

CONTENT **Page**

Задачи за 1. клас – есен, зима, пролет, финал, щафета, отговори	2
Задачи за 2. клас – есен, зима, пролет, финал, щафета, отговори	18
Задачи за 3. клас – есен, зима, пролет, финал, щафета, отговори	30
Задачи за 4. клас – есен, зима, пролет, финал, щафета, отговори	41
Задачи за 5. клас – есен, зима, пролет, финал, щафета, отговори	52
Задачи за 6. клас – есен, зима, пролет, финал, щафета, отговори	63
Задачи за 7. клас – есен, зима, пролет, финал, щафета, отговори	74
Задачи за 8. клас – есен, зима, пролет, финал, щафета, отговори	86
Задачи за 9/12. клас – есен, зима, пролет, финал, щафета, отговори	97



МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦИ

ПРИМЕРНИ ТЕСТОВЕ

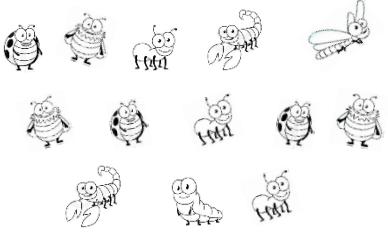
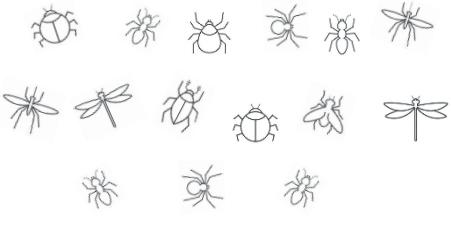
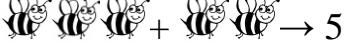
1. КЛАС

УКАЗАНИЯ

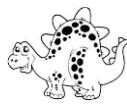
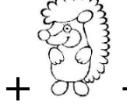
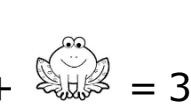
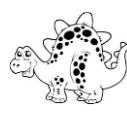
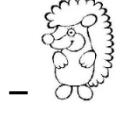
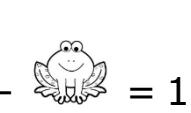
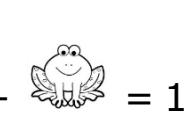
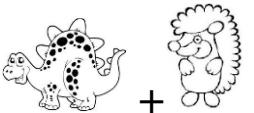
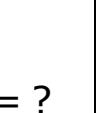
1. Моля не отваряйте теста преди квесторът да е дал разрешение.
2. Тестът съдържа 20 задачи със свободен отговор, който записвате в листа за отговори. Проверява се единствено листа за отговори и по него се получава резултатът на участника, с който той участва в класирането.
3. Всяка задача се оценява с 2 точки за верен отговор; с 1 точка – ако отговорите са два или повече, а са посочени поне половината, или ако освен верният отговор, е посочен и един грешен; 0 точки – за грешен отговор или липса на отговор.
4. Времето за работа е не повече от 60 минути. При равен брой точки по-напред в класирането е този ученик, който е изразходвал по-малко време за решаването на задачите.
5. Забранено е използването на калкулатори, телефони или други електронни устройства, учебници и справочници с формули.
6. В условията на задачите се използват *естествените числа и числото 0*. (0, 1, 2, 3, 4, ..., 10, 11, ..., 99, 100, 101, ...)
7. За задачите с числов отговор трябва да се използват *естествените числа и 0*. (0, 1, 2, 3, 4, ..., 10, 11, ..., 99, 100, 101, ...)
8. По време на състезанието не се допуска чужда помощ от квестора или друго лице.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХ!

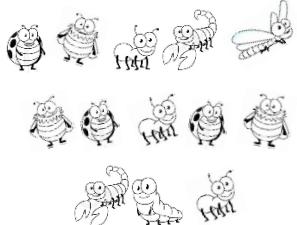
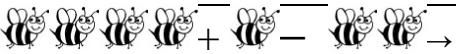
ЕСЕН – ПЪРВИ КЛАС

	 РАЗГЛЕДАЙ	 ПОМИСЛИ	 ЗАПИШИ
1	 $\rightarrow 3$	 $\rightarrow ?$
2	$1, 2, 3 \rightarrow 1 + 2 + 3 = 6$ $? = 6$	$2, 3, 4 \rightarrow \dots + \dots + \dots = ?$ $? =$
3	 $\rightarrow 5$	 $\rightarrow ?$
4	$\underbrace{1, 2, \dots, \dots, 5, 6}_{3+4=7}$ $? = 7$	$\underbrace{2, 3, \dots, \dots, 6, 7}_{\dots + \dots = ?}$ $? =$
5	$\bullet 1 \bullet \bullet 2 \bullet \bullet \bullet ?$ $? = 3$	$\bullet 1 \bullet \bullet 3 \bullet \bullet \bullet ? \bullet \bullet \bullet 7 \bullet \bullet \bullet \bullet 9$ $? =$
6	$1 \rightarrow 3 \rightarrow ? \rightarrow 7 \rightarrow 9$ $? = 5$	$0 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 6 \rightarrow ? \rightarrow 10$ $? =$
7	 $? = 5 + 1$ $? = 6$	 $\dots + \dots + \dots = ?$ $? =$
8	$3 - 2 + 4 - 3$ $+ \rightarrow -$	$3 + 2 - 1 - 3$ $+ \rightarrow -$	

	$\rightarrow +$ $3 + 2 - 4 + 3 = ?$ $? = 4$	$\rightarrow +$ $3 \dots 2 \dots 1 \dots 3 = ?$ $? =$
9	$3 + 2 < 3 + @$ $6 - 2 > @$ $@ = 3$	$3 + 2 > 3 + @$ $2 - 2 < @$ $@ = ?$
10	$1 + 1 + 1 + 1 = 4$ $1 \rightarrow 2$ $2 + 2 + 2 + 2 = ?$ $? = 8$	$2 + 2 + 2 = 6$ $2 \rightarrow 3$ $\dots + \dots + \dots + = ?$ $? =$
11	12345678 1357 15 $? = 15$	11223344 $\dots \dots \dots$ $\dots \dots$ $? =$
12	$\star + \star = 4$ $\star + \star + \star + \star = ?$ $? = 8$	$\bullet + \bullet = 2$ $\bullet + \bullet + \bullet + \bullet + \bullet + \bullet = ?$ $? =$
13	$\star + \star = 2$ $\star + ? = 1$ $? = 0$	$\star + \star = 4$ $\star + ? = 3$ $? =$
14	$1, 2, 3, 5$ $1 + 2 + 3 - 5 = ?$ $? = 1$	$2, 3, 5, 1$ $\dots + \dots + \dots - \dots = ?$ $? =$
15	$\underbrace{7, 8, 9}_{3}$ $\underbrace{10}_{2}$	$\underbrace{6, 7, 8, 9, 10}_{?}$ $? =$

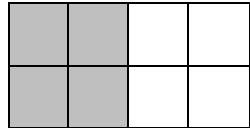
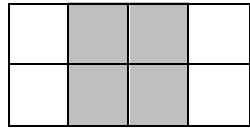
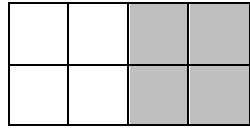
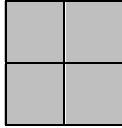
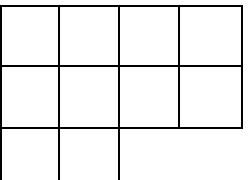
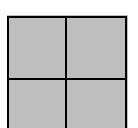
	$\underbrace{7, 8, 9, 10}_5$		
16	$* * = \text{flower flower}$ $\text{flower flower flower flower flower} = 4(*)$ $? = 4$	$* * * = \text{flower flower}$ $\text{flower flower flower flower flower flower} = ?(*)$ $?$
17	$10, 11, 12,$ $1 + 0, 1 + 1, 1 + 2$ $1, 2, 3$ $1 + 2 + 3 = 6$ $? = 6$	$10, 13, 14$ $\dots \dots \dots$ $\dots \dots \dots$ $\dots \dots \dots$ $? =$
18	$\underbrace{\square \square \square}_3 \underbrace{\bullet \bullet}_2 \underbrace{\Delta \Delta \Delta \Delta}_4$ $\square + \bullet - \Delta$ $3 + 2 - 4 = ?$ $? = 1$	$\underbrace{\square \square \square}_3 \underbrace{\bullet \bullet}_2 \underbrace{\Delta \Delta \Delta \Delta}_4$ $\dots \dots \dots$ $\square - \bullet + \Delta$ $\dots - \dots + \dots$ $? =$
19	$8, 6, 2, 9, 1 \rightarrow 1, 2, 6, 8, 9$ $9 - 1 = 8$ $7, 2, 4, 5, 6 \rightarrow 2, 4, 5, 6, 7$ $7 - 2 = 5$	$8, 0, 9, 10, 1 \rightarrow \dots, \dots, \dots, \dots, \dots$ $\dots - \dots = ?$ $? =$
20	 +  +  = 3  -  -  = 1  -  = 1	 +  -  = ?

ЗИМА – 1. КЛАС

	 РАЗГЛЕДАЙ	 ПОМИСЛИ	 ЗАПИШИ
1	  $\text{owl} \rightarrow 3$	   $\text{spider} \rightarrow ?$
2	$* * = \text{flowers}$ $\text{flowers} = 1(*)$ $? = 1$	$* * * = \text{flowers}$ $\text{flowers} = ?(*)$ $? = ...$
3	 $4 + 1 - 2 = ?$ $? = 3$	 $... + ... - ... = ?$ $? = ...$
4	$1 \xrightarrow{+1} 2 \xrightarrow{+2} 4 \xrightarrow{+3} 7 \xrightarrow{+4} ? \xrightarrow{+5} 16$ $? = 11$	$0 \xrightarrow{+1} \dots \xrightarrow{+2} \dots \xrightarrow{+3} \dots \xrightarrow{+4} \dots \xrightarrow{+5} ?$ $? = ...$
5	$6 \xrightarrow{-1} 5 \xrightarrow{+2} 7 \xrightarrow{-3} 4 \xrightarrow{+4} ? \xrightarrow{-5} 3$ $? = 8$	$3, 2, 4, 1, 5, ?$ $? = ...$
6	$2, 3, 7 \rightarrow 2 + 3 + 7 = 12 \rightarrow 1 + 2 = ?$ $? = 3$	$4, 5, 5 \rightarrow \dots + \dots + \dots = \dots \rightarrow \dots + \dots = \rightarrow ?$ $? = ...$

7	<p>$1 + 4 + 5 = 10$</p>	<p>$\dots + \dots + \dots = ?$ $? = \dots$</p>
8	<p>10, 11, 12, 13, 14</p> <p>$8, 9, 10, \underbrace{\dots}_{6}, 14$</p> <p>$? = 6$</p>	<p>10, 11, 12, 13, 14, 15, 16</p> <p>$10, \underbrace{\dots}_{?}, 16$</p> <p>$? = \dots$</p>
9	<p>$+ 4$</p> <p>$? - 6$</p>	$? = \dots$
10	<p>$1 + 1 + 1 = ? - 1$</p> <p>$? = 4$</p>	<p>$2 + 2 + 2 = ? - 2$</p> <p>$? = \dots$</p>
11	<p>$\square = 3 (\bullet)$</p> <p>$2(\star) = 1 (\bullet)$</p>	<p>$2 (\square) + 4 (\star) = ? (\bullet)$</p>
12	<p>$9 + 2 + 3 = 1?$</p> <p>$9 + 2 + 3 = 14 \rightarrow ? = 4$</p>	<p>$3 + 5 + 2 + 3 = 1?$</p> <p>$? = \dots$</p>

	 13 	
	 14 	
	$1 + 2 + 3 + 4 + 5 = ?$ $? = 15$	$\dots + \dots + \dots + \dots + \dots = ?$ $? = \dots$	
15	 $? \rightarrow >$	$? \rightarrow \dots$
16	$\square = 5 - 2$ $\circlearrowleft = 8 - 4$ $\Delta = 2 + 3$ $3 < ? < 5$ $? \rightarrow \circlearrowleft$	$\square = 4 + 0$ $\circlearrowright = 6 - 3$ $\Delta = 4 + 1$ $3 < ? < 5$ $? \rightarrow \dots$
17	$2, 1, 4 \rightarrow 1 < 2 < 4$	$5, 1, 2 \rightarrow \dots < \dots < \dots$

	$1 + 4 - 2 = 3$ $? = 3$	$\dots + \dots - \dots = ?$ $? = \dots$	
18	$8 + \star < 10$ $\star \rightarrow \underbrace{0, 1}_2 \rightarrow ? = 2$	$7 + \star < 11$ $\star \rightarrow \underbrace{\dots \dots}_? \rightarrow ? = \dots$
19	    <p>?</p> <p>? = 3</p>	  <p>?</p> <p>? = ...</p>
20	$* < * < \odot$ $* + * + \odot = 5$ $\underbrace{0 + 1 + 4 = 5, 0 + 2 + 3 = 5}_2$ $? = 2$	$* < * < \odot$ $* + * + \odot = 6$ $? = \dots$

ПРОЛЕТ – 1. КЛАС

Задача 1.

$$2 - 0 + 2 - 2 = \square$$

$$\square = ?$$

Задача 2.

$$10 - 2 - \square = 2$$

$$\square = ?$$

Задача 3.

$$1 + 1 + 2 + 2 - 3 - 3 = ?$$

Задача 4.

$$\square = 2$$

$$\Delta = \square + \square - 1$$

$$\square + \Delta = ?$$

Задача 5.

$$9, 12, 10 \Rightarrow 9 < 10 < 12 \Rightarrow 91012 \Rightarrow 0$$

$$9, 7, 0, 13 \Rightarrow 0 < 7 < 9 < 13 \Rightarrow 07913 \Rightarrow 9$$

$$30, 9, 20, 10 \Rightarrow \dots < \dots < \dots < \dots \Rightarrow \dots \Rightarrow ?$$

Задача 6.

$$9, 12, 10 \Rightarrow 9 < 10 < 12 \Rightarrow 10$$

$$9, 7, 0, 13, 1 \Rightarrow 0 < 1 < 7 < 9 < 13 \Rightarrow 7$$

$$30, 9, 20, 19, 10 \Rightarrow \dots < \dots < \dots < \dots < \dots \Rightarrow ?$$

Задача 7.

$$\begin{array}{r} 5 \\ + \\ 7 \quad - \quad \blacksquare = \bullet \\ = \\ 9 \end{array}$$

$$\bullet + \bullet - \blacksquare = ?$$

Задача 8. Колко е броят на различните цифри, които трябва да поставим вместо \square , за да е вярно: $100 - 10 - 20 < \square 0$

Задача 9.

$$\begin{aligned} 10 + 20 + 30 + \square &= 40 + 20 + 10 \\ \square &=? \end{aligned}$$

Задача 10.

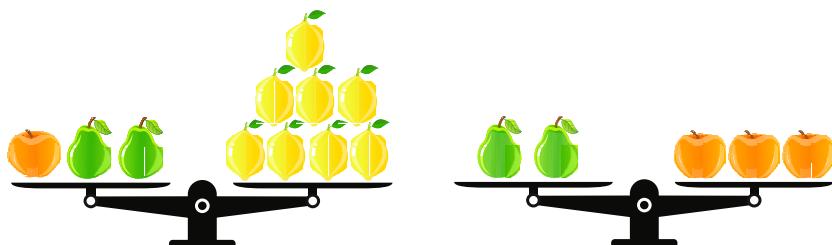
$$\begin{aligned} \circ + \bullet + \square &= 12; \\ \circ + \bullet &= 7 \\ \bullet + \square &= 8 \\ \bullet &=? \end{aligned}$$

Задача 11. Сборът на едноцифреното число \star и 9 е равен на събира на едноцифреното число \clubsuit и 1. Пресметнете $\clubsuit + \star$. Запишете всички възможни съброве.

Задача 12. Пет деца написали в тетрадките си $10 + 20$. След това всяко дете изтрило по една цифра и пресметнало вярно съброва.

Колко от получените съброве със сигурност са равни?

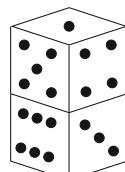
Задача 13. Една ябълка и две круши тежат общо колкото осем лимона. Две круши тежат колкото три ябълки. Колко лимона тежи 1 ябълка?



Задача 14. Събрах две различни двуцифрени числа и получих сбор, по-малък от 23. От по-голямото от тези числа извадих по-малкото. Кое число съм получил? Запишете всички възможни отговори?

Задача 15. Денят на шегата се празнува в различни страни по света на 1 април. Тази година 1 април е в петък. Колко петъци има през април 2022 г. след Деня на шегата?

Задача 16. Колко е броят на точките, които не се виждат?



Задача 17. Във фруктиера има ябълки и лимони. Ябълките са 6, от които 2 са жълти. Жълтите плодове са общо 11. Колко общо са плодовете във фруктиерата?

Задача 18. Коя цифра трябва да зачертаем в $10 + 20 + 30$, така че да се получи най-малък сбор?

Задача 19. Колко едноцифрени числа не са по-големи от 7?

Задача 20. Пресметнете $1 - 10 + 2 + 3 + 4 + 5$.

Пример: $1 - 8 + 9 = 1 + 9 - 8 = 10 - 8 = 2$

$$1 - 5 + 2 + 3 = 1 + 2 + 3 - 5 = 6 - 5 = 1$$

ФИНАЛ – 1. КЛАС

Задача 1.

$$7 + 8 + 9 + 10 + \square = 8 + 9 + 10 + 11 \Rightarrow \square = \dots$$

Задача 2. Пресметнете

$$9 + 8 + 7 + 6 - 5 - 5 - 5 - 5 - 1$$

Задача 3. Пресметнете $\bigcirc + \square$, ако

$$\bigcirc \xrightarrow{+2} 5 \xrightarrow{+\square} 11$$

Задача 4. Колко числа са пропуснати? $0, 1, 2, 3, \underbrace{\dots}_{?}, 19, 20$

Задача 5. Записах всички числа от 19 до 33. В колко числа има цифрата 2?

Задача 6. Сборът на две различни едноцифрови числа е 17. От по-голямото от двете събираеми извадете по-малкото. Колко е получената разлика?

Задача 7. Колко са числата, които НЕ са по-големи от 3?

Задача 8. Ако намалим с 2 умаляемото в израза $11 - 2$ коя е разликата, която ще получим?

Задача 9.

$$10 + 23 = 24 \Rightarrow 1 + 23 = 24 \Rightarrow 0$$

$$14 + 23 = 24 \Rightarrow \dots \Rightarrow ?$$

Коя цифра трябва да се зачеркне в $14 + 23 = 24$, за да се получи вярно равенство?

Задача 10. Коя е цифрата, която трябва да поставим вместо всяко \square , за да се получи вярно равенство?

$$\square 8 - 1 \square - 2 = 2 \square$$

Задача 11. Поставете числата 1, 2 и 3 в квадратчетата, така че да е вярно

$$\square > \square + \square - 2$$

Колко е сборът на числата, които са в оцветените квадратчета \square ?

Задача 12. Мария начертала три отсечки. Първата е дълга 11 см, втората е с 4 см по-къса от първата, а третата отсечка е по-дълга от втората с 5 см. Колко сантиметра е третата отсечка?

Задача 13. Три деца Алекс, Борис и Клеър записали всички числа от 1 до 20 като се редували: Алекс записал 1, Борис записал 2, Клеър записала 3, Алекс записал 4, Борис – 5, Клеър – 6 и така нататък. Колко двуцифrenи числа е записала Клеър?

Задача 14. От конец с дължина 80 см Алиса иска да отреже части с дължина 10 см и 20 см. Общо колко най-много части и от двете дължини тя може да получи?

Задача 15. На шесте стени на зар са изобразени 1, 2, 3, 4, 5 и 6 точки. С колко точките, които се виждат на картинката са повече от тези, които не се виждат.



Задача 16. Имаме три карти с написани върху тях числа:

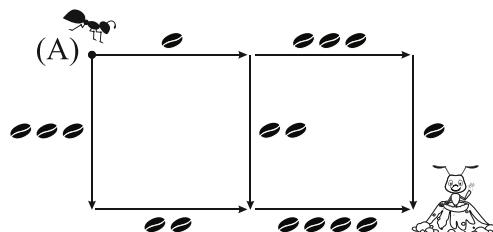


С две от тях можем да получим резултат 13:

$$\begin{array}{c} 7 \\ + \end{array} \quad \begin{array}{c} 6 \\ = \end{array} \quad 13$$

Колко различни резултата можем да получим, ако пресмятаме сборовете на числата върху две от тези карти?

Задача 17. Мравката Фреди се движи от точка А до точка мравуняка като следва стрелките (\rightarrow) и събира всички зрънца по изминатия път. С колко зрънца тя може да стигне до мравуняка? Запишете всички възможни отговори.



Задача 18. Не ми достигат 9 бонбона, за да имам 11 бонбона. Колко бонбона не ми достигат, за да имам 20 бонбона?

Задача 19. Колко двуцифрени числа не са по-големи от 19?

Задача 20. Пресметнете $12 - 13 + 8 + 2 + 7 + 3$.

МАТЕМАТИЧЕСКА ЩАФЕТА – 1. КЛАС

*Отговорите на всяка задача са скрити под символите @, #, &, §, *,*

и се използват при решаването на следващата задача. Всеки отбор попълва общ талон.

Задача 1. Написани са едно след друго всички числа от 1 до 31, включително. Цифрата 2 е написана @ пъти? Пресметнете @.

Задача 2. Сборът на две едноцифрени числа е @. По-голямото от двете събираме може да бъде най-малко #. Намерете #.

Задача 3. На дъската са записани числата от 1 до 20, включително. Игор изтрил всички числа, които не са по-малки от # и вместо всяко изтрито число записал числото 1. След това пресметнал вярно сбора им и получил &. Намерете &.

Задача 4. Въже с дължина & см е нарязано на § парчета с дължина 11 см или 13 см. Пресметнете §.

Задача 5. Вместо да събере едно число с § и да получи резултат *, Алекс извадил от това число § и получил 17. Пресметнете *.

