СЪЮЗ НА МАТЕМАТИЦИТЕ В БЪЛГАРИЯ
СЕКЦИЯ „ИВАН САЛАБАШЕВ“ - СТАРА ЗАГОРА

Математически турнир „Иван Салабашев“

30 ноември 2024 г.

Тема за 7. клас

(време за работа 120 минути)

След всяка от задачите от 1 до 10 има 4 отговора, само един от които е верен. Отговорът на всяка от задачите от 11 до 15 е число. За верен отговор на всяка от задачите от 1 до 5 се присъждат по 2 точки. За верен отговор на всяка от задачите от 6 до 10 се присъждат по 4 точки. За верен отговор на всяка от задачите от 11 до 15 се присъждат по 6 точки. За неверен или непосочен отговор не се присъждат точки. Не се разрешава ползването на калкулатори. Крайното класиране на всички участници в Турнира може да намерите на адрес http://www.math.bas.bg/salabashev/ след 23.12.2024 г.

Журито Ви пожелава приятна работа.

1. Вярното разлагане на многочлена

$$15ab + 2 - 3a - 10b$$

на множители е:

А) $(5b-1)(2-3a)$ **Б)** $(5b-1)(3a-2)$
В) $(5b+1)(3a-2)$ **Г)** $(5b+1)(2-3a)$

2. При хвърляне на два зара вероятността сборът от падналите се точки да е просто число, е:

А) $\dfrac{5}{12}$ **Б)** $\dfrac{1}{2}$ **В)** $\dfrac{23}{36}$ **Г)** $\dfrac{1}{3}$

3. Нека M е най-голямото цяло число, за което $M+1213$ и $M+3773$ са точни квадрати. Цифрата на единиците на числото M е:

А) 2 **Б)** 8 **В)** 1 **Г)** 6

4. Ако $a<0$ е рационално число, кой израз е равен на $|a-2-|a-1||$?

А) $1-a$ **Б)** 1 **В)** 3 **Г)** $3-2a$

5. В израза

$$1+3+5+\cdots+97+99$$

Сашо променил някои знаци $+$ на $-$ така, че числената стойност на получения израз станала отрицателна. Колко най-малко знаци е променил Сашо?

А) 14 **Б)** 16 **В)** 15 **Г)** 17

6. Остатъкът, който израза

$$7+7^2+7^3+\cdots+7^{2023}+7^{2024}$$

дава при деление с 19, е равен на

А) 18 **Б)** 1 **В)** 7 **Г)** 0

7. Дължината и широчината на правоъгълен паралелепипед увеличили с по 25%. С колко процента трябва да се намали височината на паралелепипеда, така че неговия обем да не се промени?

А) 40 **Б)** 44 **В)** 36 **Г)** 50

8. Числената стойност на израза

$$7\cdot\frac{1}{37}+4\frac{36}{37}\cdot 2+\frac{1}{37}\cdot 4\frac{36}{37}+\left(4\frac{36}{37}\right)^2 \text{ е:}$$

А) 7 **Б)** 9 **В)** 49 **Г)** 35

9. Даден е правоъгълник $ABCD$ със страни $AB=8$ и $BC=4$. Точките M и N са съответно върху страните AB и BC и $\sphericalangle DMN = 90^\circ$. Ако триъгълниците DAM и DCN имат равни лица, колко е лицето на $\triangle DMN$?

А) 13 **Б)** 15 **В)** 16 **Г)** 14

10. За естественото число n полагаме

$$f(n)=\frac{n}{2}+\frac{n^2}{4}+\frac{n^4}{8}+\frac{n^8}{8}.$$

Колко от числата $f(2024)$, $f(2025)$, $f(2026)$ и $f(2027)$ са цели?

А) 4 **Б)** 2 **В)** 1 **Г)** 3

11. Нека a и b са взаимнопрости естествени числа, за които $a > b$ и

$$\frac{a^3 - b^3}{(a-b)^3} = \frac{73}{3}.$$

Колко е $a - b$?

12. Таблица 3×3 е разделена на 9 единични квадратчета по обичайния начин. Всяко квадратче е оцжетено в черно или бяло по случаен начин. Таблицата е завъртяна на 90° по посока на часовниковата стрелка около центъра си. Всяко бяло квадратче, на което новата позиция първоначално е била черна, се преоцветява в черно. Цветовете на останалите квадратчета остават непроменени.
Ако вероятността таблицата да стане изцяло черна е записана като несъкратима дроб $\dfrac{p}{q}$, то намерете $p + q$.

13. В една кошница има 300 топчета от по един, два или пет грама. Известно е, че общото тегло на топчетата е 1 килограм и топчетата от някои два вида са равен брой. Колко е този брой?

14. В турнир по тенис участват 27 играчи. Всеки мач завършва с победа на единия играч, т.е. няма равни мачове. Всеки, който е загубил, напуска турнира. След края на турнира се оказало, че N участници изиграли поне по 4 мача. Каква е възможна най-голямата стойност на N?

15. Простото число p е такова, че за произволни цели числа a и b числата $10a + 3b$ и $a + 8b$ или и двете се делят на p, или и двете не се делят на p. Колко е сборът на всички възможни стойности на p?