се подредят по големина реалните корени на уравнението

$$(3x(x+2) - 16)(x^2 + 2x + 10\sqrt{6} - 30) = 0.$$

Задача 8.2. Точките M , N и D са средите съответно на страните AC , BC и AB в триъгълника ABC , а точките E и F съответно от страните AC и BC са такива, че $DE = DF$ и $\angle EDF = \angle ACB$.

а) Да се докаже, че $EM = FN$.

б) Да се докаже, че $4DE \geq AC + BC$. Има ли триъгълници ABC , за които $4DE = AC + BC$? Ако има, то кои са всички такива?

Задача 8.3. Да се реши в естествени числа уравнението $2^a - 4^b = 3^c + 1$.

Задача 8.4. В торба има 14 жълти, 13 сини, 13 червени и 12 зелени топки. Всеки ден от торбата се вадят по случаен начин 14 топки и на нов лист се записва по колко топки има от всеки цвят (и цветът се указва), след което топките се връщат в торбата. Какъв е най-малкият брой дни, след който е сигурно, че на поне 4 от листовите ще е записано едно и също нещо?

Математически турнири

<https://www.facebook.com/groups/mathtournament>