ОТГОВОРИ НА МАТЕМАТИЧЕСКАТА ЩАФЕТА ЗА 1. КЛАС

Задача	1	2	3	4	5
Отговор	13	7	35	3	23

КЛЮЧ – 1 КЛАС

Задача	КРЫГ	ЕСЕН	ЗИМА	ПРОЛЕТ	ФИНАЛ
1		4	5	2	4
2		9	2	6	9
3		9	7	0	9
4		9	15	5	15
5		5	0	2	11
6		8	5	19	1
7		8	15	2	4
8		5	10	2	7
9		1	+ 2	10	4
10		9	8	3	3
11		13	8	8 и 10	3
12		6	3	2	12
13		1	2	2	3
14		9	16	1, 2	7
15		6	>	4	1
16		9	□	23	5
17		10	4	15	5, 7, 9
18		5	4	3	18
19		10	4	8	10
20		3	3	5	19



МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦИ

ПРИМЕРНИ ТЕСТОВЕ

2. КЛАС

УКАЗАНИЯ

1. Моля не отваряйте теста преди квесторът да е дал разрешение.
2. Тестът съдържа 20 задачи със свободен отговор, който записвате в листа за отговори. Проверява се единствено листа за отговори и по него се получава резултатът на участника, с който той участва в класирането.
3. Всяка задача се оценява с 2 точки за верен отговор; с 1 точка – ако отговорите са два или повече, а са посочени поне половината, или ако освен верният отговор, е посочен и един грешен; 0 точки – за грешен отговор или липса на отговор.
4. Времето за работа е не повече от 60 минути. При равен брой точки по-напред в класирането е този ученик, който е изразходвал по-малко време за решаването на задачите.
5. Забранено е използването на калкулатори, телефони или други електронни устройства, учебници и справочници с формули.
6. В условията на задачите се използват *естествените числа и числото 0*. (0, 1, 2, 3, 4, ..., 10, 11, ..., 99, 100, 101, ...)
7. За задачите с числов отговор трябва да се използват *естествените числа и 0*. (0, 1, 2, 3, 4, ..., 10, 11, ..., 99, 100, 101, ...)
8. По време на състезанието не се допуска чужда помощ от квестора или друго лице.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХ!

ЕСЕН – 2. КЛАС

Задача 1. Коя цифра трябва да поставим вместо \square , така че да е вярно равенството?

$$50 = \square \text{ десетици} + 20 \text{ единици}$$

Задача 2. Кое число трябва да поставим вместо \square , така че да е вярно равенството?

$$31 + 29 = 95 - \square ?$$

Задача 3. С колко сборът $31 + 13$ е по-голям от разликата $31 - 13$?

Задача 4. Кое число трябва да поставим вместо „?“, така че да е вярно равенството?

$$100 - 40 = ? + 20.$$

Задача 5. Коя цифра трябва да поставим вместо \square , така че да е вярно равенството?

$$7 \text{ десетици} + 8 \text{ десетици} + 50 \text{ единици} = \square \text{ стотици} ?$$

Задача 6. Кое е пропуснатото число?

$$0, 5, 5, 10, 15, 25, \dots, 65$$

Задача 7. Колко са двуцифрените числа, по-малки от 33?

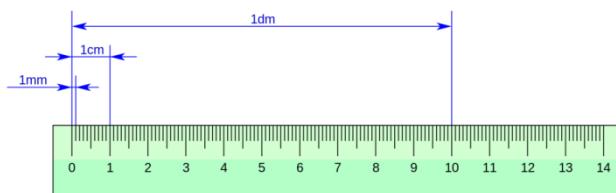
Задача 8. С колко сборът $20 + 40 + 80$ е по-голям от събира $30 + 40 + 50$?

Задача 9. Кои са числата по-малки от 15 и по-големи от 12?

Задача 10. Петър имал 20 цветя, от които 9 червени, а останалите – жълти. Подарил на майка си 7 жълти цветя, а на приятелката си Мария подарил 3 жълти цветя. Колко жълти цветя са останали при Петър?

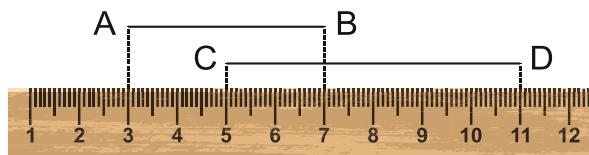
Задача 11. Хари посадил 24 дръвчета в една редица на разстояние 1 метър едно от друго. Колко метра е дълга редицата?

Задача 12. Триъгълник има страни 7 см, 7 см и 6 см. Квадрат има страна 1 дм. С колко сантиметра обиколката на квадрата е по-голяма от обиколката на триъгълника?

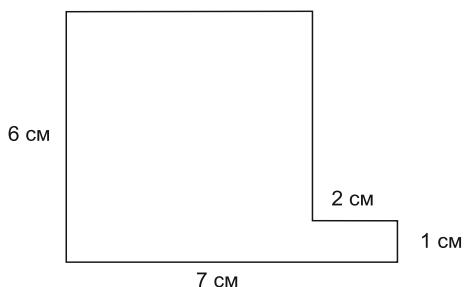


Задача 13. Имам две пръчки - с дължина 15 см и с дължина 5 см. С тях премерих дълчината на една дъска. Пръчката с дължина 15 см използвах три пъти, а пръчката с дължина 5 см – 1 път. Колко сантиметра е дълчината на дъската?

Задача 14. Колко сантиметра е сборът от дълчините на отсечките AB и CD ?



Задача 15. От правоъгълник е изрязан правоъгълник. Получила се друга фигура. Колко са отсечките на тази фигура, които са с равни дължини?



Задача 16. Пресметнете

$$(7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17) - (17 + 15 + 13 + 9 + 7).$$

Задача 17. Първият ден от декември 2021 година е сряда. Кой ден от седмицата ще бъде 16-ият ден на същия месец?

Задача 18. В замъка бяха запалени всичките 33 фенера. От тях загасиха 11. Колко фенера са останали?

Задача 19. С колко най-малкото трицифренено число, записано с три различни цифри и цифра на десетиците 1 е по-голямо от най-малкото трицифренено число, записано с три различни цифри?

Задача 20. Пресметнете

$$\text{lemon} - \text{strawberry} - \text{pear} + \text{apple}$$

ако

$$\begin{array}{rcl} \text{strawberry} + \text{lemon} & = & 16 \\ + & + & \\ \text{apple} - \text{pear} & = & 3 \\ = & = & \\ 12 & 11 & \end{array}$$

ЗИМА – 2. КЛАС

Задача 1. Пресметнете $90 - 80 + 80 - 70 + 70 - 60$.

Задача 2. Пресметнете $2 + 8 + 12 + 18 - 20 - 20$.

Задача 3. Пресметнете $(15 - 5 - 4 - 3 - 2 - 1) + (1 + 2 + 3 + 4 + 5)$.

Задача 4. Умаляемото е равно на разликата. Колко е умалителят?

Задача 5. Пресметнете $40 - 1 + 20 - 2 + 30 - 3 + 20 - 4$. Колко са десетиците в полученото число?

Задача 6. С колко сборът $19 + 20 + 21 + 22 + 8$ е по-малък от събира $20 + 21 + 22 + 23 + 6$?

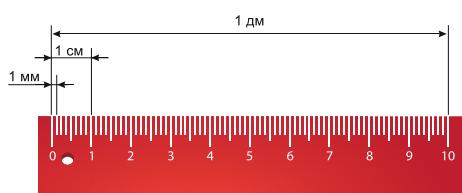
Задача 7. Колко са всички двуцифrenи числа, които могат да се запишат в \square , така че да е вярно $\square + 10 < 30$?

Задача 8. В разликата $40 - 10$, умаляемото е намалено с 10, а умалителят е увеличен с 10. Колко е новата разлика?

Задача 9. Кои цифри можем да поставим вместо $*$, така че числото 22 да не е по-малко от двуцифреното число $*2$?

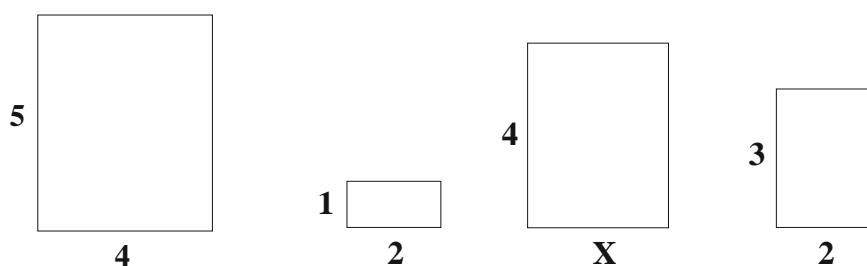
Задача 10. Кое е числото x , ако числата 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, ..., x са записани с 18 цифри?

Задача 11. Лента е дълга 1 дм. С колко *милиметра* тя е по-дълга от лента с дължина 9 см?

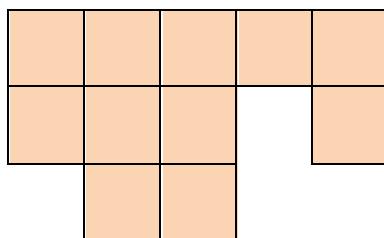


Задача 12. Една от страните на правоъгълник е 15 мм, а другата е с 20 мм по-дълга. Колко десиметра е обиколката на правоъгълника?

Задача 13. Правоъгълник със страни 4 см, 4 см, 5 см, 5 см разрязах на три правоъгълника: първият със страни 1 см, 1 см, 2 см и 2 см; вторият – със страни 2 см, 2 см, 3 см, 3 см; третият – със страни X см, X см, 4 см, 4 см. Колко е X ?



Задача 14. Фигурата е образувана от 11 квадратни плочки. Колко общо са квадратите на фигурата?



Задача 15. Върху права са отбелязани 3 точки. Асен премерил разстоянията между всеки две от точките и записал две от тях: 1 см и 5 см. Колко сантиметра е възможно да е третото разстояние? Запишете всички възможни отговори.

Задача 16. Колко точки трябва да отбележим на една права, за да се получат точно 6 отсечки?

Задача 17. С три различни тежести от 1 кг, 2 кг и x кг можем да претеглим на везна всеки от десетте пакета с тегло от 1 кг до 10 кг. Кое е числото x ?



Задача 18. Иво и Ели записали по единадесет числа.

Иво записал 2, 5, 8, ..., 29, 32. Ели записала 11, 14, 17, ..., 38, 41.

Колко от записаните числа от Иво са записани и от Ели?

Задача 19. Няколко деца имат общо 20 балона, като 5 от тях имат по три балона, а всяко от останалите – по един. Колко са децата?

Задача 20. Коя е най-голямата разлика на две двуцифрени числа записани с 4 различни цифри?

ПРОЛЕТ – 2. КЛАС

Задача 1.

$$10 \text{ десетици} - 10 \text{ единици} = \square$$

$$\square = ?$$

Задача 2.

$$96 - (31 - 15) = \square - (43 - 27)$$

$$\square = ?$$

Задача 3.

$$38 \text{ минути} + 47 \text{ минути} - \square \text{ минути} = 1 \text{ час}$$

$$\square = ?$$

Задача 4. Пресметнете

$$(4 + 5 + 6 + 21 + 32 + 43) - (14 + 25 + 36 + 1 + 2 + 3)$$

Задача 5. Пресметнете \blacksquare , ако

$$9 + 9 + 9 + 9 + 4 = 4 \cdot (4 + \blacksquare).$$

Задача 6. В разликата $60 - 10$, умаляемото е намалено с 19, а умалителят е увеличен с 11.

Колко е новата разлика?

Задача 7. Колко числа са пропуснати?

$$7, 14, 21, \dots, 84, 91, 98$$

Задача 8. Сборът на две числа, едно от които е с 11 по-голямо от другото, е 29.

Кое е по-голямото число?

Задача 9. Колко от знаците „+“ трябва да се заменят със знаци за умножение „.“ така че да се получи вярно равенство?

$$2 + 3 + 5 + 6 = 6 \cdot 6$$

Задача 10. Пресметнете

$$1 - 10 \cdot 10 + 2 \cdot 5 + 4 \cdot 5 + 6 \cdot 5 + 8 \cdot 5.$$

Пример:

$$1 - 8 + 9 = 1 + 9 - 8 = 10 - 8 = 2$$

$$1 - 5 + 2 + 3 = 1 + 2 + 3 - 5 = 6 - 5 = 1$$

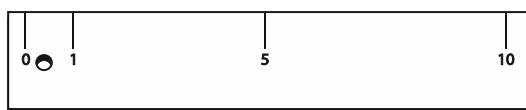
Задача 11. Записах 21 числа. Изтрих няколко от тях и записах сума им. Числата са вече 16. Колко са изтритите числа?

Задача 12. Колко от числата от $0, 1, 2, \dots, 89, 90, 91$ може да представим като произведение на две последователни числа? **Пример:** $20 = 4 \cdot 5$; $56 = 7 \cdot 8$.

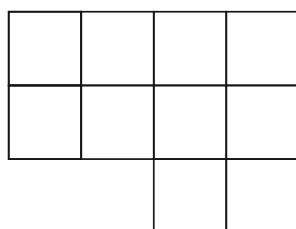
Задача 13. Робот разрязва тръба на 2 части за 6 секунди. За колко секунди роботът ще нареже същата тръба на 8 части?

Задача 14. Квадрат с обиколка 20 см е разрязан на два правоъгълника. Колко сантиметра е сборът от обиколките на тези два правоъгълника?

Задача 15. Колко различни дължини могат да бъдат измерени с тази линийка с едно поставяне?

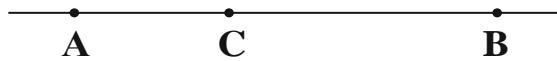


Задача 16. Колко са квадратите на фигурата?



Задача 17. Трите различни точки A , B и C са от една права. Отсечките с краища две от точките A , B и C са три (AB , BC и AC).

Ако $AB + BC + AC = 32$ см, колко сантиметра е дълга най-голямата от трите отсечки?



Задача 18. По колко начина можем да представим числото 32 като произведение на различни множители без да отчитаме реда им?

Задача 19. В 10 букета от рози има общо 54 рози. Някои от букетите са от по 5 рози, а останалите – по 7. Колко са букетите от 5 рози?

Задача 20. Имате 5 картички с написани върху тях числата 0, 3, 6, 7, 9. Колко са всички различни числа, по-големи от 680 и по-малки от 720, които може да се съставят с тези картички?



ФИНАЛ – 2. КЛАС

Задача 1. Пресметнете

$$(1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1):(1 + 1 + 1 + 1) - 1.$$

Задача 2. Колко от числата 1, 3, 5 и 7 могат да се запишат в \square , така че да е вярно написаното?

$$\square + 19 > 5 + 18$$

Задача 3. Намерете \square , ако $6 + 6 + 6 + 9 = \square \cdot 9$.

Задача 4. Заменете \square с едно и също число, така че $\square + 5 + 2.5 = \square \cdot 4$. Кое е това число?

Задача 5. Коя цифра трябва да се зачертне в $10.25 + 10.2 = 40$, за да се получи вярно равенство?

Задача 6. Постави скоби, така че да е вярно равенството.

$$3 \cdot 4 - 2 + 4 = 2 \cdot 9$$

Полученото запиши в листа за отговори.

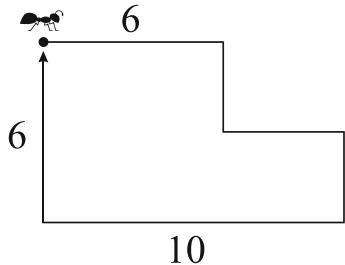
Задача 7. Розов сладолед струва 2 евро, а бял – 3 евро. Колко евро ще трябва да заплатя, ако купя за моите приятели 7 розови и 5 бели сладоледа?

Задача 8. Колко минути трябва да извадим от 150 секунди, за да получим 30 секунди?

Задача 9. След 9 години, Клеър ще бъде 4 пъти по-голяма, отколкото е сега. На колко години ще бъде Клеър след 6 години?

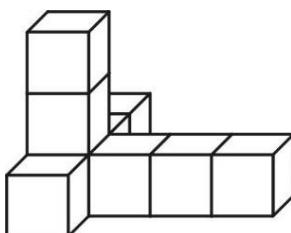
Задача 10. Колко са четните двуцифренни числа, които се делят на 7?

Задача 11. Една мравка се разхождала по страните на фигурата, показана по-долу. Разходката ѝ свършила там, откъдето е започнала. Пътят, който мравката изминава е равен на обиколката на квадрат със страна x см. Пресметнете x .

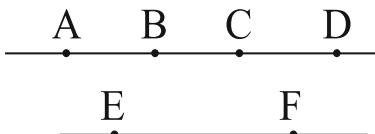


Задача 12. От квадрат A и правоъгълник B може да се образува правоъгълник C с обиколка 40 см. Ако обиколката на квадрата A е 28 см, колко сантиметра е по-малката страна на правоъгълник B ?

Задача 13. Фигурата е съставена от 9 еднакви по тегина кубчета и тежи 24 грама. Колко тежи фигурата, съставена от 6 такива кубчета?



Задача 14. Точкиите A, B, C и D лежат на една пр права. Колко са триъгълниците с върхове три от шестте точки A, B, C, D, E и F ?



Задача 15. Изрязах 12 фигури - триъгълници и квадрати. Броят на триъгълниците е три пъти повече от броя на квадратите. Колко са върховете на всичките изрязани фигури?

Задача 16. Клеър написала всички едноцифрени нечетни числа от най-малкото към най-голямото. След това между всеки две съседни числа написала тяхното произведение. Колко е сборът на всички числа?

Задача 17. В понеделник в езеро имало 2 водни лилии. Всеки следващ ден от седмицата броят на лилиите от предишния ден се удвоявал. Колко лилии е имало в езерото в края на седмицата?

Задача 18. За три числа се знае, че сборът им е 20, второто е два пъти по-малко от първото, а първото число е два пъти по-голямо от третото число. Кое е първото число?

Задача 19. Петър записал в тетрадката си числата 1, 2, 3, 4 и 5, като записал числото:

- 1 до 2, отдясно на 2;
- 5 до 3, отдясно на 3;
- 4 до 1, отдясно на 1;
- 3 до 4, отдясно на 4.

След това между записаните числа от ляво надясно поставил знаците „;“, „“; „–“ и „+“.

Пресметнал вярно. Колко е получил?

Задача 20. Сборът на 7 последователни числа е число, което се дели на 2. Колко са нечетните събираеми?

МАТЕМАТИЧЕСКА ЩАФЕТА ЗА 2. КЛАС

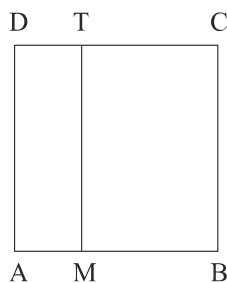
*Отговорите на всяка задача са скрити под символите @, #, &, § и * и се използват при решаването на следващата задача. Всеки отбор попълва общ талон.*

Задача 1. С 4 различни цифри са записани две нечетни двуцифрени числа с разлика 2. Най-големият възможен сбор на двете числа е @. Да се намери @.

Задача 2. За @ секунди мравката изминава третинката от пътя. Целият път тя ще измине за # минути. Да се намери #.

Задача 3. Произведенietо на пет числа е #, а сборът им е нечетното число &. Намерете &.

Задача 4. Страната на квадрата $ABCD$ е & см. Правоъгълник $AMTD$ има страна AM , която е три пъти по-малка от страната AD . Квадратът $ABCD$ има обиколка, която е с § см по-голяма от обиколката на правоъгълника $MBCT$. Намерете §.



Задача 5. От числата от 1 до § са избрахи 4 числа, така че произведенietо на две от избраните да е равно на произведенietо на другите две от избраните числа. Сборът на неизбраните числа е *. Да се пресметнат всички възможни стойности за *.

КЛЮЧ ЗА 2. КЛАС

Задача	1	2	3	4	5
Отговор	160	8	9	6	6; 9

КЛЮЧ ЗА 2. КЛАС

КРЪГ Задача	ЕСЕН	ЗИМА	ПРОЛЕТ	ФИНАЛ
1	3	30	90	1
2	35	0	96	2
3	26	15	25	3
4	40	0	30	5
5	2	10	6	5
6	40	2	20	$3 \times (4 - 2 + 4)$
7	23	10	8	29
8	20	10	20	2
9	13, 14	1 или 2	3	9
10	1	40	1	7
11	23	10	6	8
12	20	1	10	6
13	50	3	42	16
14	10	14	30	16
15	2	4 или 6	5	39
16	11	4	14	141
17	Четвъртьк	7	16	128
18	33	8	5	10
19	108	10	8	10
20	5	88	6	4



МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦИ

ПРИМЕРНИ ТЕСТОВЕ

3. КЛАС

УКАЗАНИЯ

1. Моля не отваряйте теста преди квесторът да е дал разрешение.
2. Тестът съдържа 20 задачи със свободен отговор, който записвате в листа за отговори. Проверява се единствено листа за отговори и по него се получава резултатът на участника, с който той участва в класирането.
3. Всяка задача се оценява с 2 точки за верен отговор; с 1 точка – ако отговорите са два или повече, а са посочени поне половината, или ако освен верният отговор, е посочен и един грешен; 0 точки – за грешен отговор или липса на отговор.
4. Времето за работа е не повече от 60 минути. При равен брой точки по-напред в класирането е този ученик, който е изразходвал по-малко време за решаването на задачите.
5. Забранено е използването на калкулатори, телефони или други електронни устройства, учебници и справочници с формули.
6. В условията на задачите се използват *естествените числа и числото 0*. (0, 1, 2, 3, 4, ..., 10, 11, ..., 99, 100, 101, ...)
7. За задачите с числов отговор трябва да се използват *естествените числа и 0*. (0, 1, 2, 3, 4, ..., 10, 11, ..., 99, 100, 101, ...)
8. По време на състезанието не се допуска чужда помощ от квестора или друго лице.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХ!

ЕСЕН – 3. КЛАС

Задача 1. Пресметнете $36 - 18 : 3 + (36 - 18) : 3$.

Задача 2. Пресметнете $3 : 1 + 6 : 2 + 9 : 3 + 12 : 4 + 15 : 5 + 18 : 6 + 21 : 7$.

Задача 3. Кои два различни знаци от знаците $+$, $-$, \cdot и $:$ трябва да поставим вместо \square , за да получим вярно равенство?

$$12 \square 3 \square 1 = 4$$

Задача 4. Пресметнете

$$2.10 - 19 + 2.9 - 17 + 2.8 - 15 + 2.7 - 13 + \dots + 2.2 - 3 + 2.1 - 1$$

Задача 5. В равенството

$$12 - 9 + 5 : 4 = 2$$

Иван поставил скоби „(“ и „)“ и то стана вярно. Колко е резултатът в скобите?

Задача 6. Колко цифри са необходими, за да запишем четните двуцифренi числа, по-малки от 29?

Пояснение: За записването на числото 22 се използват две цифри.

Задача 7. Коя цифра трябва да поставим вместо \square , така че да е вярно?

$$2.\square + 3.\square > 40$$

Задача 8. Колко е сборът от цифрите на най-голямото число от четвъртата стотица?

