

Секция “Изток” – СМБ

КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 14.12.2024 г.

7 клас

Време за работа: 90 минути

Отговорите на задачите от 1 до 18 отбелязвайте в листа за отговори

1. Числената стойност на израза $\frac{\left(-6\frac{2}{7}:3\frac{1}{7}\right):(-2)-31}{(-4,2.3):0,9+4}$ е:

- A) -1 Б) 2 В) 1 А) 3

2. Броят на всички делители на числото 4116 е:

- A) 24 Б) 6 В) 3 Г) 12

3. Фирма взела заем 100 000 лв. за закупуване на производствени съоръжения за 15 месеца при 5% месечна проста лихва. Фирмата е върнала в края на периода

- A) 75 000 лв. Б) 175 000 лв. В) 100 000 лв. Г) 207 892, 82 лв.

4. Коренът на уравнението $4\cdot(x+2,5)-3\cdot\left(2x+\frac{1}{3}\right)=5\cdot(x+4)-2\cdot(x+0,5)$ е:

- A) 2 Б) -2 В) $-4\frac{2}{5}$ Г) $-1\frac{3}{5}$

5. Правоъгълният $\triangle ABC$ има катети $AC = 4(x+1)$, $BC = 3x-1$ и хипотенуза $AB = 5x+3$. Периметърът на триъгълника е:

- A) 30 м. ед. Б) 17 м. ед. В) 25 м. ед. Г) Не може да се определи

6. Кой от равенствата са тъждества:

(1) $7ab - a^2b + 5ab^2 = ab \cdot (7 - a + 5b)$

(2) $7x^3y^5 - 49x^4y^3 = -7x^3y^3 \cdot (7x - y^2)$

(3) $8x^4y^2 - 16x^3y^3 + 8x^2y^2 = 8x^2y^2 \cdot (x + y)^2$

(4) $125a^3 - 150a^2b + 60ab^2 - 8b^3 = (5a + 2b)^2$

(5) $27x^3 - 27x^2 + 9x - 1 = (3x - 1)^3$?

- A) (1), (2) и (4) Б) (2), (3) и (5) В) (3), (4) и (5) Г) (1), (2) и (5)

7. На кой от дадените изрази е тъждествено равен многочленът $y^4 + 2y^3 - 4y^2 - 8y$?

- A) $y(y-2)^2 \cdot (y+2)$ Б) $y(y-2)^3$ В) $y(y+2)^2 \cdot (y-2)$ Г) $y(y+2)^2 \cdot (y-2)^2$

8. Кой от посочените изрази е равен на произведението $(a-1)b^2(b-1)(b+1)$?

- А) $ab^4 - b^4 - ab^2 + b^2$ Б) $a^4 + 6a^2 + 9b^2 - 3b - a^2$ В) $(b+2a)^2 - (b+2a)^4$ Г) $a^2b - 4ab^2 + 4b^3$

9. Най- голямата числена стойност на израза $24x + 7 - 9x^2$ е:

- А) -9 Б) 7 В) 23 Г) 22

10. Ако $x + y = 4,5$ и $xy = 2$, то $x^3 + y^3$ е равно на:

- А) 91,125 Б) 64,125 В) 16,25 Г) 82,125

11. Стойността на израза $13a^3 + 78a^2 + 156a + 104$ при $a = -2\frac{1}{13}$ е:

- А) 13 Б) -169 В) $\frac{1}{169}$ Г) $-\frac{1}{169}$

12. Сравнете дължината на дъга l_1 , която е $\frac{1}{4}$ от окръжност с радиус 12 cm с дължината на дъга l_2 , която е $\frac{3}{4}$ от окръжност с радиус 2 cm.

- А) $l_1 = l_2$ Б) $l_1 < l_2$ В) $l_1 > l_2$ Г) Не може да се определи

13. Правоъгълен паралелепипед има измерения a , b и c , като $a:b = 4:3$ и $b:c = 2:5$. Сборът от всичките му ръбове е 232 cm. Дължината на най – дългият му ръб е:

- А) 30 cm Б) 16 cm В) 32 cm Г) 120 cm

14. Колко пъти ще се увеличи обема на правилна четириъгълна пирамида, ако основният ръб се увеличи 3 пъти, а височината 2 пъти?

