

1. (ROL20191112) Raskite visus lygčių sistemos realiuosius sprendinius (x, y) .

$$\begin{cases} 2x + 3\{y\} = -4,5 \\ 6\{x\} + 7y = 8,9 \end{cases}$$

Pastaba. Kiekvienam realiajam skaičiui a didžiausias sveikasis skaičius, neviršijantis a , vadinamas skaičiaus a sveikąja dalimi ir žymimas $[a]$, o skaičius $a - [a]$ vadinamas skaičiaus a trupmenine dalimi ir žymimas $\{a\}$.

2. (ROL20220910) Raskite lygčių sistemos

$$\begin{cases} ab + c + d = 0 \\ bd + d + a = 8 \\ cd + a + b = 1 \\ da + b + c = 7 \end{cases}$$

visus realiuosius sprendinius (a, b, c, d) .

3. (ROL20200910) Raskite lygčių sistemos

$$\begin{cases} x^2 + 3xy - 3x = -27 \\ y^2 - xy - 3y = 25 \end{cases}$$

visus realiuosius sprendinius (x, y) .

4. (ROL20211112) Raskite lygčių sistemos

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = x + 3y \\ x^4 + y^4 = \frac{(x + 3y)^2}{2} \end{cases}$$

visus realiuosius sprendinius (x, y) .

5. (UOL200811) Metai, įjęę į istoriją kaip spaudos išradimo metai, užrašomi keturiais skaitmenimis. Šimtų skaitmuo yra lygus dešimčių ir tūkstančių skaitmenų sumai; vienetų skaitmuo yra vienetu mažesnis už dešimčių ir šimtų skaitmenų sumą. Jeigu ieškomąjį keturženklį skaičių padalintume iš dvigubos jo skaitmenų sumos, tai gautume dalmenį 51 ir liekaną 8, o jeigu prie ieškomojo skaičiaus pridėtume 4905, tai gautoji suma būtų skaičius, kuriame ieškomojo skaičiaus skaitmenys surašyti atvirkštine tvarka. Kokiais metais išrasta spauda?

6. (G1) Išspręskite tiesinių lygčių sistema naudojantis elementariaisiais pertvarkiais:

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 1 \\ 3x_1 - 4x_3 = 2 \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 4 \end{cases}$$

Galimi tokie elementarūs petvarkymai:

- (a) bet kurios eilutės elementus galima padauginti arba padalinti iš skaičiaus, nelygaus nuliui;
- (b) bet kurią eilutę galima pakeisti, pridėjus prie jos kitą eilutę, padaugintą iš skaičiaus, nelygaus nuliui;
- (c) nulinę eilutę, jei visi jos nariai lygūs nuliui ir laisvasis narys už brūkšnio taip pat lygus nuliui, galime atmesti;
- (d) eilutes galima sukeisti vietomis.

7. (G2) Išspręskite tiesinių lygčių sistema naudojantis elementariaisiais pertvarkiais:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 + 4x_4 = 3 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 1 \\ 3x_1 + x_3 + 2x_4 = 5 \end{cases}$$

8. (G3) Išspręskite tiesinių lygčių sistema naudojantis elementariaisiais pertvarkiais:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 + 4x_4 = 5 \\ 2x_2 + x_3 + x_4 = 2 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 3 \\ 3x_1 - x_3 + 4x_4 = 6 \end{cases}$$

9. (IBLH) Suraskite a ir b reikšmes, su kuriomis lygčių sistema

$$\begin{cases} x - 3z = -2 \\ -3x + y + 6z = 3 \\ 2x - 2y + (a - 4)z = b - 3 \end{cases}$$

a) neturi sprendinių;

b) turi vieną sprendinį;

c) turi begalę sprendinių;

10. (GPTO1) A farmer has 100 acres of land on which to plant two crops: wheat and corn. Each acre of wheat requires 3 hours of labor and 2 units of fertilizer, while each acre of corn requires 2 hours of labor and 4 units of fertilizer. The farmer has a total of 240 hours of labor and 320 units of fertilizer available. If the profit per acre of wheat is \$40 and the profit per acre of corn is \$30, how should the farmer allocate the land to maximize profit?

Solve the problem analytically and present the solution graphically. Provide a detailed argument for the best solution.

11. (O2) The M & M book publishers can produce at most 2000 books in one day. The company produces Mathematics and Marketing texts. Production costs are \$10 for a mathematics text and \$30 for a marketing text. The daily operating budget is \$30,000. How many of each text should be produced if the profit is \$1.50 for each mathematics text and \$1.60 for each marketing text? Does the policy change if they must produce at least 600 mathematics books and 200 marketing books in one day? Does the policy change (from the original set-up) if they must produce at least 600 marketing books in one day?

Solve the problem analytically and present the solution graphically. Provide a detailed argument for the best solution.