Задача 9. Кой от знаците „ $<$ “, „ $>$ “ и „ $=$ “ трябва да поставим вместо \bullet , така че да е вярно

$$10 \text{ стотици} - 12 \text{ единици} \bullet 9 \text{ стотици} + 8 \text{ десетици} + 18 \text{ единици}$$

Задача 10. Избираме две от числата 1, 2, 3 и 6 и ги умножаваме. Колко различни резултата можем да получим?

Задача 11. Записах две числа 2 и 4. След тях записах още три числа: a, b, c .

Ако $2 \cdot 4 \cdot a = 4 \cdot a \cdot b = a \cdot b \cdot c$ и $a + b + c < 8$, пресметнете a .

Задача 12. Обиколката на квадрат е 6 см. Колко е страната на квадрата в милиметри?

Задача 13. Иван е висок 174 см, Тодор е с 15 см по-нисък от Иван, а Иван е с 6 см по-висок от Добри. С колко сантиметра Добри и е по-висок от Тодор?

Задача 14. Взех правоъгълен лист хартия с дебелина 1 мм. Започнах да го прегъвам на две, докато дебелината на полученият слой стана 16 мм. Колко пъти съм прегънал листа?

Задача 15. Кое число трябва да поставим вместо x , така че $((x+2):2):3 = 3$?

Задача 16. Пресметнете разликата на цифрите \square и Δ , ако $\square\Delta - \Delta\square = 18$.

$$\square - \Delta = ?$$

Задача 17. Колко са общо краката на три врабчета и четири заека?

Задача 18. Намерете сбора на първите 8 числа от редицата.

$$0, 1, 10, 11, 100, 101, \dots, 1000, 1001, 1010, 1011, 1100, 1101, 1110, 1111$$

Задача 19. Четните числа от 1 до 9 са толкова, колкото са нечетните числа от 10 до четното число X . Кое е числото X ?

Задача 20. Произведенietо на 3 различни естествени числа е 12. Колко най-малко може да бъде най-голямото сред тези числа?

ЗИМА – 3. КЛАС

Задача 1. Пресметнете $99 - 99 : 3 + (99 - 96) : 3$.

Задача 2. Пресметнете $100 : (10 - 9 + 9 - 8 + 8 - 7 + 7 - 6 + 6 - 5)$.

Задача 3. Коя е цифрата на единиците на числото равно на $2 \cdot 3 \cdot 9 - 9$?

Задача 4. Ако $(36 : 9) : \circ = 36 : (9 : \circ)$, кое е числото, което трябва да поставим място \circ ?

Задача 5. Колко са цифрите 1, необходими за записването на числата от 99 до 134?

$$\underbrace{99, 100, \dots, 133, 134}_{36 \text{ числа}}$$

Задача 6. Кое е най-малкото двуцифreno число, което дели числото, равно на

$$1.13 + 4.13 + 7.13?$$

Задача 7. Колко са числата от 1 до 111, които се делят и на 2, и на 5?

Задача 8. Произведението на двете двуцифрени числа \overline{ab} и \overline{cd} е равно на 7.39.

$$\overline{ab} \cdot \overline{cd} = 7.39$$

Пресметнете $\overline{ab} + \overline{cd}$.

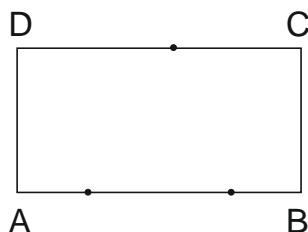
Задача 9. Сборът на 3 различни нечетни числа е 21. Коя е възможно най-голямата стойност на най-малкото сред числата?

Задача 10. Произведението на 10 естествени числа е 10. Кои са възможните сборове на тези числа?

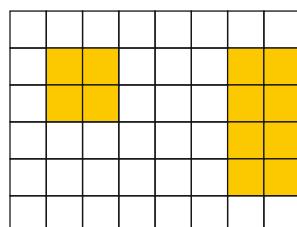
Задача 11. Една от девет монети с общо тегло 147 грама е с 3 грама по-тежка от всяка от останалите осем. Колко грама тежи най-тежката монета?

Задача 12. От 3 квадрата, всеки с обиколка 12 см, е сглобен правоъгълник. Колко сантиметра е обиколката му?

Задача 13. Върху страната AB на правоъгълника $ABCD$ са отбелязани точките X и Y , а върху страната CD – точката Z . На колко части е разделен правоъгълникът от отсечките DX , CY и AZ . Посочете всички възможни отговори!



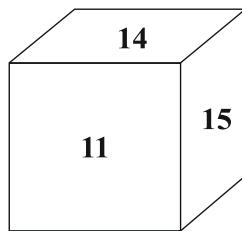
Задача 14. Върху квадратна мрежа са начертани два затъмнени правоъгълника, единият от които е квадрат. Обиколката на квадрата е 48 см. Намерете обиколката на другия затъмнен правоъгълник.



Задача 15. В кутията има 18 цветни химикалки: 3 черни, 4 сини, 5 червени и 6 зелени. Алекс взима няколко химикалки от кутията, без да гледа цветовете им. Какъв е най-малкият брой химикалки, които той трябва да вземе, така че да има най-малко 4 химикалки от един и същ цвят?

Задача 16. Нека A и B са две различни цифри и $A > B$. Произведението на двуцифреното число AB и едноцифреното число B е по-малко от 20. Кой е най-големият възможен сбор $A + B$?

Задача 17. Шест последователни естествени числа са написани на 6-те страни на куба. Фигурата показва, че 15, 11 и 14 са написани на три страни на този куб. Пресметнете възможните сборове на 6-те числа?



Задача 18. Имаме конец с дължина 123 см. Ако отрежем няколко парчета от него, всяко от които с дължина 11 см, от конеца ще остане парче 2 см. На колко части е разделен конеца?

Задача 19. Джон трябва да умножи дадено число по 7 и към полученото произведение да прибави 3. Джон обаче се обърква и прибавя 7 към числото, след което умножава получения сбор с 3. Получава 123. Пресметнете отговора, който е трябвало да получи Джон.

Задача 20. Пресметнете

$$(12 \cdot 2 - 12 : 2 + 14 \cdot 2 - 14 : 2 + 16 \cdot 2 - 16 : 2) : 9 - 7.$$

ПРОЛЕТ – 3. КЛАС

Задача 1. Пресметнете

$$6.124 - 124.3 + 28$$

Задача 2. На кое число съответства \square ?

$$\square \cdot 10 - 10 - \square = 80$$

Задача 3. Пресметнете в минути

$$1 \text{ час} - 50 \text{ минути} - 120 \text{ секунди}$$

Задача 4. Пресметнете

$$2 + 3 + 26 + 37 + 58 + 79 + 21 + 32 + 63 + 74 + 97 + 98$$

Задача 5. Ако във всяко от двуцифрените числа 28, 39 и 76 зачерткнем по една цифра, и умножим получените числа ще получим числото A . Коя е най-малката възможна стойност на A ?

Задача 6. Кое е това число, от което, ако извадим произведението на 12 и 5, ще получим произведението на числата 15 и 4?

Задача 7. Кое е числото x , ако $31 \cdot x$ е число между числата 63 и 100?

Задача 8. Коя е цифрата на единиците на числото A , ако

$$A = 119.9 + 225.5 + 326.6 ?$$

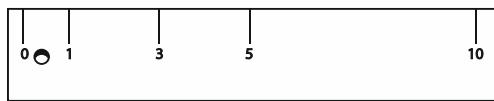
Задача 9. Естественото число B е 7 пъти по-малко от двуцифреното число A и с 11 по-голямо от естественото четно число C . Кое е числото A ?

Задача 10. С колко произведението на петте различни нечетни едноцифрени числа е по-голямо от произведението на петте различни четни едноцифрени числа?

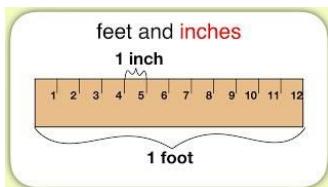
Задача 11. Обиколката на равностранен триъгълник е 1 метър 2 десиметра и 3 сантиметра, а обиколката на квадрат е 1 метър и 8 сантиметра.

С колко сантиметра страната на квадрата е по-малка от страната на триъгълника?

Задача 12. Колко различни дължини могат да бъдат измерени с тази линийка с едно поставяне?



Задача 13. Въже с дължина 9 фута е разрязано на 6 еднакви части. Намерете дълчината на всяка част в инчове. (Един фут е равен на 12 инча)



Задача 14. Две са числата, които изразяват сборовете на точно три страни на правоъгълник, който не е квадрат. Ако те са равни на 17 см или 19 см, колко сантиметра е обиколката на този правоъгълник?

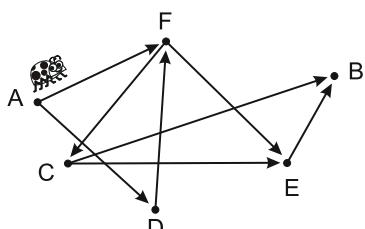
Задача 15. Колко е сборът на естествените числа a , b и c , ако най-малкото сред тях е 4 и $4 \cdot a = 6 \cdot b = 15 \cdot c$?

Задача 16. Делимото е с 48 по-голямо от делителя, частното е 7, а остатъка е 0. Колко е делимото?

Задача 17. Двуцифрените числа x и $x + 1$ са записани с четири различни цифри и произведението им е трицифreno число. Кое е числото x ? Посочете всички отговори.

Задача 18. Иван записал на картички всички двуцифрени числа с различни четни цифри. Колко картички най-малко трябва да избере Петър, без да гледа, за да е сигурен, че сред тях да има картичка с число, което се дели на 5?

Задача 19. Калинката се движи от точка A към точка B по посока на стрелките. По колко начина тя може да стигне до точка B ?



Задача 20. В някакъв произволен ред към числото 9 са приложени последователно трите различни действия:

- умножение с 3;
- деление на 3;
- събиране с 3.

Колко са възможните различни резултати?

ФИНАЛ – 3. КЛАС

Задача 1. Кое число трябва да поставим вместо \square ?

$$999 - 99.9 = \square.9$$

Задача 2. Заменете \square с едно и също число, така че да е вярно

$$\square + \square + \square + \square = \square.\square$$

Кое е числото? Посочете всички възможности.

Задача 3. Пресметнете

$$100 : (21 - 17 + 17 - 13 + 13 - 9 + 9 - 5 + 5 - 1)$$

Задача 4. Пресметнете

$$5 \cdot 25 - 3 \cdot 4 - 4 \cdot 5 - 5 \cdot 6 + 2 \cdot 6 + 2 \cdot 10 + 2 \cdot 15$$

Задача 5. Намерете цифрата на единиците на числото A , ако

$$A = 2.5 + 4.15 + 6.25 + 8.35$$

Задача 6. Колко пъти числото, равно на $100 - 25:5$, е по-малко от числото, равно на $1000 - 250:5$?

Задача 7. Колко знаци „+“ трябва да заменим с „·“, за да се получи вярно равенство?

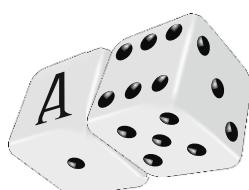
$$0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 60$$

Задача 8. Трите звездички в равенството $26 \cdot * = **$ заменете с 3 различни цифри, така че то да е вярно. Пресметнете възможните сборове на трите числа от равенството.

Задача 9. Робот изработва изделие за 7 секунди. Колко изделия ще изработи робота за 107 секунди?

Задача 10. Колко са числата от 1 до 199, които имат най-малкото възможно произведение на цифрите си?

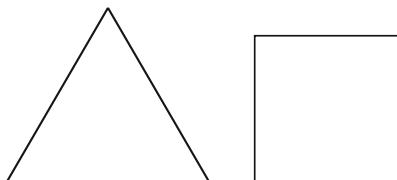
Задача 11. Сборът от точките на противоположните стени на зарче е 7. Две еднакви зарчета са долепени по стените с еднакъв брой точки. Колко е възможно да бъде броят на точките на стената, отбелязана с буквата A ?



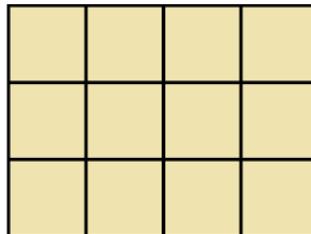
Задача 12. Върху отсечка AB с дължина 52 см е отбелязана точка C , такава че $AC = 16$ см. Най-малко колко още точки трябва да отбележим върху отсечката AB , така че разстоянията между всеки две съседни точки от нея, включително и краишата на отсечката, да са равни?

Задача 13. Квадрат със страна 8 см е разделен на 64 малки квадратчета, всяко със страна 1 см. Оцветили в синьо два реда и два стълба. Останалите квадратчета оцветили в червено. С колко червените квадратчета са повече от сините квадратчета?

Задача 14. Обиколката на равностранен триъгълник е с 3 см по-малка от обиколката на квадрат със страна 75 мм. Колко сантиметра е дълчината на страната на триъгълника?



Задача 15. От 12 еднакви квадрата с дължина на страната 1 см е съставен правоъгълник със страна 4 см. Колко са правоъгълниците, които не са квадрати?



Задача 16. В сбора $12 + 34 + 56 + 78$ една или няколко цифри заменили с цифрата 9, така че новият сбор станал 210. Колко е сборът на заменените цифри?

Задача 17. Ако $A = 3.3.3.3.3.3$ и $B = 6.6.6.6.6.6$ пресметнете $B:A$.

Задача 18. Пресметнете $\square - \odot + \circ$, ако

$$3 \overset{8}{\rightarrow} \square \overset{6}{\rightarrow} \odot \overset{.}{\circ} 56.$$

Задача 19. Отбелязани са 4 зелени и 3 жълти точки. С всеки две точки са начертани отсечки. Колко са отсечките с едноцветни краища?

Задача 20. Произведенietо на естествените числа от 1 до N е равно на произведенietо

$$\underbrace{2.2.2.2.2.2.2}_{8} \cdot \underbrace{3.3.3.3}_{4} \cdot \underbrace{5.5.7}_{2}$$

Пресметнете N .

МАТЕМАТИЧЕСКА ЩАФЕТА ЗА 3. КЛАС

Отговорите на всяка задача са скрити под символите @, #, &, § и * и се използват при решаването на следващата задача. Всеки отбор попълва общ талон.

Задача 1. Сборът на точките върху противоположните стени на стандартен зар е 7. Ако залепим 3 зара един върху друг, най-големият възможен сбор от точките, които са върху незапелените стени е @. Намерете @.

Задача 2. Броят на двуцифрените числа, които делят числото @ с остатък 0 е #. Намерете #.

Задача 3. Квадрат с обиколка 108 см е съставен от еднакви квадратчета със страни # см. Ако изтрием # реда и # стълба ще останат & квадратчета със страна # см. Да се намери &.

Задача 4. Имам трилистни и четирилистни детелини с общо & листенца. Общийят брой на детелините е четното число §. Намерете §.

Задача 5. Числото § е представено като сбор на няколко числа. Най-голямото възможно произведение на тези числа е 36. Броят на събирамите е *. Определете *.

МАТЕМАТИЧЕСКА ЩАФЕТА ЗА 3. КЛАС

КЛЮЧ

Задача	1	2	3	4	5
Отговор	54	3	36	10	3; 4

КЛЮЧ ЗА 3. КЛАС

Задача	КРЪГ	ЕСЕН	ЗИМА	ПРОЛЕТ	ФИНАЛ
1		36	67	400	12
2		21	20	10	0 или 4
3		$\div ; \times$	5	8	5
4		10	1	590	125
5		8	49	36	0
6		20	12	120	10
7		9	11	3	4
8		21	34	2	53; 107
9		<	5	91	15
10		5	19, 15	945	28
11		0 или 1	19	14	2
12		15	24	8	11
13		9	5, 6	18	8
14		4	72	24	9
15		16	13	29	40
16		2	9	56	15
17		22	75, 81	19 и 29	64
18		444	12	13	34
19		18	241	6	9
20		4	0	3	10



МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦИ
ПРИМЕРНИ ТЕСТОВЕ ЗА
4. КЛАС

УКАЗАНИЯ

1. Моля не отваряйте теста преди квесторът да е дал разрешение.
2. Тестът съдържа 20 задачи със свободен отговор, който записвате в листа за отговори. Проверява се единствено листа за отговори и по него се получава резултатът на участника, с който той участва в класирането.
3. Всяка задача се оценява с 2 точки за верен отговор; с 1 точка – ако отговорите са два или повече, а са посочени поне половината, или ако освен верният отговор, е посочен и един грешен; 0 точки – за грешен отговор или липса на отговор.
4. Времето за работа е не повече от 60 минути. При равен брой точки по-напред в класирането е този ученик, който е изразходвал по-малко време за решаването на задачите.
5. Забранено е използването на калкулатори, телефони или други електронни устройства, учебници и справочници с формули.
6. В условията на задачите се използват *естествените числа и числото 0*. (0, 1, 2, 3, 4, ..., 10, 11, ..., 99, 100, 101, ...)
7. За задачите с числов отговор трябва да се използват *естествените числа и 0*. (0, 1, 2, 3, 4, ..., 10, 11, ..., 99, 100, 101, ...)
8. По време на състезанието не се допуска чужда помощ от квестора или друго лице.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХ!

ЕСЕН – 4. КЛАС

Задача 1. Пресметнете

$$333 - (33 - 13) - 222 + 33 - 13$$

Задача 2. Пресметнете

$$923 - (5 \cdot 6 - 6)$$

Задача 3. Кое е числото, което трябва да поставим вместо \odot , за да е вярно равенството?

$$\odot \cdot 25 = 1000 : 8.$$

Задача 4. Поставете скоби така, че да е вярно:

$$261 : 2 + 21 + 6 = 9.$$

Кой е делителят?

Задача 5. В произведението $2 \times 5 \times 8 \times 11 \times 14$ зачерткнете една цифра, така че да получим най-малко произведение. Коя е зачеркнатата цифра?

Задача 6. Пресметни

$$(6.6.6.6.6) : (2.2.2.3.3.3).$$

Задача 7. С колко нули се записва числото тридесет и два милиона петстотин и две хиляди?

Задача 8. Коя е цифрата на десетиците на числото, равно на

$$2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5 + 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5?$$

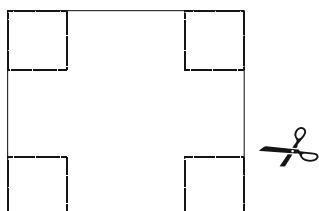
Задача 9. Колко са пропуснатите числа в израза?

$$11 + 13 + \dots + 41 + 43$$

Задача 10. С колко цифри се записва числото, което, разделено на 6, дава частно 16 и неизвестен остатък?

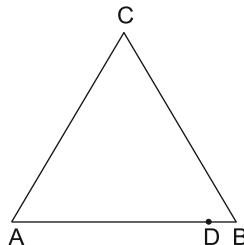
Задача 11. От конец направих квадрат със страна 12 см. След това със същия конец направих триъгълник с равни страни. Колко сантиметра е дълчината на страната на триъгълника?

Задача 12.Правоъгълник има дължина 8 см и ширина 7 см. От четирите му ъгъла са изрязани квадратчета, всяко от които е с обиколка 8 см. Колко квадратни сантиметра е лицето на получената фигура?

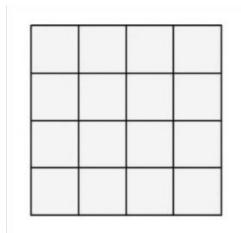


Задача 13. Върху права са отбелязани точките A , B , C и D такива, че $AB = 3$, $BC = 4$, $AD = 2$, $CD = x < 5$. Пресметнете x .

Задача 14. Триъгълник ΔABC е равностранен с обиколка 24 см. Точката D е от страната AB и е такава, че дължината на отсечката AD е седем пъти по-голяма от дължината на отсечката BD . Колко сантиметра е дължината на отсечката BD ?



Задача 15. Квадрат със страна 4 см е разделен на 16 квадратчета, всеки със страна 1 см.



След разрязване по страните на някои от тези 16 квадратчета Иво получил правоъгълник, съставен от 8 квадратчета. Колко сантиметра е обиколката на този правоъгълник?

Задача 16. На дъската е написано числото 23. На всеки 12 минути числото се изтрива и на негово място се записва числото, което е равно на произведението на цифрите му събрано с 23. Например след 12 минути на дъската е записано $2 \cdot 3 + 23 = 29$.

Кое е числото, което ще бъде записано на дъската след 1 час?

Задача 17. Колко са естествените числа x , такива че произведението $19 \cdot x$ е трицифreno четно число, по-малко от 400?

Задача 18. И двете числа 15 и 21 при делението на естественото число n дават остатък 3. На колко е равно n ?

Задача 19. Колко е остатъкът от делението на 222219 на 9?

Задача 20. Кое е най-голямото число, което се дели на 40 и в записа на което няма еднакви цифри?

ЗИМА – 4. КЛАС

Задача 1. Пресметнете

$$20\ 222\ 021 - 20\ 210\ 000 - 2\ 022$$

Задача 2. Пресметнете

$$111 : 3 + 222 : 6 + 333 : 9 + 444 : 12$$

Задача 3. Пресметнете

$$2020 + 2021 + 2022 + 2023 - (1999 + 2000 + 2001 + 2002)$$

Задача 4. На лист е записана разликата на две трицифрени числа, но две от цифрите са заменени с \square и \blacksquare . Кое е двуцифреното число $\blacksquare\square$?

$$641 - 27\square = 3\blacksquare 4$$

Задача 5. Кое е най-голямото 4-цифreno число, което е записано с различни цифри и е по-малко от 2901?

Задача 6. Коя е цифрата под \bullet , ако $3\bullet 7 \times 6 = 2022$?

Задача 7. Кое е числото x ?

$$(2022 - 2021) - (2022 - x) = 1.$$

Задача 8. Колко са двуцифрените числа, които се делят на 3, но не се делят на 6?

Задача 9. Колко цифри можем да поставим на мястото на $*$, така че да е вярно

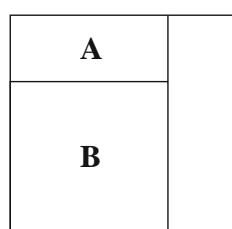
$$6^*37 < 6373?$$

Задача 10. Коя римска цифра от израза $XL + XIII - L$ трябва да премахнем, за да получим за резултат II?

Задача 11. Колко са всички правоъгълници на чертежа, в които има поне една мравка?



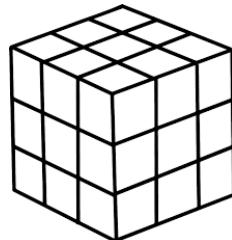
Задача 12. От голям квадрат с обиколка 20 см е изрязан малък квадрат B с обиколка 12 см и правоъгълник A . Колко сантиметра е обиколката на правоъгълника A ?



