

ПРОЛЕТНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ

Тема за VI клас

30 март 2024 г.

Задача 1. (6 точки) Сравнете числата

$$A = 8 \cdot 7 - 8 \cdot 7^2 + 8 \cdot 7^3 - 8 \cdot 7^4 + \dots - 8 \cdot 7^{98} + 8 \cdot 7^{99}$$

и

$$B = 3 \cdot 4 + 3 \cdot 4^2 + 3 \cdot 4^3 + \dots + 3 \cdot 4^{124}.$$

Задача 2. (6 точки) Пипи пазарувала в магазина за бонбони. Оказало се, че:

- В магазина има само шоколадови, ментови и ягодови бонбони, като броят на ментовите е с 25% повече от броя на шоколадовите.
- Ако Пипи, без да гледа, вземе един от бонбоните в магазина, с вероятност 25% този бонбон ще е шоколадов.
- Бонбон от всеки вид струва цяло число стотинки. Цената на 30% от ментовите бонбони в магазина се отнася към цената на 25% от шоколадовите бонбони както 2 : 3.

а) Определете отношението на цените на един шоколадов бонбон и на един ментов бонбон.

б) Пипи купила всички бонбони в магазина и платила 20,72 лв. Ако един ягодов бонбон струва 13 ст., то общо колко бонбони е купила Пипи?

Задача 3. (7 точки) В четириъгълника $ABCD$ диагоналите AC и BD се пресичат в точка O . Точка M е от отсечката AO , а N е от отсечката BO и

$$S_{ADM} : S_{ANM} = S_{BNM} : S_{BNC}.$$

а) Докажете, че триъгълниците DMN и DMC имат равни лица и правите DM и CN са успоредни.

б) Ако $S_{ABCD} = 2024 \text{ cm}^2$, $S_{DOC} = 44 \text{ cm}^2$ и

$$S_{MOD} : S_{BCN} : S_{ONC} = 1 : 2 : 4,$$

намерете отношението на лицата на триъгълниците AMD и MBN .

Задача 4. (7 точки) Най-малкото общо кратно на естествените числа a и b е 2024. Ако a се увеличи с 25% и b се намали с 50%, се получават две взаимнопрости естествени числа.

а) С колко процента се увеличава най-малкото общо кратно на числата след тази промяна?

б) Намерете a и b , ако е известно, че тяхната разлика се дели на 7.

Време за работа: 4 часа и 30 минути