- А) 6 Б) 18 В) 12 Г) 36

15. Детски надуваем басейн има цилиндрична форма с диаметър 2 m и височина 80 cm. Колко литра вода са необходими за да се напълнят $\frac{7}{8}$ от басейна? ($\pi = 3,14$)

- А) 21,98 Б) 700 В) 2198 Г) 2512

16. Правоъгълен триъгълник с катети 3 cm и 4 cm е завъртян около хипотенузата си. Обемът на полученото тяло (в cm^3) е:

- А) $6,144\pi$ Б) $4,456\pi$ В) $3,456\pi$ Г) $9,6\pi$

17. От метално кълбо с диаметър 18 cm са излети метални топчета с радиус 3 cm. Техният брой е:

- Б) 216 В) 3 В) 27 Г) 4

18. Монета и правилен зар се хвърлят едновременно. Каква е вероятността да се паднат едновременно ези и просто число на зара?

- А) $\frac{1}{4}$ Б) $\frac{1}{2}$ В) 1 Г) 0

Пълните решения с необходимите обосновки на задачи 19 и 20 запишете в листа за отговори на указаните за това места

19. Даден е многочленът $A = (2x - y - 3)^2 - (3x + 2)(x - y) + y(x + 4)$

А) Приведете A в нормален вид.

Б) Пресметнете стойността на A при $x = 2025^2 - 2 \cdot (2024,5^2 - 0,5^2) + 2024^2$

$$\text{и } y = \frac{(2^2)^3 \cdot (6^2)^2}{(-3)^3 \cdot 4^4 \cdot 2^4}$$

В) Намерете най- малката стойност на многочлена A .

20. В правоъгълна координатна система Oxy постройте точките $A(-4; -1)$, $B(8; -6)$, $C(-1; 6)$ и $D(-4; 2)$. Намерете :

А) обиколката на четириъгълника $ABCD$ (в м.ед.);

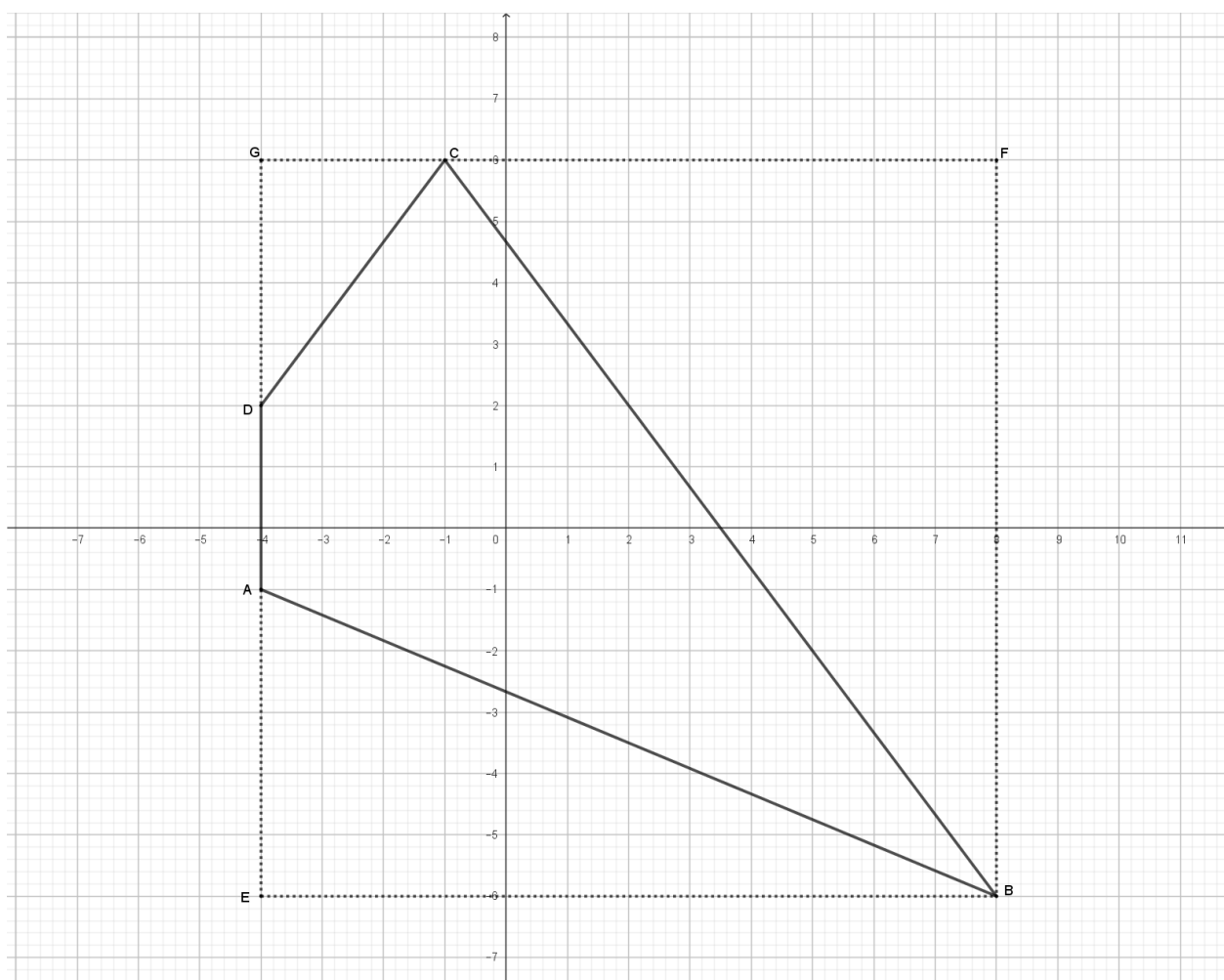
Б) лицето му (в кв.м.ед.).