Задача 13. Страната на квадрат с обиколка 2 м е с 10 см по-голяма от страната на равностранен триъгълник. Колко дециметра е обиколката на триъгълника?

Задача 14. Върху една отсечка отбелязах още две точки и получих общо 6 отсечки. Колко още най-малко точки трябва да отбележа върху отсечката, за да получва 15 отсечки?

Задача 15. С 27 еднакви кубчета, боядисани в бяло, е построен куб. Стените на този куб са боядисани в червено. Колко от стените на малките кубчета са останали бели?



Задача 16. Кое е най-голямото четирицифрене число с произведение на цифрите 70?

Задача 17. Колко са всички двуцифрени числа \overline{ab} , ако $a < b$?

Задача 18. Кои са всички трицифрени числа, при делението на които на 11 се получават равни частно и остатък?

Задача 19. Иво разпредели всички естествени числа, по-малки от 16, в няколко групи, така че сборът на числата във всяка група да е едно и също число x , по-малко от 27. Кои са всички възможни стойности на x , ако във всяка група има поне две числа?

Задача 20. В четири кафеза има общо 120 кг ябълки. В първите два кафеза ябълките са общо 54 кг, във втория, третия и четвъртия – общо 96 кг. Колко килограма са ябълките във втория кафез?

ПРОЛЕТ – 4. КЛАС

Задача 1. Пресметнете

$$37.120 + 74.30 - 111.60$$

Задача 2. Пресметнете

$$(225.7):5 + (222.14):37 - 56.7$$

Задача 3. Пресметнете $\bullet = 240$, ако

$$(150\ 000 - 30\ 000) : \bullet = 240.$$

Задача 4. Коя цифра трябва да поставим вместо *?

$$1 * 3 \times * 4 = 2952?$$

Задача 5. Пресметнете

$$2020 : 101 + 3030 : 303 - 8080 : 404.$$

Задача 6. В трите множителя 128, 281 и 821 на израза $128.281.821$ зачертнете една и съща цифра, така че да се получи най-голямото възможно произведение. Коя е зачертнатата цифра?

Задача 7. Коя е цифрата на единиците на числото A ?

$$A = 11.12 + 11.12.13 + 11.12.13.14 + 11.12.13.14.15$$

Задача 8. Пресметнете x , ако

$$\left(((x:2).3):4 \right) - 23 = 4$$

Задача 9. Коя е цифрата x ?

$$\underbrace{99989796 \dots x}_{40 \text{ цифри}}$$

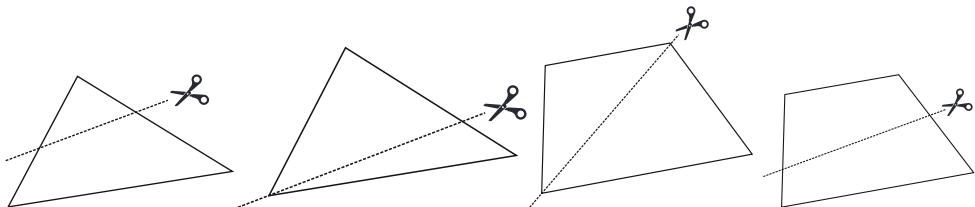
Задача 10. Иван избрал една цифра и записал най-голямото двуцифрен число A и най-малкото двуцифрен число B , всяко с различни цифри, в които избраната цифра е цифра на единиците. Посочете всички възможни стойности на разликата $A - B$?

Задача 11. Пипи трябва да измине път с дължина 2 км 100 м и 6 см. Тя разделила дълчината на пътя на 18 равни части. Колко сантиметра е дълга една от тях?

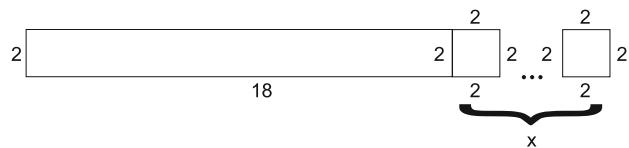
Задача 12. Правоъгълник има страни с дължини a см и b см ($a \neq b$). Дълчината a е 10 пъти по-малка от обиколката на правоъгълника. Пресметнете $b:a$.

Задача 13. Триъгълник е разрязан по права линия на две фигури. След това една от тях е разрязана по права линия на две фигури и т.н. Най-малко след колко разрязвания броят на върховете на получените фигури ще бъде 28?

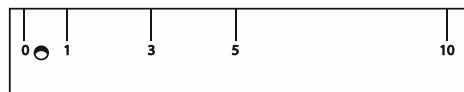
Примери за разрязване по права линия:



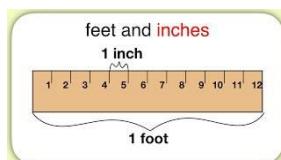
Задача 14. Вдясно от правоъгълник A със страни 2 см и 18 см са поставени x квадрата със страна 2 см. Получената фигура е правоъгълник B със страни 2 см и y см и обиколка два пъти по-голяма от обиколката на A . Пресметнете $x + y$.



Задача 15. Колко различни дължини могат да бъдат измерени с тази линийка с едно поставяне?



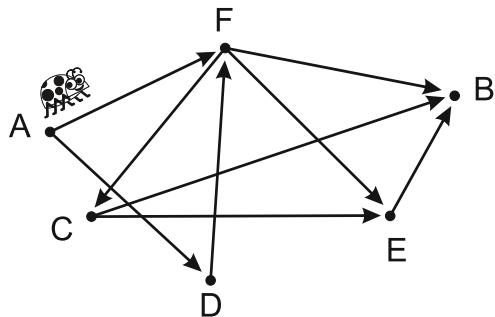
Задача 16. Въже с дължина 91 фута е разрязано на 6 еднакви части. Намерете дължината на всяка част в инчове. (Един фут е равен на 12 инча)



Задача 17. Числата 8, 12, 13, 17, 21 и x можем да разделим на три двойки числа с равни сборове. Кое е числото x ?

Задача 18. С 54 точки разделих отсечката AB на равни отсечки, всяка с дължина 12 мм, като нито една от точките не съвпада с A или с B . С 45 точки разделих отсечката CD на равни отсечки, всяка с дължина 2 см, като нито една от точките не съвпада с C или с D . С колко милиметра отсечката AB е по-къса от отсечката CD ?

Задача 19. Калинката се движи от точка A към точка B по посока на стрелките. По колко начина тя може да стигне до точка B ?



Задача 20. Иван записал на картички всички трицифрени числа с различни четни цифри. Колко картички най-малко трябва да избере Петър, без да гледа, за да е сигурен, че сред тях да е картичка с число, което се дели на 5?

ФИНАЛ – 4. КЛАС

Задача 1. Пресметнете

$$123456 - 12345 - 1100 - 11$$

Задача 2. Пресметнете

$$(10.10.10.10.10):(2.2.2.2.5.5.5.5) - 10.2.5$$

Задача 3. Колко е остатъкът при делението на 20 222 022 на 9?

Задача 4. Коя е цифрата на единиците на числото A ?

$$A = 41.42.43.51.52.53.2021 - 2021$$

Задача 5. Кое е числото x ?

$$2 + 4 + 6 + \dots + 28 + 30 = 1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 29 + x$$

Задача 6. Колко са всички трицифренi числа \overline{abc} , ако $a = b \neq c$?

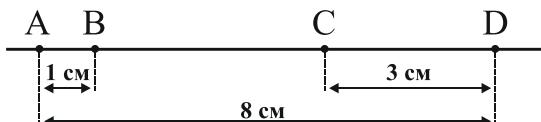
Задача 7. Кое е най-голямото число, такова че при делението му на 111 се получават равни частно и остатък?

Задача 8. Произведението на всички естествени числа, по-малки от естественото число n , е равно на произведението на нечетно число и числото 16. Кои са възможните стойности на n ?

Задача 9. Пресметнете $\blacksquare + \square - \bullet$, ако $653 - 38\square = \bullet\blacksquare 4$

Задача 10. Дадени са четири последователни числа, подредени от най-малкото към най-голямото. Произведението на първите три е 990. На колко е равно произведението на последните три числа?

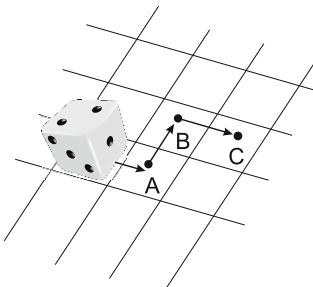
Задача 11. Намерете сума от дълчините на всички отсечки от чертежа.



Задача 12. Правоъгълник A има обиколка 40 см. Ако увеличим една от страните на правоъгълника A с 5 см, ще получим нов правоъгълник B с лице, което е **60** кв. см по-голямо от лицето на A . Колко кв. см е лицето на правоъгълник A ?

Задача 13. Върху отсечка с дължина 1 м и 98 см са отбелязани 10 точки, нито една от които не съвпада с краишата на отсечката. Точките разделят отсечката на равни части. Колко сантиметра е най-голямото разстояние между две от отбелязаните точки?

Задача 14. Зарче е поставено, както е показано на картинката. След това то се завърта през ръба си в посока, показана със стрелки. Колко е сбора на броя на точките отгоре на зарчето, когато е в квадратчетата A, B и C?



Пояснение: Сборът от броя на точките на противоположните стени на кубчето е 7.

Задача 15. Квадрат е разделен на еднакви квадратчета, оцветени в шахматен ред в черен и бял цвят. Броят на оцветените в черно квадратчета е 40. Колко са еднаквите квадратчета на които е разделен този квадрат?

Задача 16. Пресметнете x , ако $((x: 12) \cdot 9): 36 - 1 = 1$

Задача 17. Коя е цифрата x ?

$$\underbrace{101999795 \dots x}_{91 \text{ цифри}}$$

Задача 18. Колко различни числа можем да получим от числото 12345, така че точно три от цифрите да останат на местата си?

Задача 19. Естествените числа от 1 до 199 са написани на дъската. Петър подчертал всички числа, които се делят на 6, а Кевин – всички, които се делят на 9. Колко числа са подчертани два пъти?

Задача 20. Кое е най-малкото естественото число с произведение на цифрите 3600?

МАТЕМАТИЧЕСКА ЩАФЕТА ЗА 4. КЛАС

Отговорите на всяка задача са скрити под символите @, #, &, §, * и се използват при решаването на следващата задача. Всеки отбор попълва общ талон.

Задача 1. С 34 квадратчета, всяко със страна 2 см съставих правоъгълник. Също с 34 квадратчета, всяко със страна 2 см, съставих друг правоъгълник. Обиколките на двета правоъгълника се оказаха различни. По-малката от двете обиколки е @ см.

Пресметнете @.

Задача 2. Броят на трицифрените числа, които при делението на @ имат най-големият възможен остатък е #. Да се намери #.

Задача 3. Числата от 1 до # + 17 са разделени на двойки числа, така че едното число от двойката да дели другото число. Броят на двойките числа е най-много &. Намерете &.

Задача 4. Най-голямата възможна стойност на лицето на правоъгълник със сбор на дължината и широчината & см и страни цели числа сантиметра е § кв.см. Намерете §.

Задача 5. Числото, равно на § - 26, е представено като сбор на няколко числа. Най-голямото възможно произведение на тези числа е 324. Броят на събирамите е *. Определете *.

МАТЕМАТИЧЕСКА ЩАФЕТА ЗА 4. КЛАС

КЛЮЧ

Задача	1	2	3	4	5
Отговор	76	12	13	42	5; 6

КЛЮЧ ЗА 4. КЛАС

КРЪГ Задача	ЕСЕН	ЗИМА	ПРОЛЕТ	ФИНАЛ
1	111	9 999	0	110 000
2	899	148	7	0
3	5	84	260	3
4	29	67	2	5
5	4	2897	10	15
6	216	3	2	81
7	4	2022	2	12320
8	6	15	72	7 и 8
9	13	4	0	13
10	2 или 3	I	70 или 80	1320
11	16	12	11 667	28
12	40	10	4	96
13	1 или 3	12	7	162
14	1	2	48	14
15	12	108	8	81
16	44	7521	182	96
17	8	36	16 или 4	3
18	6	108, 120	260	10
19	0	20, 24	8	11
20	9876543120	30	37	25589



МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦИ

ПРИМЕРНИ ТЕСТОВЕ

5. КЛАС

УКАЗАНИЯ

1. Моля не отваряйте теста преди квесторът да е дал разрешение.
2. Тестът съдържа 20 задачи със свободен отговор, който записвате в листа за отговори.
3. Всяка задача се оценява с 2 точки за верен отговор; с 1 точка – ако отговорите са два или повече, а са посочени поне половината, или ако освен верният отговор, е посочен и един грешен; 0 точки – за грешен отговор или липса на отговор.
4. Забранено е използването на калкулатори, телефони или други електронни устройства, учебници и справочници с формули.
5. Времето за работа по задачите е не повече от 60 минути. При равен брой точки по-напред в класирането е този ученик, който е изразходвал по-малко време за решаването на задачите.
6. В условията на задачите се използват:
 - числа, които се представят във вида m/n ($n \neq 0$), където m е естествено число или нула, а n е естествено число;
 - десетичните дроби.
7. За задачите с числов отговор трябва да се използват:
 - числата, които се представят във вида m/n ($n \neq 0$), където m е естествено число или нула, а n е естествено число;
 - десетичните дроби.
8. По време на състезанието не се допуска чужда помощ от квестора или друго лице.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХ!

ЕСЕН – 5. КЛАС

Задача 1. Пресметнете

$$12345 - 45 - 345 - 2345.$$

Задача 2. Пресметнете

$$(10.10.10.10.10.10):(50.50.50) - 1$$

Задача 3. Колко е остатъкът при делението на 9 999 987 на 9?

Задача 4. Колко са десетиците в числото A ?

$$A = 25.25.4.8 + 625 .16.2$$

Задача 5. С колко цифри 0 се записва числото A ?

$$A = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 999 + 998 + 997 + 996 + 995 + 994 + 993 + 992 + 991$$

Задача 6. Минутите в 12 часа са толкова, колкото са часовете в x денонощия.

Пресметнете x .

Задача 7. Разглеждаме 50-цифреното число $\underbrace{2222 \dots 22}_{50 \text{ цифри } 2}$. Коя е цифрата на единиците на произведението на цифрите на това число?

Задача 8. Всяко число след второто в числовата редица

$$_, _, 12, _, 576,$$

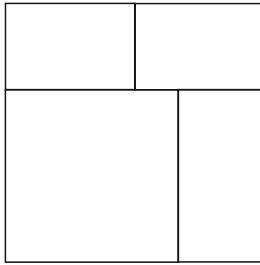
е равно на произведението на двете числа преди него. Колко е произведението на липсващите 3 числа?

Задача 9. Сборът на 11 последователни числа е 209. Кое е 10-тото по големина число?

Задача 10. Едно число се състои от 11 хиляди, от още 111 стотици, от още 1111 десетици и още 11111 единици. Кое е числото?

Задача 11. Числото 10100 може да се представи като произведение на две трицифрени числа. Кое е по-голямото от тези трицифрени числа?

Задача 12. Квадрат е разрязан на 4 фигури с лица 6 кв. см, 6 кв. см, 8 кв. см и 16 кв. см. Колко сантиметра е страната на квадрата?



Задача 13. Дължината на правоъгълник е 6 пъти по-голяма от широчината му, а широчината му е с 35 см по-малка от дължината му. Колко сантиметра е обиколката на този правоъгълник?

Задача 14. Страните на правоъгълник се изразяват в сантиметри с две едноцифрени четни и две нечетни едноцифрени числа. Лицето и обиколката на този правоъгълник се изразяват с едно и също число съответно квадратни сантиметри и сантиметри. Колко квадратни сантиметра е лицето на този правоъгълник?

Задача 15. Върху окръжност са отбелязани 2 червени и 3 сини точки. Иво преброил всички възможни четириъгълници с точно един червен връх. Броят им се оказал по-малък от броя на триъгълниците с поне два сини върха. С колко?

Задача 16. Кои естествени числа, по-малки от 12, имат точно три различни делители?

Задача 17. В кутия има 7 червени и 8 сини молива. Без да гледаме вземаме моливи. Колконай-малък брой моливи трябва да вземем, за да сме сигурни, че сред тях има не по-малко от 4 червени и не по-малко от 3 сини молива?

Задача 18. Делим двуцифреното естествено число A на 14. Остатъкът е равен на частното. Колко са всички възможни числа A ?

Задача 19. Коя е цифрата на единиците на числото A ?

$$A = 1.7.13 \dots 43.49$$

Задача 20. Кое е естественото число по-голямо от 2000, такова, че ако към него прибавим сбора от цифрите му, ще получим 2021?

ЗИМА – 5. КЛАС

Задача 1. Пресметнете

$$(33 \cdot 333) : 27 - 7$$

Задача 2. Пресметнете

$$\frac{1}{3} + 4\frac{2}{3} + \frac{1}{6} + 3\frac{5}{6} + \frac{1}{9} + 2\frac{8}{9}$$

Задача 3. Нека $A = \underbrace{8.8.8.8.8.8.8}_8$ и $B = \underbrace{16.16.16.16.16.16}_7$

Намерете знаменателя на дробта $\frac{A}{B}$ след съкращаването ѝ.

Задача 4. Числото $2\overline{0222a} + 12$ се дели на 18. Коя е цифрата a ?

Задача 5. Пресметнете x : 0,02, ако $x + 0,2 = 1\frac{1}{2} + \frac{4}{10}$.

Задача 6. Кое е най-голямото просто число, което дели най-голямото число, записано с различни цифри, чието произведение е 12?

Задача 7. За кое естествено число n

$$\frac{5-n}{13+n} = \frac{1}{5} ?$$

Задача 8. Нека x и y са четни числа, а n и m са нечетни числа.

Ако $10 < n < m < x < y < 20$, пресметнете $x - n$.

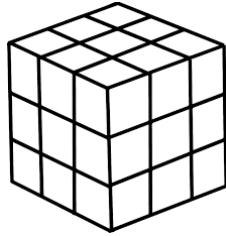
Задача 9. Колко са естествените числа по-малки от 41, които са взаимно прости с числото 41?

Задача 10. Пресметнете

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} \cdot 0,05 \cdot 12 \cdot 16 \cdot 20 - 3$$

Задача 11. Върху всяка стена на кубче е написано едно от естествените числа 1, 2, 3, 4, 6 и x . Петър умножил числата върху срещуположните стени на кубчето. Получил равни произведения. Пресметнете x ?

Задача 12. С 27 еднакви кубчета, боядисани в бяло, е построен куб. Стените на този куб са боядисани в червено. Колко от стените на малките кубчета са останали бели?



Задача 13. От квадрат със страна 12 см изрязах квадрат с обиколка 12 см. Каква част от лицето на квадрата е изрязана? Отговорът запишете като несъкратима дроб.

Задача 14. Сборът на дължините на две от страните на правоъгълник е 11 см, а обиколката му е 18 см. На колко квадратни сантиметра е равно лицето на правоъгълника?

Задача 15. Числото a избираме сред числата 2, 7, 12, 17, 22, 27, 32, 37, 42 и 47.

Числото b избираме сред числата 3, 8, 13, 18, 23, 28, 33, 38, 43 и 48. Колко са естествените числа, по-малки от 50, които могат да се представят като сбор на числата a и b ?

Задача 16. Колко са различните остатъци, които могат да се получат при делението на 2022 на едноцифрените числа?

Задача 17. Колко са двуцифрените естествени числа, които при делението на 6 и на 7 дават един и същ остатък?

Задача 18. Колко са правилните дроби със знаменател 5, които са по-големи от $\frac{5}{11}$ и по-малки от $\frac{9}{11}$?

Задача 19. В овощна градина растат по-малко от 120 дървета, от които $\frac{1}{15}$ са круши, $\frac{7}{12}$ са ябълки, а останалите са сливи. Колко са сливовите дървета в градината?

Задача 20. Пресметнете остатъка от делението на $8! + 5! - 22$ на 2022.

Пояснение: $N!$ означава произведението на всички естествени числа, по-малки или равни на N .

ПРОЛЕТ – 5. КЛАС

Задача 1. Пресметнете

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{2}{3} + \frac{1}{5} + \frac{4}{5} - \frac{22}{10}.$$

Задача 2. Пресметнете

$$\frac{1}{2} \cdot 2,022 + \frac{1}{3} \cdot 2,022 - \frac{5}{6} \cdot 2,022.$$

Задача 3. Колко най-малко е сборът на естествените числа a и b , ако $\frac{a}{5} < 1$ и $\frac{b}{7} > 1$?

Задача 4. Колко са трицифрените числа N , за които числата $\frac{N}{57}$ и $\frac{N}{12}$ са цели?

Задача 5. Само с цифрите 1, 2 и 3 са образувани всички десетични дроби, като във всяка от тях всяка от цифрите се използва по веднъж. Колко сред тези дроби са по-малки от 3?

Задача 6. Нека $A = 2.8.16.32$ и $B = 64.64.64$. Намерете знаменателя на дробта $\frac{A}{B}$ след съкращаването ѝ.

Задача 7. Колко са всички 5-цифрени числа 3^*91^* , които се делят на 22.

Задача 8. Колко са стойностите на естественото число x , ако $x\%$ от числото 56 е цяло число, по-малко от 100?

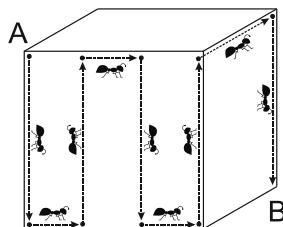
Задача 9. За кои естествени числа n , числото равно на $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n$ се дели на 256, но не се дели на 260?

Задача 10. Естествените числа N , 7, N и 11. N имат по точно три различни прости числа, които са техни делители. Коя е най-малката стойност на числото N ?

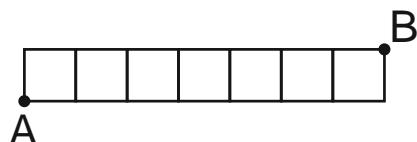
Задача 11. Велосипедист A се движи със скорост 20 м в секунда, а велосипедист B се движи със скорост 1,3 км в минута. С колко километра в час велосипедист B е по-бърз от велосипедист A ?

Задача 12. Единият диагонал на четириъгълник с обиколка 20,6 см го дели на два триъгълника с обиколки 10,8 см и 15,7 см. Колко сантиметра е този диагонал?

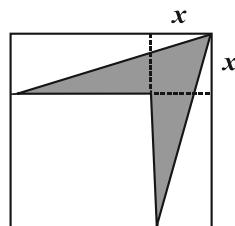
Задача 13. Ако ръба на куба е 10 см, колко см изминава мравката от точка A до точка B, по пътя, посочен на чертежа?



