

Министерство на образованието и науката

72. Национална олимпиада по математика

Областен кръг, 12. февруари 2023 г.

ТЕМА ЗА 5. КЛАС

Задача 1. Числото x е такова, че

$$20 : (1 - 3 : x) = 20\frac{1}{3}.$$

Естественото число y е най-малкото кратно на 7, което при деление на 8 дава остатък 5, а при деление на 9 дава остатък 6.

Ако $(a \triangle b) = a \cdot b + 3 \cdot a$, числото z е такова, че $\left(\frac{1}{4} \triangle z\right) = 5$.

Намерете стойността на израза

$$z \cdot y : \left(x - \frac{x+y}{3}\right).$$

Задача 2. Пиратите Джак и Бил намерили сандък със златни монети. Джак предложил:

– Днес аз ще взема $\frac{1}{3}$ от монетите и ти ще вземеш $\frac{1}{4}$ от монетите в сандъка. От останалите монети в сандъка утре ти ще вземеш $\frac{1}{3}$ и аз ще взема $\frac{1}{4}$. Каквото остане след това, ще го делим поравно.

След известен размисъл, Бил отговорил:

– Ще се съглася, ако след като разделим останалите монети поравно, ти ми дадеш още 77 монети от твоите. Тогава ще имаме равен брой монети.

Ако пиратите са смятали вярно, колко монети е имало в съкровището?

Задача 3. Иван решил всеки понеделник да слага в касичката си по 7 лв., а ако забрави, тогава в сряда да слага 17 лв. След N седмици той събрал в касичката 2023 лева.

а) Ако N е повече от 170, но по-малко от 180, колко пъти Иван е забравил да сложи пари в понеделник?

б) Намерете всички възможни стойности на N .

Време за работа: 4 часа