Ключ с верните отговори 7 клас

№ на задача	Отговор	Брой точки
1	Г	3
2	А	4
3	Б	3
4	Б	3
5	А	4
6	Г	3
7	В	3
8	А	3
9	В	4
10	Б	3
11	Г	4
12	В	3
13	А	3
14	Б	3
15	В	3
16	Г	4
17	В	3
18	А	4
19	Общ брой точки:	17 точки, от които
19 А)	За представяне на $(2x - y - 3)^2 = 4x^2 + y^2 + 9 - 4xy - 12x + 6y$ - 2 точки За правилно разкриване на следващите скоби -1т За правилно привеждане и достигане до $A = x^2 + y^2 - 14x + 12y + 9$ - 1т.	4 точки
19 Б)	$x = 1$ $y = -\frac{3}{4}$ $A = -12\frac{7}{16}$	2 точки 3 точки 2 точки
19 В)	Представяне на А във вида $A = (x - 7)^2 + (y + 6)^2 - 76$ (за отделяне на само 1 точен квадрат - 2 точки) Извод: При $x = 7$ и $y = -6$ $A_{\min} = -76$	4 точки 2 точки
20	Общ брой точки:	13 точки, от които
20 А)	Както е показано в решението по - долу	6 точки
20 Б)	Като е показано в решението по - долу	7 точки

Общ брой точки от теста 90.

Примерно решение на задача 20: а) За правилен чертеж 2 точки



Пресмятане на дължините $AD = 3$, 0,5 точки

Пресмятане по Питагорова теорема: $AB = 13$ 1 точка

$CB = 15$ 1 точка

$DC = 5$ 1 точка

Пресмятане на периметъра: $P = 3+13+15+5 = 36$ м. ед.....0,5 точки

Б) Представяне на лицето на четириъгълника $S_{ABCD} = S_{EBFG} - S_{\triangle EBA} - S_{\triangle BFC} - S_{\triangle DCG}$ 2 точка

$$S_{EBFG} = 12 \cdot 12 = 144 \quad 1 \text{ точка}$$

$$S_{EBA} = \frac{5 \cdot 12}{2} = 30 \quad 1 \text{ точка}$$

$$S_{BFC} = \frac{9 \cdot 12}{2} = 54 \quad \dots\dots\dots 1 \text{ точка}$$

$$S_{GCD} = \frac{3.4}{2} = 6 \dots\dots\dots 1 \text{ точка}$$

Следовательно

$$S_{ABCD} = 144 - 30 - 54 - 6 = 54 \dots\dots\dots 1 \text{ точка}$$