Задача 14. Страната на всяка от клетките е 1 см. По колко различни пътя с дължина 8 см, по страните на клетките, можем да стигнем от A до B?



Задача 15. Квадрат със страна 12 см е разделен на два правоъгълника и два квадрата. Пресметнете лицето на затъмнената част, ако $x = 5 \text{ cm}$.



Задача 16. Пресметнете

$$2022: \left(2: \left(3: \frac{2,022 \cdot 2022}{20,22 \cdot 202,2} \right) \right) - 2021$$

Задача 17. Коя е цифрата на единиците на най-малкото число с произведение на цифрите 2025?

Задача 18. Колко са простите числа, по-малки от 211, които имат за сбор на цифрите 4?

Задача 19. Кое е най-голямото сред естествените числа a , b и c , за които

$$\frac{68}{21} = a + \frac{1}{b+\frac{1}{c}} ?$$

Задача 20. На дъската са написани числата 1, 9, 17, ..., 97, 105. Разрешено е следното действие: да изтрием две числа и вместо тях да запишем събира им. Колко пъти е приложено това действие, ако на дъската е останало едно число?

ФИНАЛ – 5. КЛАС

Задача 1. Пресметнете

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{10} + \frac{4}{20} + \frac{9}{30} + \frac{16}{40} - \frac{5}{10}$$

Задача 2. Пресметнете x , ако

$$\left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{9}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{16}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{25}\right) = \frac{x}{10}$$

Задача 3. Колко най-малко е сборът на естествените числа a и b , ако

$$12,5 - 2,5 \times 0,3 < a < 15 < b < 28,9 : 1,7$$

Задача 4. Най-много колко е сборът $A + \frac{B}{C}$, ако A, B и C са числата 2, 4 и 8 в някакъв ред?

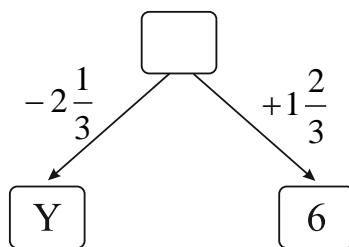
Задача 5. Колко е $P + Q$, ако P е по-голямата от дробите $\frac{7}{15}$ и $\frac{7}{16}$, а Q е по-малката от дробите $\frac{15}{16}$ и $\frac{14}{15}$?

Задача 6. При делението на естественото число x на $1\frac{1}{2}, 2\frac{1}{7}$ и на $1\frac{1}{3}$ се получават естествени числа. Коя е най-малката стойност на x ?

Задача 7. Каква част от 3,5 часа са 42 секунди?

Задача 8. Ако Том работи сам, ще боядиса оградата на леля Поли за 4 часа, а Хък сам може да боядиса оградата за 6 часа. Ако двамата заедно работят 30 минути, каква част от оградата ще остане небоядисана?

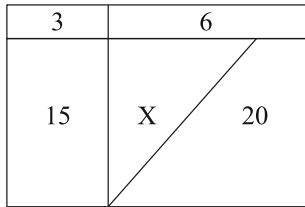
Задача 9. Пресметнете Y , ако



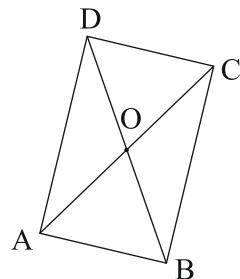
Задача 10. Колко са несъкратимите обикновени дроби с числител и знаменател едноцифрени числа, които са по-големи от $\frac{5}{7}$ и по-малки от $\frac{6}{7}$?

$$\frac{5}{7} < \frac{n}{x} < \frac{6}{7}$$

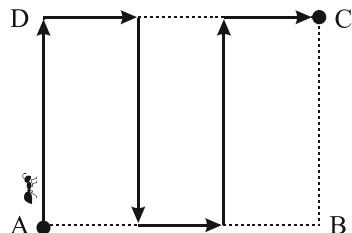
Задача 11. Правоъгълник е разделен на три правоъгълника, един трапец и един правоъгълен триъгълник с лица в кв. см съответно 3, 6, 15, 20 и X. Колко кв. см е X?



Задача 12. Диагоналите AC и BD на правоъгълника $ABCD$ с лице 48 cm^2 се пресичат в точка O . Отсечките AO , BO , CO и DO са с равни дължини, обиколките на триъгълниците AOB и ABD са съответно 16 cm и 24 cm . Колко cm е по-малката страна на правоъгълника?



Задача 13. Мравка изминава пътя от A до C като преминава по пътя означен със стрелки. Правоъгълникът $ABCD$ е със страни цели числа см и лице 15 cm^2 . Колко сантиметра са възможните дължини на пътя на мравката от A до C ?



Задача 14. Един от катетите на правоъгълен триъгълник е 25 cm и е с 25% по-голям от другия. Колко квадратни сантиметра е лицето на този триъгълник?

Задача 15. Върху всяка стена на кубче е написано едно от естествените числа $1, 3, 4, 6, 7$ и x . Петър събрал числата върху срещуположните стени на кубчето. Получил три равни резултата. Пресметнете x ?

Задача 16. За кое естествено число n

$$\frac{15 - n}{13 + n} = \frac{1}{3} ?$$

Задача 17. Нека x и y са четни числа, а n и m са нечетни числа.

Ако $10 < n < x < m < y < 16$, пресметнете

$$\frac{m + x}{y - n} - \frac{1}{3}.$$

Задача 18. Ако 1 кг и 50 г праскови струват 5,46 USD, колко USD струват 800 грама праскови?

Задача 19. Естественото число n има точно два естествени делители, а числото $n + 1$ има точно три естествени делители. Колко са простите числа, които са делители на числото равно на $n + 2022$?

Задача 20. Колко различни числа можем да получим от числото 1234, при разместване на цифрите му, така че точно една от цифрите да остане на мястото си?

МАТЕМАТИЧЕСКА ЩАФЕТА ЗА 5. КЛАС

*Отговорите на всяка задача са скрити под символите @, #, &, §, **

и се използват при решаването на следващата задача. Всеки отбор попълва общ талон.

Задача 1. Числото N е естествено число, по-малко от 38, а броят на числата, по-малки от N и взаимно прости с N е $N - 1$. Броят на числата N е @ . Пресметнете @ .

Задача 2. В групи се записват обикновени дроби с числител и знаменател естествени числа. В една и съща група са дробите с един и същ сбор на числителя и знаменателя. Групите се подреждат една след друга по нарастване на събираемите числители и знаменатели.

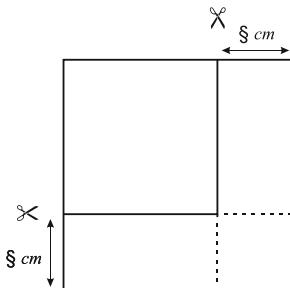
Ето първите три групи: $\left\{\frac{1}{1}\right\}, \left\{\frac{1}{2}, \frac{2}{1}\right\}, \left\{\frac{1}{3}, \frac{2}{2}, \frac{3}{1}\right\}, \dots$

Сборът на дробите в групата, която е на @ място, от ляво надясно, на които и числителя, и знаменателя са прости числа, е #. Пресметнете #.

Задача 3. Най-малкото естествено число N , за което $\frac{\#}{N}$ е правилна дроб е &. Намерете &.

Задача 4. С & различни цифри записах две естествени числа N и M като $N > M$. Най-малката възможна разлика $N - M$ е §. Намерете §.

Задача 5. От квадратно парче хартия, както е показано на фигурата, е отразяна част и останалата част също е квадрат с лице 51 кв. см по-малко от лицето на първоначалния квадрат. Страната на първоначалния квадрат е * mm. Пресметнете *.



МАТЕМАТИЧЕСКА ЩАФЕТА ЗА 5. КЛАС - КЛЮЧ

Задача	1	2	3	4	5
Отговор	12	125/22	6	3	100

КЛЮЧ ЗА 5. КЛАС

КРЪГ Задача	ЕСЕН	ЗИМА	ПРОЛЕТ	ФИНАЛ
1	9610	400	$\frac{3}{10}$	1
2	7	12	0	6
3	6	16	9	28
4	4000	0	4	10
5	3	85	4	1,4
6	30	23	32	60
7	4	2	5	$\frac{1}{300}$
8	576	3, 5	7	$\frac{19}{24}$
9	23	40	10, 11, 12	2
10	44321	0,2	154	4
11	101	12	6	10
12	6	108	2,95	6
13	98	$\frac{1}{16}$	70	3
14	18	19,25	8	250
15	5	9	35	9
16	4 и 9	3	1012	8
17	12	12	9	8
18	6	2	3	4,16
19	5	21	5	2
20	2014	2000	13	8



МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦИ

ПРИМЕРНИ ТЕСТОВЕ

6. КЛАС

УКАЗАНИЯ

1. Моля не отваряйте теста преди квесторът да е дал разрешение.
2. Тестът съдържа 20 задачи със свободен отговор, който записвате в листа за отговори. Проверява се единствено листа за отговори и по него се получава резултатът на участника, с който той участва в класирането.
3. Всяка задача се оценява с 2 точки за верен отговор; с 1 точка – ако отговорите са два или повече, а са посочени поне половината, или ако освен верният отговор, е посочен и един грешен; 0 точки – за грешен отговор или липса на отговор.
4. Времето за работа е не повече от 60 минути. При равен брой точки по-напред в класирането е този ученик, който е изразходвал по-малко време за решаването на задачите.
5. Забранено е използването на калкулатори, телефони или други електронни устройства, учебници и справочници с формули.
6. В условията на задачите се използват:
числа, които се представят като разлика на две естествени числа;
числата, които се представят във вида m/n ($n \neq 0$), където m е цяло число, а n е естествено число;
десетичните дроби.
7. За задачите с числов отговор трябва да се използват:
числа, които се представят като разлика на две естествени числа;
числата, които се представят във вида m/n ($n \neq 0$), където m е цяло число, а n е естествено число;
десетичните дроби.
8. По време на състезанието не се допуска чужда помощ от квестора или друго лице.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХ!

ЕСЕН – 6. КЛАС

Задача 1. Пресметнете

$$\frac{4.6 + 6.8 + 8.10 + 10.12}{2.3 + 3.4 + 4.5 + 5.6}$$

Задача 2. Кое число е реципрочната стойност на A ?

$$A = \frac{2}{3} - \frac{1}{6} \cdot 2$$

Задача 3. Пресметнете x , ако

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{12} + \frac{1}{x} = 1$$

Задача 4. Разликата на две числа е с 12 по-малка от умаляемото и с 12 по-голяма от умалителя. Намерете умаляемото.

Задача 5. Кое е най-малкото трицифрено число, което при делението и на 4, и на 14, и на 28 дава остатък 2?

Задача 6. Нека P е произведението на 30-те най-малки различни прости числа. Намерете остатъка при делението на P на 30.

Задача 7. Колко сред дробите са съкратими?

$$\frac{1}{84}, \frac{3}{84}, \frac{5}{84}, \dots, \frac{81}{84}, \frac{83}{84}$$

Задача 8. Колко са целите числа от 9 до 25, които имат четен брой естествени числа за делители?

Задача 9. Ако $\frac{1}{11}$ от числото A е равна на 11, пресметнете 11% от A .

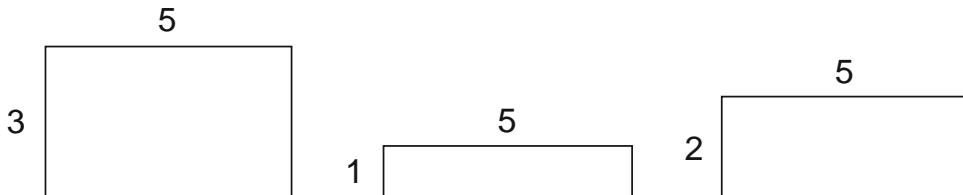
Задача 10. Пресметнете x ако $0, (51) - \frac{51}{100} = \frac{17}{33} \cdot x$

Задача 11. Върху окръжност са отбелязани 2 червени и 3 сини точки. Иво преброил всички възможни триъгълници с точно един червен връх. Броят им се оказал по-малък от броя на триъгълниците с поне два сини върха. С колко е по-малък броят им?

Задача 12. Квадрат със страна 3 см и триъгълник имат равни обиколки и обща страна. Намерете дълчината на най-голямата страна на триъгълника, ако тя се измерва с цяло число сантиметри.

Пояснение: Всяка страна на триъгълника е по-малка от сбора на другите две страни.

Задача 13. Разполагаме с три правоъгълника – единият с дължина 5 см и широчина 3 см, вторият – с дължина 5 см и широчина 1 см, третият – с дължина 5 см и широчина 2 см . С тях е построен правоъгълник с лице 30 кв. см. Посочете всички възможни стойности на обиколката на построения правоъгълник?



Задача 14. Колко процента от фигурата не е оцветена?



Числата в оцветените правоъгълници показват каква част от големия правоъгълник са лицата им.

Задача 15. С колко литра вода можем да напълним половината от аквариум с формата на правоъгълен паралелепипед с дължина 50 см, широчина 30 см и височина 40 см?

Задача 16. Всяко едно от 101 числа е равно или на 1, или на (-1). Колко са всичките възможни сборове?

Задача 17. Кое е естественото число по-малко от 2000, такова че ако към него прибавим сбора от цифрите му ще получим 2021?

Задача 18. В кутия има 7 червени и 9 сини моливи. Без да гледаме вземаме моливи. Колко най-малко молива трябва да вземем, за да сме сигурни, че сред тях има не по-малко от 4 червени и не по-малко от 3 сини молива?

Задача 19. Пресметнете $a + b + c$ ако $ab - 5,9 = 1,62$

Задача 20. От пристанище A до пристанище B по течението на реката кораб пътува 5 денонощия, а обратно – по същия път за 7 денонощия. За колко денонощия сал ще пропътува разстоянието от A до B ?

ЗИМА – 6. КЛАС

Задача 1. Пресметнете

$$1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + 7 - \dots + 19 - 20$$

Задача 2. Пресметнете

$$(-5).(-4).(-3) + (-4).(-3).(-2) + (-3).(-2).(-1)$$

Задача 3. Пресметнете

$$(1 - 9).(2 - 8).(3 - 7). \dots .(8 - 2).(9 - 1)$$

Задача 4. Пресметнете

$$(-1)^{1+3} + (-1)^{1+3+5+7} + (-1)^{1+3+5+7+9+11} + (-1)^{1+3+5+7+9+11+13}$$

Задача 5. Пресметнете

$$\frac{1 + 3^2 + 3^3 + 3^5 + 3^6 + 3^8}{1 + 3^3 + 3^6}$$

Задача 6. Кое е най-малкото естествено число n , за което

$$n. 0, (18) - \frac{1}{11}$$

е цяло число?

Задача 7. Пресметнете x , ако

$$\frac{14}{19} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}}}.$$

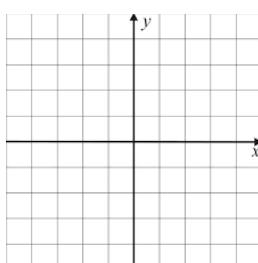
Задача 8. С колко сборът на целите отрицателни числа, по-големи от (-10) , е по-малък от събира на всички естествени числа по-малки от 10?

Задача 9. Кое е най-голямото трицифрено число \overline{xyz} , което е с различни четни цифри и

$$x < y; y > z; z < 7?$$

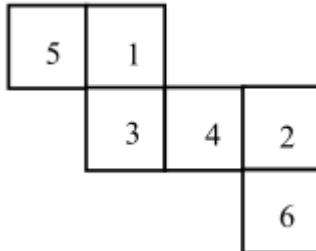
Задача 10. Числото 111...111, което е записано с 21 единици, е разделено на 3. Колко са цифрите 3 в частното?

Задача 11. Ако $A(2; 2)$, $B(1; 3)$, $C(4,1)$, пресметнете лицето на ΔABC .

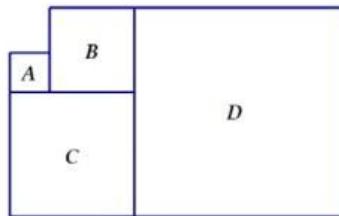


Задача 12. Правоъгълник, който може да бъде разрязан на три еднакви квадрата, има лице 363 cm^2 . Колко cm е обиколката на този правоъгълник?

Задача 13. Показаната фигура е развивка на куб, стените на който са номериирани с числата от 1 до 6. Колко е най-голямият сбор на числата, записани върху три стени с общ връх?



Задача 14. Фигурите A , B , C и D са квадрати. Обиколката на A е два пъти по-малка от обиколката на B . Колко пъти обиколката на D е по-голяма от обиколката на A ?



Задача 15. Правоъгълен паралелепипед има измерения 40 см , 28 см и 36 см . Той трябва да бъде разрязан на еднакви кубчета с дължини на ръбовете цяло число сантиметри. Колко такива разрязвания са възможни?

Задача 16. Колко е броят на всички естествени числа N , такива че N^2 да дели 6^6 ?

Задача 17. Общо 6 цифри 0 или 1 са записани една до друга, така че първата цифра да не е 0, и да няма две цифри 0 една до друга. Колко такива шестцифрени числа може да се запишат?

Задача 18. Средноаритметичното на 9 числа е (-11) , а средноаритметичното на 7 от тях е (-3) . Колко е средноаритметичното на останалите 2 числа?

Задача 19. Колко са целите числа x , за които е изпълнено неравенството

$$-8\pi < x < \pi ?$$

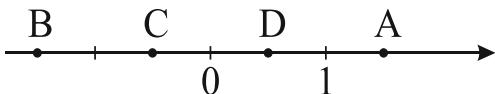
Задача 20. Сборът на умаляемото, умалителя и разликата е 2022. Кое число е умаляемото?

ПРОЛЕТ – 6. КЛАС

Задача 1. Пресметнете

$$\frac{1}{2} - \frac{2}{3} - \frac{4}{3} + \frac{5}{4} - \frac{7}{4}$$

Задача 2. Колко от точките A, B, C и D на чертежа съответстват на отрицателни числа от числовата ос?



Задача 3. Запишете като десетична дроб $2 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0 + 3 \cdot 10^{-4}$

Задача 4. Пресметнете естественото число x , ако

$$7 - 3.3, (1) + |3.3, (1) - 11| = -\frac{x}{3}$$

Задача 5. Пресметнете x , ако

$$48 \cdot 2^{11} + 5 \cdot 2^{16} - 7 \cdot 2^{15} = 3 \cdot 2^x$$

Задача 6. От числата $-9, -8, -1, 0, 1$ и 2 изберете две и ги умножете. Кой е най-малкият възможен резултат, който можем да получим?

Задача 7. От всички естествени числа по-малки от 30 са изтрити всички числа x , за които $30 - x$ се дели на 7. Колко числа са останали?

Задача 8. Коя е цифрата на единиците на числото равно на

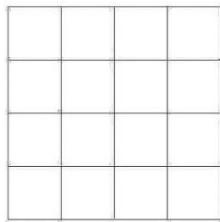
$$15 \cdot 25 \cdot 35 \cdot 45 - 16 \cdot 26 \cdot 36 \cdot 46$$

Задача 9. Колко са 5-цифрените числа 3^*91^* , които се делят на 22?

Задача 10. Кое от числата $(-49,1567)$, (-50) , $(-\frac{1}{1000})$ и $(-0,003)$ е най-голямо?

Задача 11. По колко начина можем да запишем 38 като сбор $a + b + c$, където a , b и c са прости числа и $a < b < c$?

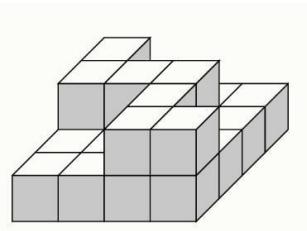
Задача 12. Квадрат е съставен от 16 еднакви квадрата с дължина на страната на всеки от тях 1 см. Ако разрежем квадрата по права линия колко най-много от тези 16 квадрата ще се окажат разрязани?



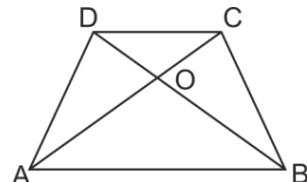
Задача 13. При пресмятане на лицето на кръг по формулата πr^2 Алекс заменил дълчината на радиуса r с дълчината на диаметъра и получил лице $16\pi \text{ cm}^2$. С колко квадратни сантиметра е сгрешил Алекс?

Задача 14. Лицето на повърхнината на куба е равно на 726 cm^2 . Пресметнете обема на този куб в cm^3 .

Задача 15. Тялото, изобразено на картинката се състои от 23 еднакви кубчета. Колко най-малко кубчета трябва да добавим за да достроим това тяло до куб?



Задача 16. Трапец се разделя от диагоналите си на 4 триъгълника с лица в cm^2 1, 3, 9 и x . Намерете x .



Задача 17. Намерете всички цели числа x , за които

$$2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 = x^2 - 1?$$

Задача 18. Колко е сборът на целите числа a , b и c , ако най-малкото сред тях е (-15) и $4.a = -6.b = -15.c$?

Задача 19. Намерете сума на цифрите на най-малкото естествено число с произведение на цифрите 900.

Задача 20. Сборът от цифрите на две трицифрени числа A и B е 27. Колко е най-малкият възможен сбор на цифрите на числата $A + B$?

ФИНАЛ – 6. КЛАС

Задача 1. Пресметнете

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{10} + \frac{4}{20} + \frac{9}{30} + \frac{16}{40} - \frac{5}{10}$$

Задача 2. Запишете като десетична дроб

$$2 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10 + 2 \cdot 10^0 + 2 \cdot 10^{-1} + 2 \cdot 10^{-2} + 2 \cdot 10^{-4}$$

Задача 3. Пресметнете

$$(2 - 512) \cdot (2^2 - 256) \cdot (2^3 - 128) \dots \cdot (256 - 2^2) \cdot (512 - 2)$$

Задача 4. Пресметнете

$$(-1)^1 + (-1)^{1+3+5} + (-1)^{1+3+5+7+9} + \dots + (-1)^{\frac{1+3+\dots+95+97}{49}}$$

Задача 5. Колко са естествените числа, които не са по-големи от 21 и могат да се представят като сбор на няколко различни прости числа?

Задача 6. Коя е най-голямата стойност на Z , ако X и Y са различни числа от множеството

$$\{-2; -1; 1; 2\} \text{ и } -3 \xrightarrow{-X} \bullet \xrightarrow{\times Y} Z$$

Задача 7. Кое е най-малкото естествено число n , за което

$$n \cdot 0, (037) - \frac{1}{27}$$

е естествено число?

Задача 8. Сборът на умаляемото, умалителя и разликата е (-204) . Кое число е умаляемото?

Задача 9. Ако $3,2 < x < 4,2$, пресметнете стойността на израза

$$|x - 3,2| + |x - \pi| + |x - 4,2| + \pi - x.$$

Задача 10. Леден блок се стопява равномерно като на всеки час губи третинка от теглото си. След 3 часа той тежал вече 27 kg . Колко е тежал първоначално?

Задача 11. Отсечката AB е дълга 120 cm . Ани отбелязва разделителни точки върху отсечката така, че да се получат 8 равни части. Петър отбелязва разделителни точки върху отсечката така, че да се получат 12 равни части. Колко от отбелязаните разделителни точки на Ани съвпадат с тези на Петър?

Задача 12. Правоъгълен паралелепипед има обем 12 cm^3 . Дълчините на ръбовете са цели числа сантиметри. Колко най-много cm^2 може да бъде лицето на пълната повърхнина на паралелепипеда?

Задача 13. От три метални кубчета с ръбове съответно 9 см, 12 см и 15 см е отлято ново кубче. Пресметнете колко см е ръба на новото кубче.

Задача 14. Правоъгълен паралелепипед има измерения 70 cm , 42 cm и 154 cm . Той трябва да бъде разрязан на еднакви кубчета с дължини на ръбовете цели числа сантиметри. Колко такива разрязвания са възможни?

Задача 15. Броят на отсечките, които съединяват всеки два върха на 8-ъгълна пирамида е n . Пресметнете n .

Задача 16. Пресметнете

$$\frac{2^{20} + 4^{10} + 16^5}{128^3}$$

Задача 17. Коя е най-малката стойност на естественото число n , за която $3^n + 2$ е съставно число?

Задача 18. Коя е цифрата на единиците на числото равно на

$$15 \cdot 25 \cdot 35 \cdot 45 \cdot 55 - 16 \cdot 26 \cdot 36 \cdot 46 \cdot 56 + 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$$

Задача 19. Пресметнете x , ако

$$(-8) + (-7) + (-6) + (-5) + \dots + 4 + 5 + 6 = (1 + 2 + 3 + 4 + 5) \cdot x$$

Задача 20. Възрастта на Петър е двуцифreno число, което е с 4 по-голямо от устроения сбор на цифрите му. На колко години е Петър?

МАТЕМАТИЧЕСКА ЩАФЕТА ЗА 6. КЛАС

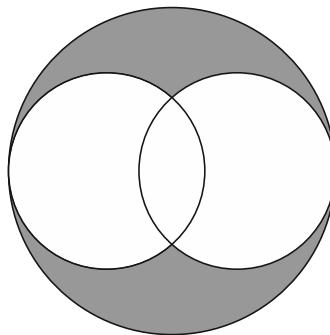
Отговорите на всяка задача са скрити под символите @, #, &, § и *

и се използват при решаването на следващата задача. Всеки отбор попълва общ талон.

Задача 1. На седем картички, подредени една до друга са записани седем числа. Сборът на числата на всеки три съседни картички е (-6) , а сборът на числата върху всички картички е (-7) . Числото, записано на първата картичка е @. Пресметнете @.

Задача 2. В кръг с радиус @ см, са построени два еднакви кръга с радиус 3 см, както е показано на чертежа. Означаваме лицето на големия кръг с X , а разликата между лицето на заштрихованата част и общата част на двета бели кръга с Y .

Ако $\frac{Y}{X} = \#$, посочете несъкратимата обикновена дроб, равна на #.



Задача 3. Нека N е естествено число. Броят на правилните несъкратими обикновени дроби от вида $\frac{N}{50\left(\# + \frac{2}{5}\right) - N}$ е &. Намерете &.

Задача 4. Броят на трицифрените числа, по-малки от 129, които имат точно & естествени числа за делители е §. Намерете §.

Задача 5. Стойността на израза

$$|x - \pi| + |x - 2\pi| + |x - 3\pi| + |x - \pi^2|$$

за $x = \$$ е *. Определете *.

МАТЕМАТИЧЕСКА ЩАФЕТА ЗА 6. КЛАС

КЛЮЧ

Задача	1	2	3	4	5
Отговор	5	7/25	8	6	π^2

КЛЮЧ ЗА 6. КЛАС

Задача	КРЪГ	ЕСЕН	ЗИМА	ПРОЛЕТ	ФИНАЛ
1		4	-10	-2	1
2		3	-90	2	2022,2202
3		12	0	2022,0003	0
4		36	2	2	-25
5		114	10	16	15
6		0	6	-18	10
7		18	4	25	28
8		14	90	1	-102
9		13,31	684	5	1
10		0,01	7	$-\frac{1}{1000}$	91,125
11		1	$\frac{1}{2}$	4	3
12		5	88	7	50
13		22 и 26	14	12π	18
14		50	5	1331	4
15		30	3	41	36
16		102	16	3	1,5
17		1996	13	± 8	5
18		13	-39	-1	1
19		14	29	23	-1
20		35	1011	9	25



МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦИ

ПРИМЕРНИ ТЕСТОВЕ

7. КЛАС

УКАЗАНИЯ

- 9.** Моля не отваряйте теста преди квесторът да е дал разрешение.
- 10.** Тестът съдържа 20 задачи със свободен отговор, който записвате в листа за отговори. Проверява се единствено листа за отговори и по него се получава резултатът на участника, с който той участва в класирането.
- 11.** Всяка задача се оценява с 2 точки за верен отговор; с 1 точка – ако отговорите са два или повече, а са посочени поне половината, или ако освен верният отговор, е посочен и един грешен; 0 точки – за грешен отговор или липса на отговор.
- 12.** Времето за работа е не повече от 60 минути. При равен брой точки по-напред в класирането е този ученик, който е изразходвал по-малко време за решаването на задачите.
- 13.** Забранено е използването на калкулатори, телефони или други електронни устройства, учебници и справочници с формули.
- 14.** В условията на задачите се използват:
числа, които се представят като разлика на две естествени числа;
числата, които се представят във вида m/n ($n \neq 0$), където m е цяло число, а n е естествено число;
десетичните дроби.
- 15.** За задачите с числов отговор трябва да се използват:
числа, които се представят като разлика на две естествени числа;
числата, които се представят във вида m/n ($n \neq 0$), където m е цяло число, а n е естествено число;
десетичните дроби.
- 16.** По време на състезанието не се допуска чужда помощ от квестора или друго лице.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХ!

ЕСЕН – 7. КЛАС

Задача 1. Пресметнете

$$9 \times 10^4 + 9 \times 10^3 + 11 \times 10^2 - 2021$$

Задача 2. Колко са целите числа, които делят с остатък 0 числото A ?

$$A = 4^2 \cdot 5 - 3^2 \cdot 7.$$

Задача 3. Пресметнете x ако

$$-(x - (2x - (3x - 4))) = 5$$

Задача 4. Колко знаци „–“ трябва да заменим с „+“, така че равенството

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{12} = 1$$

да е вярно?

Задача 5. Пресметнете $x \cdot y + y \cdot z + z \cdot x$, ако $x:y:z = 3:(-4):5$ и $y = -8$

Задача 6. Цяла част $[x]$ на числото x се нарича най-голямото цяло число, което не е по-голямо от x . Дробна част $\{x\}$ на числото x се нарича числото равно на $x - [x]$.

Пресметнете

$$\left\{-1\frac{1}{3}\right\} + \left\{-\frac{2}{3}\right\} + [1\frac{1}{3}] + [2\frac{2}{3}]$$

Задача 7. Кои са последните три цифри на числото A ?

$$A = 1.4.7.10.13.16.19.22.25$$

Задача 8. Намерете частното от делението на $2 + 2^3 + 2^5 + 2^7 + 2^9 + 2^{11}$ на $1 + 2^6$.

Задача 9. Коя е най-голямата стойност на израза?

$$\frac{3 + x^2}{0,375 + x^2}$$

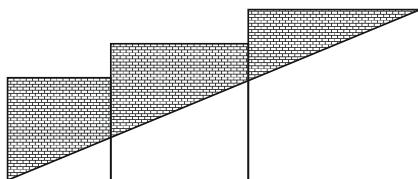
Задача 10. Коя е последната цифра на числото, равно на

$$333 \times 666 \times 222 - 222 \times 777 \times 555?$$

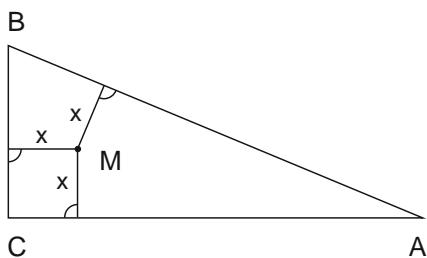
Задача 11. Точката $A (a + b, a \cdot b)$ е във II квадрант и $a \cdot b \neq 0$. В кой квадрант е точката $B (a, b)$?

Задача 12. Обиколките на правоъгълник със страни a и b и квадрат със страна a се отнасят, както $5 : 6$. Определете отношението на лицата на тези фигури.

Задача 13. Дадени са три квадрата с лица 9 cm^2 , 16 cm^2 и 25 cm^2 . Колко cm^2 е лицето на зашрихованата фигура?



Задача 14. Триъгълник ABC е правоъгълен с катети $AC = 12 \text{ cm}$ и $BC = 5 \text{ cm}$. Точката M е вътрешна за триъгълника и е на равни разстояния $x \text{ cm}$ от страните на правоъгълния триъгълник ΔABC . Пресметнете x .



Задача 15. Сборът от ординатите на точките $A(0; 1)$, $B(-2; y)$ и $C(0; -3)$ е равен на сбора на абсцисите им. Пресметнете лицето на триъгълник ABC .

Задача 16. Точки A , B и C лежат на една права, $AB = 4 \text{ cm}$ и $AC = BC + 2 \text{ cm}$. Колко сантиметра е AC ?

Задача 17. Ако $|a| = 5$, $|b| = 4$ и $|a + b| = -a - b$, пресметнете $a - b$.

Задача 18. Колко са всички трицифренi числа \overline{cab} , ако $c > b > a$ и a, b, c са прости числа?

Задача 19. От пристанище A до пристанище B по течението на реката кораб пътува 5 денонощия, а обратно – по същия път за 7 денонощия. Колко пъти скоростта на кораба е по-голяма от скоростта на течението на реката?

Задача 20. Естествено число се дели на всички естествени числа x , $x \leq 50$, освен две последователни естествени числа y и $y + 1$, $y \leq 49$. Намерете y .

ЗИМА – 7. КЛАС

Задача 1. Пресметнете стойността на израза

$$\frac{1}{2} - 3 \cdot \left(\frac{1}{6} - 4 \cdot \left(\frac{1}{4} - 0,75 \right) \right)$$

Задача 2. Пресметнете стойността на израза

$$(x - y + z) \times (x + y - z) - 2x^2 + 2(y - z)^2,$$

$$\text{ако } x^2 - (y - z)^2 = 1$$

Задача 3. Пресметнете

$$(1 - 11) \cdot (2 - 10) \cdot (3 - 9) \cdot \dots \cdot (10 - 2) \cdot (11 - 1)$$

Задача 4. Ако

$$3^2 - 5^2 + 7^2 - 9^2 + 11^2 - 13^2 + 15^2 - 17^2 = 80x,$$

пресметнете x .

Задача 5. Намерете събира на естествените числа k и n , ако $kn^2 - kn - n^2 + n = 26$.

Задача 6. Целите числа x и y са такива, че $\frac{x}{12} = \frac{y}{8}$ и $xy = 96$. Пресметнете $x + y$.

Задача 7. Ако $|a| = 1 - b$ и $|b - 2| = 4$, пресметнете $a^2 - b^2$.

Задача 8. Намерете броя на различните прости делители на числото, равно на

$$6^{2020} - 7 \cdot 6^{2021} - 6^{2022}.$$

Задача 9. Ако

$$x^4 + 2022x^2 + 2021x + 2022 = (x^2 + Ax + 1)(x^2 - x + B)$$

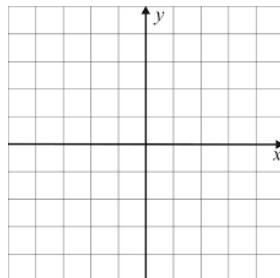
е тъждество, пресметнете $A + B$.

Задача 10. Колко е броят на всички естествени числа N , за които N^3 е делител на числото 12^6 ?

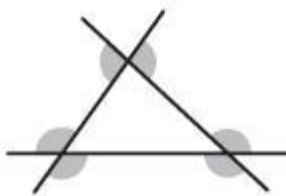
Задача 11. Основата на пирамида с 2022 върха е и основа на призма. Колко са ръбовете на призмата?

Задача 12. От правоъгълен триъгълник с катети 6 см и 8 см и правоъгълен триъгълник с хипотенуза 17 см и катет 15 см сложих нов триъгълник. Колко сантиметра е обиколката на новия триъгълник?

Задача 13. Ако $A(2; 2)$, $B(1; 3)$, $C(4; 1)$, пресметнете лицето на ΔABC .



Задача 14. Колко градуса е сборът на ъглите оцветени в сиво?



Задача 15. Четириъгълникът $ABCD$ е правоъгълник. Ъглополовящата на $\angle BAD$ пресича правите CB и CD съответно в точките N и M , и $DM = 5 \text{ cm}$, $CN = 3 \text{ cm}$. Пресметнете лицето на правоъгълника.

Задача 16. Една от цифрите на трицифреното число \overline{abc} е 0. При зачеркването на цифрата 0 се получава двуцифреното число, което е 9 пъти по-малко. Кое е трицифреното число?

Задача 17. Всеки участник в турнир по шах играе по една партия срещу всеки от останалите участници. При победа участникът получава 1 точка, при равенство – 0,5 точки, при загуба – 0 точки. Победителят в турнира спечелил всички свои партии и получил 4 пъти по-малко точки от сума от точките, спечелени от останалите участници. Колко шахматисти са участвали в този турнир?

Задача 18. Пресметнете

$$|\pi - 1| + |\pi - 2| + |\pi - 3| + |\pi - 4| + |\pi - 5| + |\pi - 6|$$

Задача 19. Пресметнете $a + b + c$, ако

$$4a^2 + 9b^2 + 36c^2 = 4a + 6b + 12c - 3.$$

Задача 20. Кои са числата x , за които е изпълнено

$$||x^3| - 3x^3| = -x?$$

ПРОЛЕТ – 7. КЛАС

Задача 1. Пресметнете

$$0,1^4 - \left(\frac{1}{10} - 1\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{10}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{100}\right)$$

Задача 2. Пресметнете x , ако $(-x - \pi) \cdot |\pi - 4| = (4 - \pi)^2$

Пояснение: Числото $\pi \approx 3,14$

Задача 3. Запишете като десетична дроб

$$(10^3 + 2 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0 + 4 \cdot 10^{-2}) : 10230,4$$

Задача 4. Пресметнете $x - 100$, ако $\frac{102^3 - 8}{100} + 204 = x^2$

Задача 5. Числото А е произведение на всички прости числа, по-малки от 22. Числото В е произведението на всички четни числа по-малки от 22. Коя е цифрата на единиците на числото равно на $A - B$?

Задача 6. Кое е най-малкото просто число, което дели числото равно на

$$15^3 + 17^3 + 19^3 + 24^3 ?$$

Задача 7. Пресметнете x , ако

$$10 \cdot (11^5 + 11^4 + 11^3 + 11^2 + 12) + 1 = 121^x.$$

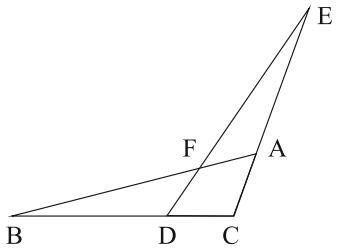
Задача 8. Намерете x , ако $x^3 - x = 3 - 3x$.

Задача 9. Ако естествените числа a и b при деление на 5 дават остатъци съответно 1 и 2, намерете остатъка при делението на 5 на израза $a + b^2$.

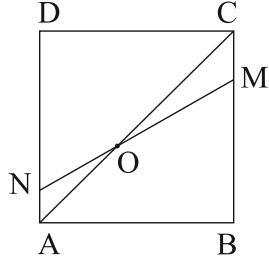
Задача 10. Кое е най-малкото естественото число n , за което $n^3 + 5n - 1$ не е просто число?

Задача 11. Пресметнете лицето на правоъгълен триъгълник със страни $x \text{ cm}$, 252 cm и 277 cm , ако $x < 252 < 277$.

Задача 12. Еднаквите триъгълници ABC и DEC са разположени, както е показано на чертежа. Ако $DC = AC = 1 \text{ cm}$, $BD = EA = 2 \text{ cm}$ и лицето на четириъгълника $DCAF = 1 \text{ cm}^2$, пресметнете лицето на ΔABC .

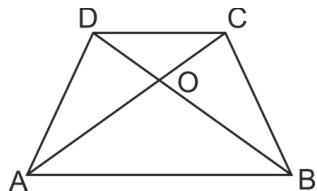


Задача 13. Колко градуса е $\angle COM$, ако $\angleOND = 60^\circ$ и четириъгълник $ABCD$ е квадрат?

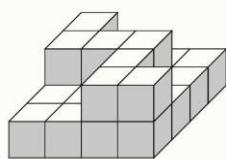


Задача 14. Трапец се разделя от диагоналите си на 4 триъгълника с лица в cm^2 1, 3, 9 и x .

Намерете x .



Задача 15. Тяло, изобразено на картинката се състои от 23 еднакви кубчета. Колко най-малко кубчета трябва да добавим за да достроим това тяло до паралелепипед?



Задача 16. Дължината на окръжност с диаметър $\frac{8}{\pi} \text{ cm}$ е равна на обиколката на квадрат.

Колко cm^2 е лицето на този квадрат?

Задача 17. Четното естествено число N има точно 7 естествени делители (включително 1 и N). Колко естествени делители има числото $12 \cdot N$?

Задача 18. Колко са целите числа от 11 до 1000, в записа на които няма две еднакви цифри една до друга?

Задача 19. Изразът $n^3 + 7n^2 - 36$ е разложен на три множителя. Два от множителите му са $(n - 2)$ и $(n + 3)$. Кой е третият?

Задача 20. В редица от двойки числа $(1, 2), (3, 4), \dots, ((x - 1), x)$ зачеркваме една двойка числа. Сборът на незачеркнатите числа е 156. Пресметнете сбора на зачеркнатите числа.

ФИНАЛ – 7. КЛАС

Задача 1. Пресметнете

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \frac{1}{16} - \frac{1}{32}$$

Задача 2. Пресметнете

$$0,00000256 + \left(1 - \frac{1}{5}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{5}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{25}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{625}\right)$$

Задача 3. Пресметнете събира на всички цели отрицателни числа x , за които

$$(-x - \pi) \cdot |\pi - 4| < (\pi - 4)^2$$

Пояснение: Числото $\pi \approx 3,14$

Задача 4. Цяла част $[x]$ на числото x се нарича най-голямото цяло число, което не е по-голямо от x . Дробна част $\{x\}$ на числото x се нарича числото, равно на $x - [x]$.

Пресметнете

$$\{-\pi\} + \{-2\pi\} + [\pi] + [2\pi]$$

Задача 5. Ако $(x - y)xy \neq 0$ и $\frac{x^3 - y^3}{(x - y)^3} = 7$ пресметнете $\frac{x}{y} + \frac{y}{x}$.

Задача 6. Числото 2 е корен на уравнението $|x - 5| = a^2 - 3a + 5$, в което a е параметър. Кой е другият корен?

Задача 7. При делението на естественото число A на 55 се получава остатък 34. При делението на същото число на 32 се получава остатък 2. Коя е цифрата на единиците на числото A ?

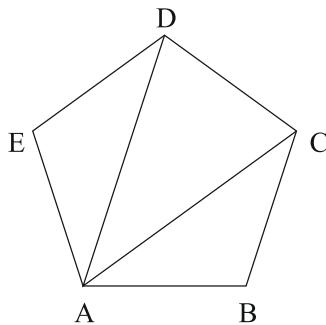
Задача 8. Намерете остатъка при делението на $2^{22} - 6^{12}$ на 10.

Задача 9. Пресметнете x , ако

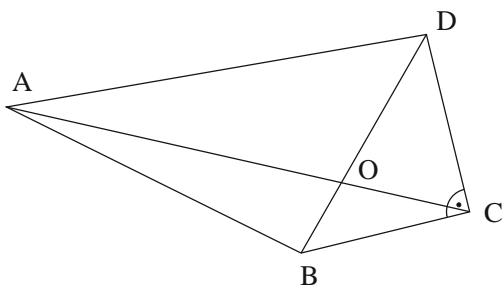
$$|x| - \left| \frac{x}{-6} \right| = x - \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{x}{2} - 1 \right)$$

Задача 10. Пресметнете събира на естествените числа m и n , за които $20m + 22n = 222$?

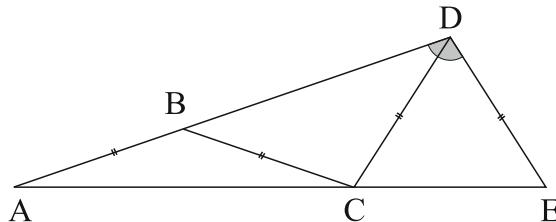
Задача 11. Даден е правилен петоъгълник $ABCDE$. Намерете градусната мярка на $\angle CAD$.



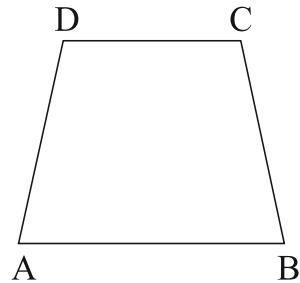
Задача 12. За четириъгълника $ABCD$ е известно, че $DB = 13 \text{ cm}$, $BC = 5 \text{ cm}$, $\angle BCD = 90^\circ$, $AO : AC = 2:3$. Пресметнете колко квадратни cm^2 е лицето му.



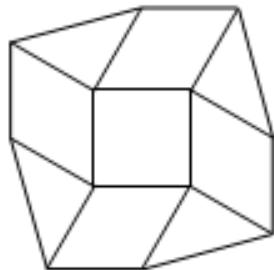
Задача 13. На чертежа $AB = BC = CD = DE$. Мярката на $\angle ADE$ е цяло число градуси. Коя е възможно най-малката стойност на мярката на $\angle ADE$?



Задача 14. Всеки от диагоналите на трапеца е равен на сума на двете основи. Колко градуса е ъгълът между диагоналите?



Задача 15. Фигурата на чертежа е съставена от един квадрат в центъра, четири ромба с равни остири ъгли и четири триъгълника. Намерете лицето в квадратни сантиметри на всеки от ромбовете, ако лицето на квадрата е 36 cm^2 , а лицето на цялата фигура е 204 cm^2



Задача 16. Числото n е естествено число, а числото $m = 4n^2 - 121$ е просто число. Пресметнете m .

Задача 17. Пресметнете ab , ако $a + b = 3$ и $a^3 + b^3 = 63$.

Задача 18. Колко са естествените числа N , такива че сред числата от 1 до N точно 12 % се делят на 8?

Задача 19. Разполагаме с везна с две блюда и с три теглилки, съответно от 1 kg, 3 kg и 10 kg. Колко предмета с различни тегла може да се претеглят с помощта на везната, ако в едно претегляне участва само един предмет?

Задача 20. Нека x и y са прости числа, такива че x дели $2y + 1$, а y дели $2x + 1$. Коя е най-малката стойност на $x + y$?

МАТЕМАТИЧЕСКА ЩАФЕТА ЗА 7. КЛАС

Отговорите на всяка задача са скрити под символите @, #, &, §, * и се използват при решаването на следващата задача. Всеки отбор попълва обиц талон.

Задача 1. Сборът на корените на уравнението

$$4x^2 - 12x + 9 - 5|4x - 6| + 25 = 0,$$

е @ Пресметнете @.

Задача 2. Събрах всички двуцифрени числа, които се делят на @. Най-голямото просто число, което е делител на получения сбор е #. Пресметнете #.

Задача 3. Две от страните на правоъгълен триъгълник са # и # - 2, а третата е също цяло число. Лицето на триъгълника е &. Намерете &.

Задача 4. В правоъгълник са отбелязани § точки и той е разрязан на триъгълници с върхове в тези точки и/или върховете на правоъгълника. Получили са се & триъгълника. Намерете §.

Задача 5. Разглеждаме всички правоъгълници с обиколка § см и страни прости числа см. Пресмятаме лицата им и от най-голямото лице изваждаме най-малкото лице. Получаваме * см². Пресметнете *.

МАТЕМАТИЧЕСКА ЩАФЕТА ЗА 7. КЛАС

КЛЮЧ

Задача	1	2	3	4	5
Отговор	3	37	210	104	432

КЛЮЧ ЗА 7. КЛАС

Задача	КРЪГ	ЕСЕН	ЗИМА	ПРОЛЕТ	ФИНАЛ
1		98079	-6	1	$\frac{21}{32}$
2		4	-1	-4	1
3		- 0,5	0	0,1	-6
4		1	-2	-204 и 4	$-3\pi + 20$
5		-68	16	0	2,5
6		4	± 20	3	8
7		000	5	3	4
8		42	4	1	8
9		8	2023	0	$-\frac{1}{5}$
10		4	15	6	11
11		III	6063	14490	36
12		2:3	48	2	90
13		20	$\frac{1}{2}$	15°	64
14		2	720	3	60°
15		4	10, 40	9	24
16		3	405	4	23
17		-1; -9	10	18	-4
18		4	9	809	7
19		6	1	$n + 6$	13
20		31	$0; -\frac{1}{2}$	15	10



МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦИ

ПРИМЕРНИ ТЕСТОВЕ

8 КЛАС

УКАЗАНИЯ

1. Моля не отваряйте теста преди квесторът да е дал разрешение.
2. Тестът съдържа 20 задачи със свободен отговор, който записвате в листа за отговори. Проверява се единствено листа за отговори и по него се получава резултатът на участника, с който той участва в класирането.
3. Всяка задача се оценява с 2 точки за верен отговор; с 1 точка – ако отговорите са два или повече, а са посочени поне половината, или ако освен верният отговор, е посочен и един грешен; 0 точки – за грешен отговор или липса на отговор.
4. Времето за работа е не повече от 60 минути. При равен брой точки по-напред в класирането е този ученик, който е изразходвал по-малко време за решаването на задачите.
5. Забранено е използването на калкулатори, телефони или други електронни устройства, учебници и справочници с формули.
6. В условията на задачите се използват както рационални, така и ирационални числа.
7. За задачите с числов отговор трябва да се използват както рационални, така и ирационални числа.
8. По време на състезанието не се допуска чужда помощ от квестора или друго лице.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХ!

ЕСЕН – 8. КЛАС

Задача 1. Пресметнете

$$\frac{2^{24} + 4^{12} + 8^8 + 16^6}{2^{26}}.$$

Задача 2. Пресметнете стойността на израза $(\frac{|x|}{x} + \frac{|y|}{y})^3 - 8$, ако $xy > 0$.

Задача 3. Ако $x < 2$ и

$$\frac{1}{x} = \frac{x^3}{1+3+5+7+9+11+13+15+17},$$

пресметнете x .

Задача 4. За целите числа x, y и z са изпълнени следните равенства:

$$x \times y = -2; \quad y \times z = -6.$$

Пресметнете най-големия възможен сбор на тези числа.

Задача 5. Пресметнете x, y , ако $4y - y^2 = x^2 - 6x + 13$.

Задача 6. Намерете числото A , ако

$$(x-3).(x-1).(x+5).(x+7) = (x^2 - A \cdot x - 13)^2 - 64$$

е тъждество.

Задача 7. Кое е най-голямото просто число, което дели числото равно на A ?

$$A = 1 + 3 + 5 + \dots + 63 + 65$$

Задача 8. Пресметнете:

$$\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{17}\right) \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{15}\right) \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{13}\right) \cdot \dots \cdot \left(\frac{1}{15} - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{1}{17} - \frac{1}{1}\right).$$

Задача 9. Ако p, q и r са прости числа, такива че $r = 99 + p = 40 + q$,

пресметнете $p + q + r$.

Задача 10. Пресметнете x , ако

$$(x+1)(2x^2+1)(6x^2+2) = 3(x+1)(4x^2+2)(3x^2+1).$$

Задача 11. Събрах ъглите на околните стените и основата на пирамида. Получих 2160 градуса. Колко са върховете на пирамидата?

Задача 12. Нека абсцисата и ордината на точката A са съответно x и y и $x - y = xy = \frac{x}{y}$.

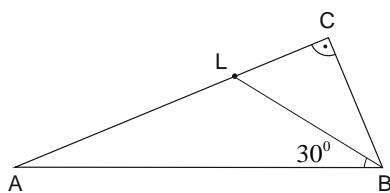
От кой квадрант е точката A ?

Задача 13. Колко е отношението на лицето на правилен шестоъгълник със страна 1 cm и лицето на равностранен триъгълник със страна 2 cm?

Задача 14. Лицето и обиколката на правоъгълник са съответно $S \text{ cm}^2$ и $P \text{ cm}$. Намаляваме и дълчината, и широчината на този правоъгълник с 2 cm. Колко cm^2 е лицето на новия правоъгълник?

Задача 15. Колко са триъгълниците с координати на върховете естествени числа, по-малки или равни на 3?

Задача 16. На чертежа $\angle ACB = 90^\circ$, BL е ъглополовяща и $\angle ABL = 30^\circ$.



Ако $AC = 24 \text{ cm}$, колко сантиметра е дълчината на отсечката BL ?

Задача 17. Опростете израза

$$\frac{(b-c)^3 + (c-a)^3 + (a-b)^3}{(a-b).(b-c)}$$

Задача 18. Кое е най-малкото от числата a , b и c ?

$$a = 2^{56}, b = 18^{15}, c = 30^{11}$$

Задача 19. Колко са целите неотрицателни числа x_1, x_2, x_3 , със сбор 4?

Пояснение: Броят на целите неотрицателни числа x_1, x_2, \dots, x_n , които са решения на уравнението $x_1 + x_2 + \dots + x_n = N$ е C_{N+n-1}^{n-1} .

Задача 20. Ако x и y са естествени числа, такива че $xy + 2x + y = 4$, пресметнете $x + 2y$.

ЗИМА – 8. КЛАС

Задача 1. Пресметнете стойността на израза

$$(\sqrt{6})^2 + (\sqrt{4})^{2+4} + (\sqrt{2})^{2+4+6}$$

Задача 2. Пресметнете стойността на израза

$$(-a + b + c)(a - b + c) - ab$$

ако $a^2 + b^2 = c^2$ и $ab = 12$.

Задача 3. Пресметнете

$$\sqrt{50.72.98.128} - 2022$$

Задача 4. Пресметнете $\sqrt{\pi^2 - 4\pi + 4} + \sqrt{\pi^2 - 8\pi + 16}$

Задача 5. Нека n е естествено число. Намерете най-големият общ делител на числата равни на $2n + 23$ и $n + 15$.

Задача 6. Нека a е естествено число, такова че уравнението $(x + a)(x + 1) + 2 = 0$ има два различни реални корена. Коя е най-малката стойност на a ?

Задача 7. Пресметнете x , ако $2x + 3y + 6z = -1,5$ и $3x + 4y + 8z = 5$.

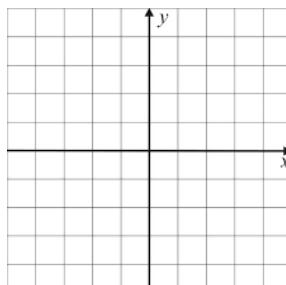
Задача 8. Сборът на 100 различни естествени числа е равен на 5051. Кое е най-голямото сред тези числа?

Задача 9. Намерете естественото число n , ако $\sqrt{13 - \sqrt{48}} = n\sqrt{3} - 1$.

Задача 10. За кое най-малко естествено число n е вярно неравенството?

$$(\sqrt{2} + 1)^n - (\sqrt{2} - 1)^n > 10$$

Задача 11. Ако спрямо правоъгълна координатна система са зададени точките $A(2; 1)$ и $B(0; 3)$, определете координатите на точката M , която е среда на отсечката AB .



Задача 12. Височината CH на равнобедрен трапец $ABCD$ ($H \in AB$) има дължина 12 cm .

Ако $AC = 13 \text{ cm}$, пресметнете в квадратни сантиметри лицето на трапеца.

Задача 13. Нека a, b и c са страните на триъгълник с лице 8 cm^2 . Ако $a \leq b \leq c$, коя е най-малката възможна стойност в сантиметри на страната b ?

Задача 14. Правоъгълен паралелепипед има измерения 60 cm , 84 cm и 96 cm . Той трябва да бъде разрязан на еднакви кубчета с дължини на ръбовете цяло число сантиметри. Колко такива разрязвания са възможни?

Задача 15. N -ъгълник ($N \geq 4$) има $(7N - 26)$ диагонала. Кое е числото N ?

Задача 16. Една от страните на триъгълник е 10 cm , а медианите към другите две страни са съответно равни на 9 cm и 12 cm . Намерете лицето на триъгълника.

Задача 17. Нека a и b са цели числа. Колко различни остатъка можем да получим при делението на $a^2 + 3b^2$ на 8?

Задача 18. Пресметнете $A + B + D$, ако

$$\frac{n^4 + n^2 + 1}{n^2 - n + 1} = An^2 + Bn + C + \frac{Dn + E}{n^2 - n + 1}$$

Задача 19. С помощта на цифрите 0, 1, 2 и 3 са записани всички възможни трицифрени числа с различни цифри. Колко е вероятността случайно избрано число от записаните да е четно?

Задача 20. Ако двуцифреното число \overline{ab} е кратно на 9 и числото $\overline{ab0ab}$ има 6 различни прости числа за делители, кое е числото \overline{ab} ?

ПРОЛЕТ – 8. КЛАС

Задача 1. Пресметнете стойността на израза

$$(\sqrt{3} - 2)^{-1} + (\sqrt{3} - 2)^0 + (\sqrt{3} - 2)^1$$

Задача 2. Ако x_1 и x_2 са корени на уравнението $x^2 - 2x - 195 = 0$ и $x_1 < x_2$, пресметнете

$$x_1 + 2x_2.$$

Задача 3. Пресметнете m , ако $3x^{m^2} + 2x^{m+2} + x^4$ е едночлен.

Задача 4. Ако $n = \sqrt{7}$, пресметнете

$$\frac{\sqrt{(n-2) \times (n-1) \times (n+1) \times (n+2)}}{3},$$

Задача 5. Нека n е естествено число. Намерете най-големият общ делител на числата равни на $3n + 23$ и $n + 7$.

Задача 6. Пресметнете $a + b + c$, ако $a + 2b = 5$, $5b + 4c = 22$ и $3c + 6a = 15$.

Задача 7. За колко цели числа n числото, равно на $(n^2 - 2n + 2)(n^2 + 2n + 2)$, е просто число?

Задача 8. Ако $\overline{xy} = (x + y)^2, x \neq 0$, да се пресметне $\sqrt{\frac{yx}{2}}$. (\overline{xy} е двуцифренено число)

Задача 9. Ако $x \neq -1$, пресметнете

$$\frac{x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1}{(x+1)(x^4 + x^2 + 1)} - 2$$

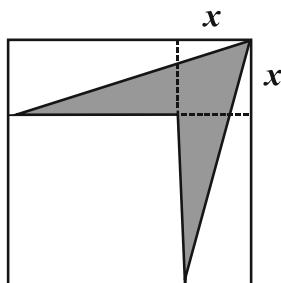
Задача 10. Пресметнете

$$\frac{4^n}{4^n + 2} + \frac{4^{1-n}}{4^{1-n} + 2}.$$

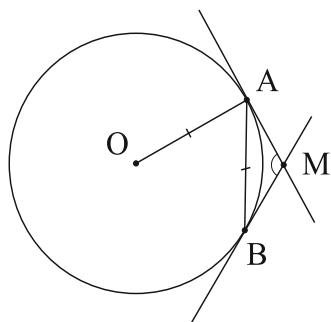
Задача 11. Пресметнете лицето на правоъгълен триъгълник със страни

$$x \text{ cm}, (x+1) \text{ cm} \text{ и } (x+9) \text{ cm}.$$

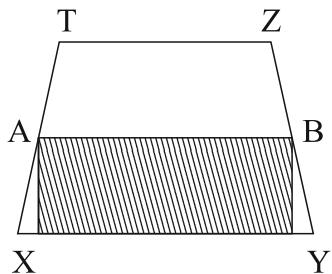
Задача 12. Квадрат е разделен на два правоъгълника и два квадрата, единият със страна 6 см, а другият - със страна x см. Изразете чрез x лицето на затъмнената част.



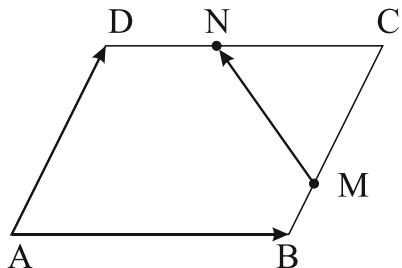
Задача 13. Ако $OA = AB$, пресметнете в градуси $\angle AMB$



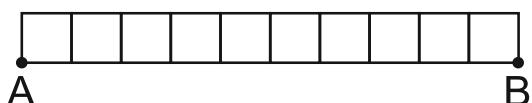
Задача 14. На чертежа точките A и B са среди на бедрата на трапеца $XYZT$ ($XY \parallel ZT, XY > ZT$). Лицето на затъмнения правоъгълник е 14 cm^2 . Колко cm^2 е лицето на трапеца $XYZT$?



Задача 15. Четириъгълникът $ABCD$ е успоредник. Точки M и N са съответно от страните BC и CD и такива, че $DN : NC = 2 : 3$ и $BM : MC = 1 : 4$. Пресметнете $x + y$, ако $\overrightarrow{MN} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AD}$.



Задача 16. Страната на всяка от клетките е 1 см. По колко различни пътя с дължина 12 см, по страните на клетките, можем да стигнем от A до B ?



Задача 17. Иван записал естествено число с различни цифри, чието произведение е 36. Колко общо такива различни естествени числа могат да бъдат записани?

Задача 18. За кое най-малко естествено число x е вярно неравенството?

$$(x - 1)(x^2 - 4x + 3) > 0$$

Задача 19. Нека a и b са цели числа. Колко различни остатъци може да се получат при делението на $a^2 + b^2$ на 4?

Задача 20. Ако двуцифреното число \overline{ab} е кратно на 9 и има 6 различни делители, кое е числото \overline{ab} ?

ФИНАЛ – 8. КЛАС

Задача 1. Пресметнете

$$\left((1 - \sqrt{2})^{-1} + (1 + \sqrt{2})^{-1} \right)^{-1}$$

Задача 2. За колко едноцифрени естествени числа N числото равно на

$$\sqrt{4 + 5N} - \sqrt{7 + 2N}$$

е рационално число?

Задача 3. Пресметнете y , ако $a - x^2 + x \neq 0$ и

$$x^3 - (a + 1)x^2 + a^2 = (a - x^2 + x)(a - x + 1 + y)$$

Задача 4. Ако x_1 и x_2 са корени на уравнението $x^2 - 4x - 621 = 0$ и $x_1 < x_2$, пресметнете

$$x_1 - x_2.$$

Задача 5. Пресметнете m , ако $x^{m^2} + (m+2)x^6 + x^4$ е едночлен.

Задача 6 Цяла част $[x]$ на числото x се нарича най-голямото цяло число, което не е по-голямо от x . Пресметнете $[\sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{6}]$.

Задача 7. Кои са естествените числа N , такива че сред числата от 1 до N точно 15% се делят на 6?

Задача 8. Пресметнете

$$\sqrt{1 + (3-a) \cdot \sqrt{1 + (2-a) \cdot \sqrt{1 + (a-1) \cdot (a+1)}}}$$

ако $a < 0$.

Задача 9. Числото n е естествено число, а числото, равно на $n^5 + 7n$, има точно 4 естествени числа за делители. Кои са всички възможни стойности за n ?

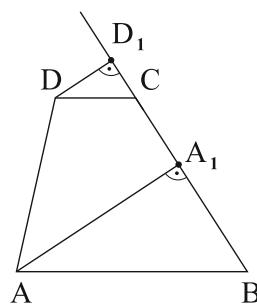
Задача 10. Кое е най-малкото от числата a , b и c ?

$$a = \sqrt{11} - \sqrt{10}; \quad b = \sqrt{12} - \sqrt{11}; \quad c = \sqrt{13} - \sqrt{12}$$

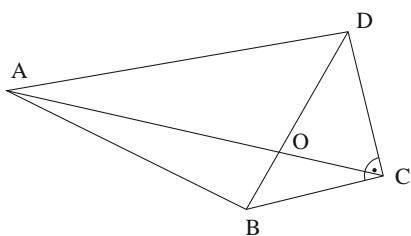
Задача 11. Четириъгълник $ABCD$ е трапец с лице 25 cm^2 ($AB \parallel CD, AB > CD$),

$AA_1 \perp BC, A_1 \in BC, DD_1 \perp BC, D_1 \in BC, BC = 5 \text{ cm}, AA_1 = 7 \text{ cm}$.

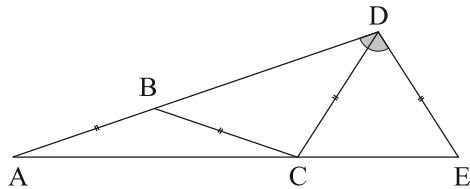
Колко cm е дълчината на отсечката DD_1 ?



Задача 12. За четириъгълника $ABCD$ е известно, че $DB = 113 \text{ cm}$, $BC = 112 \text{ cm}$, $\angle BCD = 90^\circ$ и $AO : OC = 2 : 1$. Колко cm^2 е лицето му?

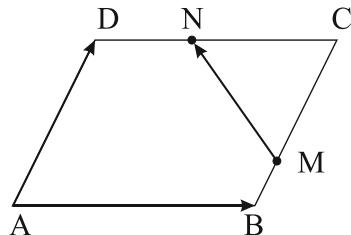


Задача 13. На чертежа $AB = BC = CD = DE$. Мерките на ъглите от чертежа с върхове в точките A, B, C, D и E са цяло число градуси. Коя е възможно най-малката стойност в градуси на $\angle ADE$?

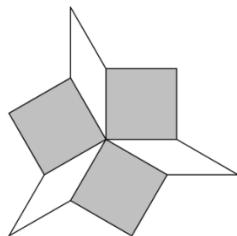


Задача 14. Четириъгълникът $ABCD$ е успоредник. Точките M и N са съответно от страните BC и CD и такива, че $DN : NC = 1 : 2$ и $BM : MC = 1 : 3$.

Пресметнете $x + y$, ако $\overrightarrow{MN} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AD}$.



Задача 15. Фигурата на чертежа е съставена от три квадрата и три еднакви бели ромба.



Обиколката на фигурата е 120 см . Намерете лицето на дадената фигура.

Задача 16. Ако x и y са естествени числа, такива че $xy + 3x + y = 5$, пресметнете $x + y$.

Задача 17. Колко от всички произведения на две различни естествени двуцифрени числа се делят на 5?

Задача 18. Коя е цифрата на единиците на числото, равно на

$$(10^2 - 9^2) \cdot (9^2 - 8^2) \cdots (2^2 - 1^2) \cdot (1^2 - 0^2)$$

Задача 19. Ако $ab = a + 2b$, $ab \neq 0$ пресметнете

$$\frac{a}{b} + 4 \cdot \frac{b}{a} - ab$$

Задача 20. Нека x и y са естествени числа, такива че $\sqrt{2xy^2} + \sqrt{3xy}$ е естествено число. Коя е най-малката стойност на $x + y$?

МАТЕМАТИЧЕСКА ЩАФЕТА ЗА 8. КЛАС

Отговорите на всяка задача са скрити под символите @, #, &, §, * и се използват при решаването на следващата задача. Всеки отбор попълва обиц талон.

Задача 1. Най-голямото 4-цифreno число, което може да бъде дискриминанта на квадратно уравнение с цели коефициенти е @. Пресметнете @.

Задача 2. Броят на различните цифри в числото, равно на $(@ + 2)^3$, е #. Пресметнете #.

Задача 3. Разполагаме с # вида цветя. От тях можем да направим букети с по 5 цветя по & начина. Пресметнете &.

Задача 4. Дълчините на ръбовете на правоъгълен паралелепипед в сантиметри са естествени числа, а лицата на две от стените са съответно & cm^2 и 14 cm^2 . Обемът на паралелепипеда в кубически сантиметри е V . Най-малката стойност на V е §. Намерете §.

Задача 5. Ако

$$A = \sqrt{\$ + \sqrt{\$ + \sqrt{\$ + \sqrt{\$}}}},$$

най-голямото цяло число, което не е по-голямо от A е *. Определете *.

МАТЕМАТИЧЕСКА ЩАФЕТА ЗА 8. КЛАС

КЛЮЧ

Задача	1	2	3	4	5
Отговор	9997	4	56	56	7

КЛЮЧ ЗА 8. КЛАС

КРЪГ Задача	ЕСЕН	ЗИМА	ПРОЛЕТ	ФИНАЛ
1	1	134	-3	$-\frac{1}{2}$
2	0 или -16	12	17	2
3	-3	4698	2	-1
4	7	2	$\sqrt{2}$	-50
5	6	1 или 7	1 или 2	-2
6	-4	4	6	6
7	11	21	2	20; 40
8	0	101	3	$2 - a$
9	164	2	-1	1; 2
10	-1	3	1	c
11	8	$M(1;2)$	210	3
12	3	60	$6x$	2520
13	$3 : 2$	4	120°	64
14	$S - P + 4$	6	28	$\frac{1}{12}$
15	76	4, 13	$\frac{1}{5}$	450
16	16	72	55	2
17	$3(c - a)$	6	38	1449
18	c	2	4	5
19	15	$\frac{5}{9}$	3	-4
20	3	90	18, 45, 63, 99	8



МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦИ

ПРИМЕРНИ ТЕСТОВЕ

ЗА 9. – 12. КЛАС

УКАЗАНИЯ

- 9.** Моля не отваряйте теста преди квесторът да е дал разрешение.
- 10.** Тестът съдържа 20 задачи със свободен отговор, който записвате в листа за отговори. Проверява се единствено листа за отговори и по него се получава резултатът на участника, с който той участва в класирането.
- 11.** Всяка задача се оценява с 2 точки за верен отговор; с 1 точка – ако отговорите са два или повече, а са посочени поне половината, или ако освен верният отговор, е посочен и един грешен; 0 точки – за грешен отговор или липса на отговор.
- 12.** Времето за работа е не повече от 60 минути. При равен брой точки по-напред в класирането е този ученик, който е изразходвал по-малко време за решаването на задачите.
- 13.** Забранено е използването на калкулатори, телефони или други електронни устройства, учебници и справочници с формули.
- 14.** В условията на задачите се използват както рационални, така и ирационални числа.
- 15.** За задачите с числов отговор трябва да се използват както рационални, така и ирационални числа.
- 16.** По време на състезанието не се допуска чужда помощ от квестора или друго лице.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХ!

ЕСЕН – 9. – 12. КЛАС

Задача 1. Пресметнете

$$\frac{x^3}{y^3} + 2 \times \frac{x^2}{y^2} + 3,$$

ако $|x| = |y|$ и $y \neq 0$.

Задача 2. В разлагането на многочлена $x^4 + 3x^2 + 4$ един от множителите е $x^2 + x + 2$. Посочете другия.

Задача 3. Колко са реалните корени на уравнението ?

$$4x^4 - 3x^3 - 2 = 0$$

Задача 4. Нека $a \neq b$ и $x^2 - x + 1 = (x - a)(x - b)$ е изпълнено за всяка стойност на x .

Пресметнете

$$\frac{a}{a-1} + \frac{b}{b-1}$$

Задача 5. Намерете остатъка при делението на 1234567890123456789 на 15.

Задача 6. Кое от числата a , b и c е най-голямото?

$$a = 2^{300}, b = 3^{200}, c = 6^{100}$$

Задача 7. Пресметнете x, y , ако

$$10y - y^2 = x^2 - 6x + 34.$$

Задача 8. Пресметнете

$$\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{3}{4}\right) + \left(\frac{1}{5} + \frac{2}{5} + \frac{3}{5} + \frac{4}{5}\right) + \left(\frac{1}{6} + \frac{2}{6} + \frac{3}{6} + \frac{4}{6} + \frac{5}{6}\right) + \left(\frac{1}{7} + \frac{2}{7} + \frac{3}{7} + \frac{4}{7} + \frac{5}{7} + \frac{6}{7}\right)$$

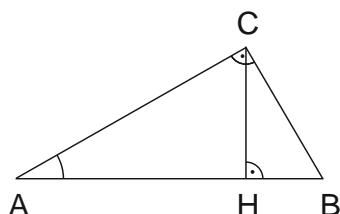
Задача 9. Пресметнете

$$\sqrt{7 - \sqrt{13}} - \sqrt{7 + \sqrt{13}}$$

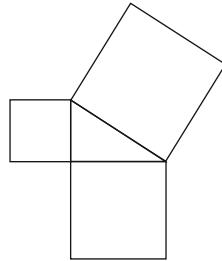
Задача 10. По колко начина 4 деца могат да си разпределят 6 еднакви ябълки помежду си?
(всяко дете получава поне 1 ябълка)

Пояснение: Броят на естествените числа x_1, x_2, \dots, x_n , които са решения на уравнението $x_1 + x_2 + \dots + x_n = N$ е C_{N-1}^{n-1} .

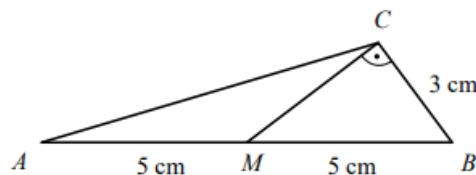
Задача 11. Ако $\angle CAB = 30^\circ$, $\angle ACB = 90^\circ$, $CH \perp AB, H \in AB$ пресметнете $AH : AB$.



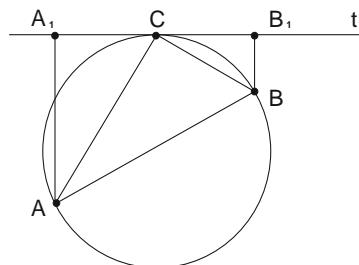
Задача 12. На всяка страна на правоъгълен триъгълник с хипотенуза 4 cm е построен квадрат. Получената фигура може да се впише в окръжност. Намерете колко квадратни сантиметра е лицето на триъгълника.



Задача 13. Ако $AM = BM = 5 \text{ cm}$, $CB = 3 \text{ cm}$, $CM \perp CB$, пресметнете в cm^2 лицето на ΔABC .



Задача 14. Разстоянията от върховете A и B на ΔABC до допирателната t през върха C към описаната окръжност за този триъгълник са съответно 9 cm и 4 cm . Намерете дължината на височината на ΔABC от върха C .



Задача 15. Колко са всички 5-цифрени числа, записани с различни цифри измежду цифрите 1, 2, 3, 4, 5 и 6, които се делят на 3?

Задача 16. Колко са естествените числа n , за които

$$\sqrt{n^2 - 10n + 25} = 5 - n ?$$

Задача 17. За кое естествено число N числото $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ е корен на уравнението

$$x^4 - N x^2 + 1 = 0 ?$$

Задача 18. Пресметнете x , ако

$$\begin{cases} x \in (-1; 2] \\ x^3 - [x] - 2 = 0 \end{cases}$$

Пояснение: $[x]$ е най-голямото цяло число, което не е по-голямо от x .

Задача 19. Запишете след 2021 три цифри, така че полученото седемцифено число да се дели и на 7, и на 8 и на 9. Кое е числото, което се получава? Запишете всички възможни отговори.

Задача 20. Ако

$$(1 - 2x) + (1 - 2x)^2 + (1 - 2x)^3 + (1 - 2x)^4 + (1 - 2x)^5 + (1 - 2x)^6 = \\ = a_6x^6 + a_5x^5 + a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

за целите числа $a_0, a_1, \dots, a_5, a_6$ пресметнете

$$\frac{a_1}{2} + \frac{a_2}{2^2} + \frac{a_3}{2^3} + \frac{a_4}{2^4} + \frac{a_5}{2^5} + \frac{a_6}{2^6}$$

ЗИМА – 9. – 12. КЛАС

Задача 1. Пресметнете стойността на израза

$$\left(\sqrt{(1 - \sqrt{2})^2} + \sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2} + \sqrt[3]{8} \right)^2$$

Задача 2. Пресметнете стойността на израза

$$\frac{5.14}{5.8} + \frac{5.14}{8.11} + \frac{5.14}{11.14}$$

Задача 3. Намерете естественото число x , ако $1 + 5 + 9 + \dots + (4x - 3) + (4x + 1) = 91$

Задача 4. Пресметнете $4 \cdot x + 4 \cdot y - 5 \cdot z$, ако $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$

Задача 5. Цяла част $[x]$ на числото x се нарича най-голямото цяло число, което не е по-голямо от x . Дробна част $\{x\}$ на числото x се нарича числото равно на $x - [x]$.

Пресметнете

$$\left[\frac{\{1 + \sqrt{2}\} - \{1 - \sqrt{2}\}}{3} \right]$$

Задача 6. Пресметнете $f(-2)$, ако

$$1 + x \cdot f(-2 - x) = f(x)$$

Задача 7. Пресметнете x , ако $2x + 3y + 5z = -1,5$ и $3x + 6y + 10z = 5$.

Задача 8. Пресметнете x , ако

$$\sqrt{x^2} + \sqrt{x^2 - 2x + 1} = -3x$$

Задача 9. Ако $y = x^2 + 8x + 7$, опростете израза

$$(x+1).(x+3).(x+5).(x+7) - y(y+8) + 7$$

Задача 10. За кое най-малко естествено число n е вярно неравенството?

$$(\sqrt{3} + 1)^n - (\sqrt{3} - 1)^n > 8$$

Задача 11. N – ъгълник ($N \geq 4$) има $(4N - 9)$ диагонала. Кое е числото N ?

Задача 12. В равнобедрения ΔABC ($AC = BC = 8 \text{ cm}$) $\angle A = 75^\circ$,

$BD \perp AC$, $D \in AC$; $DE \perp BC$, $E \in BC$. Колко сантиметра е дължината на отсечката CE ?

Задача 13. Пресметнете острия ъгъл на ромб, на който страната е средногеометрична на диагоналите му.

Задача 14. Лицето на правоъгълен триъгълник с катети a и b и с хипотенуза c е 10 cm^2 .

Пресметнете лицето на правоъгълник със страни равни на $(-a + b + c)$ и $(a - b + c)$.

Задача 15. Ако a , b и c са страни на триъгълник и

$$a = 10 \text{ cm} \leq b \leq c = 13 \text{ cm},$$

колко cm^2 е най-голямото възможно лице на този триъгълник?

Задача 16. Пресметнете

$$\frac{3\sin\alpha + 2\cos\alpha}{2\sin^3\alpha + 3\cos^3\alpha}$$

ако $\tan\alpha = -3$.

Задача 17. Намерете естественото число x , ако $x - 1$ се дели на 18, а $x + 1$ дели 222.

Задача 18. Ако

$$a_1 = 2, a_2 = 9, a_3 = 16, a_4 = 23, \dots$$

$$b_1 = 1007, b_2 = 999, b_3 = 991, b_4 = 983, \dots$$

и $a_x = b_x$, намерете x .

Задача 19. Уравнението

$$x^3 - 2(b+1)x^2 + (2b^2 + 6b + 5)x = 0$$

има три реални корена и b е реален параметър. Кой е най-големият корен?

Задача 20. Колко са петцифрените числа с различни цифри, ако първата и втората са четни?

ПРОЛЕТ – 9. – 12. КЛАС

Задача 1. Пресметнете

$$2^{12} - 2^{11} - 2^{10} - \dots - 2^2 - 2^1 - 2^0$$

Задача 2. За колко прости числа p е изпълнено

$$p^3 > 16 > p$$

Задача 3. Пресметнете стойността на израза

$$\left(\sqrt{(2 - \sqrt{5})^2} \right) \cdot (2 + \sqrt{5})$$

Задача 4. Ако $x = \frac{1}{1-\sqrt{2}}$, пресметнете

$$|x| + |x - 1| + 2x + 1$$

Задача 5. Ако наредената двойка числа (n, m) е решение на системата уравнения

$$\begin{cases} xy = 4 \\ x^2y + y^2x + x + y = 30 \end{cases}$$

пресметнете

$$n^2 + m^2.$$

Задача 6. Пресметнете x, y, z , ако

$$\begin{cases} 3^x = 5 \\ 5^y = 7 \\ 7^z = 81. \end{cases}$$

Задача 7. Пресметнете $A - B$, ако

$$\sqrt{A^2 + 6A + 13} + \sqrt{B^2 - 1} = 2.$$

Задача 8. Пресметнете

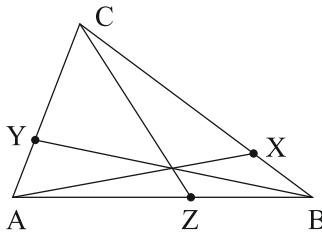
$$\sin^2 15^\circ + \sin^2 25^\circ + \sin^2 35^\circ + \sin^2 45^\circ + \sin^2 55^\circ + \sin^2 65^\circ + \sin^2 75^\circ + \sin^2 90^\circ$$

Задача 9. За кое най-малко естествено число x е вярно неравенството?

$$(x - 5)(x^2 - 4x + 4) \geq 0$$

Задача 10. За кои естествени числа n стойностите на $\frac{6}{n-1}$ и $\frac{14}{2n-1}$ са естествени числа?

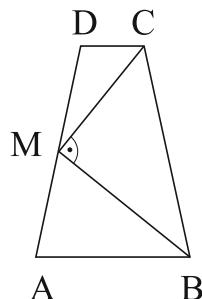
Задача 11. Точки X, Y и Z са съответно от страните BC, CA и AB на ΔABC .



Ако правите AX , BY и CZ се пресичат в една точка и $\frac{AY}{YC} = \frac{1}{2}$, $\frac{BX}{XC} = \frac{1}{3}$, пресметнете

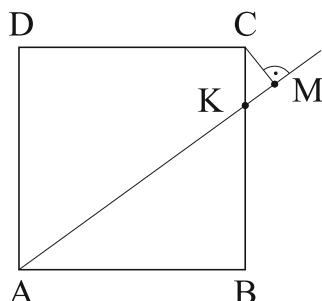
$$\frac{S_{\Delta AZC}}{S_{\Delta ABC}}$$

Задача 12. В равнобедрен трапец $ABCD$ с бедро $BC = 2 \text{ cm}$ точката M е среда на бедрото AD и $\angle CMB = 90^\circ$. Намерете обиколката на трапеца.



Задача 13. Даден е квадрат $ABCD$ със страна 4 cm . Точката K е от страната BC и $CK = 1 \text{ cm}$.

Пресметнете разстоянието в cm от точката C до правата AK .



Задача 14. Числа равни на 8^{16} и 625^{12} за записани едно след друго. Колко цифри са записани?

Задача 15. Колко са четирицифрените числа, които се записват с поне една четна цифра?

Задача 16. Ако $\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta = 2$ и $\operatorname{cotg}\alpha + \operatorname{cotg}\beta = 3$, пресметнете $\operatorname{tg}(\alpha + \beta)$.

Задача 17. При делението на двуцифреното число \overline{ab} на 9 се получава остатък 1. При делението на същото число на 10 се получава остатък 2. Кое е числото \overline{ab} ?

Задача 18. Пресметнете

$$\frac{a}{a+2} + \frac{4a^{-1}}{4a^{-1}+2}$$

Задача 19. Ако $a^2 + b^2 = 6ab$, пресметнете

$$\frac{4ab\sqrt{2}}{|a^2 - b^2|}.$$

Задача 20. Ако x_1 и x_2 , са корени на уравнението

$x^2 - 2x - 2022 = 0$, пресметнете $2x_1 + x_2^2$.

ФИНАЛ – 9. – 12. КЛАС

Задача 1. Пресметнете N , ако

$$\sqrt[4]{2 \cdot 2^{98} + 7 \cdot 2^{99}} \cdot \sqrt{2} = 2^N$$

Задача 2. Ако a и b са корени на уравнението $x^2 + x - 999 = 0$, пресметнете

$$a^2 + 3b^2 + 2ab + 2b$$

Задача 3. Колко е остатъкът при деление на естественото число N на 5, ако числото, равно на

$$\frac{29 + 4 \cdot N^2}{9}$$

е точен квадрат.

Задача 4. Пресметнете събира на реалните числа x , y и z , ако

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ 2xy - z^2 = 2 \end{cases}$$

Задача 5. Пресметнете произведението на реципрочните стойности на x и y , ако е изпълнено равенството

$$(x^2 - x + 1)(3y^2 - 2y + 3) = 2$$

Задача 6. Пресметнете y , ако $a - x \neq 0$ и

$$x^3 - (a + 1) \cdot x^2 + a^2 = (a - x^2 + x + y) \cdot (a - x)$$

Задача 7. Коя е най-голямата стойност на естественото число N , за което сред числата от 1 до N точно 8% се делят на 11?

Задача 8. Кои са целите стойности на n , за които изразът

$$\frac{n^2 + 4n - 3}{n + 2}$$

е равен на цяло число?

Задача 9. Кое е най-малкото 3-цифреното число \overline{abc} , ако шестцифреното число \overline{abcabc} има точно 16 естествени делители?

Задача 10. Намерете всички числа $x \in (0; 2\pi)$, за които

$$\sqrt{\sin x + 5 - 4\sqrt{\sin x + 1}} = 2 - \frac{\sqrt{6}}{2}$$

Задача 11. Колко са различните пирамиди, всичките ръбове на които са равни на 1 см?

Задача 12. Най-дългата страна на триъгълника е $c = 2 \text{ cm}$, а най-късата е $a = \sqrt{2} \text{ cm}$.

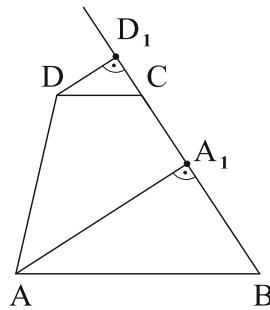
Намерете най-голямата стойност на лицето на такъв триъгълник.

Задача 13. Нека O е център на окръжността, описана около ΔABC . Намерете градусната мярка на $\angle AOB$, ако четириъгълникът $AOBC$ е ромб.

Задача 14. Четириъгълник $ABCD$ е трапец с лице 25 cm^2 ($AB \parallel CD, AB > CD$),

$AA_1 \perp BC, A_1 \in BC, DD_1 \perp BC, D_1 \in BC, BC = 5 \text{ cm}, AA_1 = 7 \text{ cm}$.

Колко cm е дълчината на отсечката DD_1 ?



Задача 15. Намерете минималния брой хорди в дадена окръжност, така че броят на пресечните им точки, които са във вътрешността на окръжността и са различни помежду си, е точно 20.

Задача 16. Пресметнете произведението на целите числа x, y и z , ако са изпълнени и трите условия:

$$\begin{cases} x^2 + 2x \leq y \\ y^2 + 2y \leq z \\ z^2 + 2z \leq x \end{cases}$$

Задача 17. Намерете всички цели числа n , за които

$$|n^2 - 12n - 13|$$

е просто число.

Задача 18. Разполагаме с 4 вида цветя. По колко начина можем да направим с тях букети от по 5 стръка. Считаме, че цветята от един и същ вид не се различават.

Задача 19. Колко от всички произведения на две различни естествени двуцифрени числа се делят на 5?

Задача 20. Пресметнете

$$\left(1 + \frac{1}{1.3}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{2.4}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3.5}\right) \cdots \left(1 + \frac{1}{n.(n+2)}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{(n+1).(n+3)}\right)$$

МАТЕМАТИЧЕСКА ЩАФЕТА ЗА 9. – 12. КЛАС

*Отговорите на всяка задача са скрити под символите @, #, &, §, * и се използват при решаването на следващата задача. Всеки отбор попълва общ талон.*

Задача 1. Хипотенузата на правоъгълен триъгълник е 80 см, а другите му две страни са цели числа сантиметри. Най-малката страна на този триъгълник е @ см. Пресметнете @

Задача 2. Ако

$$A = \underbrace{44 \dots 4}_{2.\@ \text{ цифри} 4}, \quad B = \underbrace{11 \dots 1}_{@\pm 1 \text{ цифри} 1}, \quad C = \underbrace{66 \dots 6}_{@\text{ цифри} 6}, \quad D = \sqrt{A + B - C},$$

числото $3.D$ се записва с # цифри. Пресметнете #.

Задача 3. В трапеца $ABCD$ ($AB \parallel CD$) е построена отсечка, която е с краища на бедрата на трапеца, успоредна на основите и деляща трапеца на две равнолицеви части. Намерете & Ако $AB^2 + CD^2 = (\# + 1) \text{ cm}^2$, дължината на тази отсечка е &. Намерете &.

Задача 4. Броят на реалните корени на уравнението $x^2 - \sqrt{\&} - x = \&$ е §. Намерете §.

Задача 5. Остатъкът при делението на $\2202 на 100 е *. Пресметнете *.

МАТЕМАТИЧЕСКА ЩАФЕТА ЗА 9. – 12. КЛАС

КЛЮЧ

Задача	1	2	3	4	5
Отговор	48	49	5	2	4

КЛЮЧ ЗА 9. – 12. КЛАС

КРЪГ Задача	ЕСЕН	ЗИМА	ПРОЛЕТ	ФИНАЛ
1	6 или 4	8	1	26
2	$x^2 - x + 2$	3	5	1999
3	2	6	1	2
4	1	-3	2	2
5	9	-1	28	6
6	b	-1	4	0
7	15	-8	-2; -4	75
8	10,5	-1	4,5	-9; -3; -1; 5
9	$-\sqrt{2}$	7	2	101
10	10	3	4	$\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}$
11	3:4	9	$\frac{3}{5}$	3
12	4	6	6	$\frac{\sqrt{7}}{2}$
13	12	30°	0,8	120°
14	6	40	49	3
15	240	60	8375	7
16	5	$\frac{70}{51}$	6	0; - 1
17	10	1, 73	82	0, 12
18	$\sqrt[3]{3}$	68	1	56
19	2021040, 2021544	0	1	1449
20	- 6	5376	2026	$\frac{2(n+2)}{n+3}$

ISSN 2367-654X

„Образование без граници- мотиви, реализация, амбиции”

Брой 24 Година 9

Издател: СНЦ „Педагогическа асоциация Образование без граници”

гр. Стара Загора, ул. Георги Сава Раковски № 90,

Любомир Любенов – Председател на Управителния съвет

Печат: „Рекламен Център – Ориндж” ООД

гр. Стара Загора, ул. Цар Иван Шишман №105

Дадена за печат: 15.09.2022 г. **Излязла от печат:** 22.09.2022 г.

Адрес за кореспонденция: Стара Загора, 6000, по 288

e-mail: mwb_bg@abv.bg; mwb_bg@mathematicalmail.com

<http://www.mathematicalmail.com>

ISSN 2367-654X

„Образование без граници - мотиви, реализация, амбиции”

Number 24 Volume 9

Published by

Education without Borders Pedagogical Association, Bulgaria

Bulgaria, Stara Zagora 6000, po box 288

e-mail: mwb_en@abv.bg; mwb_en@mathematicalmail.com

<http://www.mathematicalmail.com>