# Savarankiško darbo refleksija

#### Vilius Paliokas

#### 2023/09/29

## 1 Lygtys

Lygtis: matematinis teiginys, teigiantis dviejų reiškinių lygybę.

**Sprendinys**: reikšmė (arba reikšmių rinkinys), dėl kurios lygtis yra teisinga, kai jos kintamasis (dažniausiai x) pakeičiamas ja (reikšme).

## 1.1 Lygties sprendimas

Pagrindiniai žingsniai:

- 1. **Supaprastinimas**: suprastinamos abi lygties pusės (panašių narių jungimas, perkėlimai, skliaustų atskleidimai ir kt.);
- 2. **Izoliuojamas kintamasis**: Naudojami aritmetiniai veiksmai ir atvirkštinės operacijos (jeigu lygybė, tai atimtis; jeigu kėlimas laipsniu, tai šaknies traukimas ir t.t.), kad kintamasis (dažniausiai x) būtų vienintelis kažkurioje tai lygties pusėje.
- 3. **Atsakymo pasitikrinimas**: gavus sprendinį, įdedamas vietoje kintamojo ir patikrinama, kad abi pusės lygios.

Pagrindiniai aspektai:

1. **Atvirkštinės operacijos**: naudojamos operacijos, kurios atšaukia viena kitą (pvz., sudėjimas ir atėmimas, daugyba ir padalijimas).

Operacija	Atvirkštinė operacija
Sudėtis (+a)	Atimtis $(-a)$
Atimtis $(-a)$	Sudėtis $(+a)$
Daugyba $(\times a)$	Dalyba $(\div a)$
Dalyba $(\div a)$	Daugyba $(\times a)$
Kėlimas kvadratu $(x^2)$	Kvadratinė šaknis $(\sqrt{x})$
Kelimas kubu $(x^3)$	Kubinė šaknis $(\sqrt[3]{x})$
Kėlimas laipsniu $(x^a)$	Šaknis $(\sqrt[a]{x})$
Logaritmas pagrindu $b (\log_b x)$	Kėlimas, kai pagrindas konstanta $b\left(b^{x}\right)$

1 lentelė: Operacijos ir jų atvirkštinės operacijos

- 2. **Panašieji nariai**: Atliekamos operacijos su panašiais nariais. Panašieji nariai tai tie, kurie turi tą patį kintamąjį ir pakelti tuo pačiu laipsniu (daugiau žiūrėti nelygybių temoje).
- 3. Lygties balansas: Kad ir ką darytumėte vienai lygties pusei, turite daryti su kita.

Lygybėms galioja veiksmų eiliškumas - taisyklių rinkinys, kuris nurodo, kokius veiksmus reikia atlikti pirmiausia, kad būtų tinkamai apskaičiuota matematinė išraiška. Žemiau pateikiama operacijų atlikimo tvarka:

- 1. Skliaustai;
- 2. Kėlimas laipsniu, šaknies traukimas, logaritmavimas;
- 3. Daugyba, dalyba (iš kairės į dešinę);
- 4. Atimtis, sudėtis (iš kairės į dešinę).

## **1.2** Kaip išspręsti $ax^2 + bx = 0$

### 1.2.1 Teorinis sprendimas

Žingsniai:

1. Turime nepilną kvadratinę lygtį.

$$ax^2 + bx = 0;$$

2. Išskaidome dauginamaisiais - iškeliame x prieš skliaustus:

$$x(ax+b) = 0$$

3. Iškėlus prieš skliaustus, jau turime vieną sprendinį (x), kitą dar reikia susirasti:

$$ax + b = 0$$
 arba  $x = 0$ 

4. Susitvarkome lygtį taip, kad vienoje pusėje atsirastų nariai su x, o kitoje tik skaičiai. Tai padarysime atėmę iš abiejų pusių skaičių b:

$$ax + b = 0|-b$$

5. 
$$ax + b - b = 0 - b$$

6. Reikia pasidaryti, kad kintamasis x būtų plikas - be dauginio a. Tai padarysime padalinę lygtį iš to dauginio a:

$$ax = -b|: a$$

7. 
$$\frac{ax}{a} = -\frac{b}{a}$$

8. 
$$x = -\frac{b}{a}$$

Po 9 žingsnio turime du lygties sprendinius  $x = -\frac{b}{a}$  ir x = 0 (3 žingsnis).

## 1.2.2 Pavyzdys #1

Turime  $2x^2 - 4x = 0$ ;

Pagal formule  $ax^2 + bx = 0$ :

- a = 2;
- b = -4.

Žingsniai:

1. Išskaidome dauginamaisiais - iškeliame x prieš skliaustus:

$$x(2x-4) = 0;$$

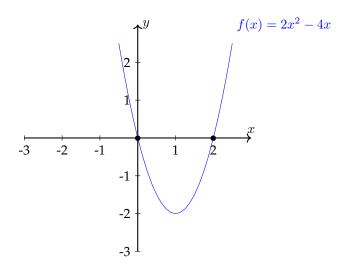
2. Iškėlus prieš skliaustus, jau turime vieną sprendinį (x), kitą dar reikia susirasti:

$$2x - 4 = 0$$
 arba  $x = 0$ ;

3. Susitvarkome lygtį taip, kad vienoje pusėje atsirastų nariai su x, o kitoje tik skaičiai. Tai padarysime pridėję abiem pusėms skaičių 4:

$$2x - 4 = 0| + 4;$$

4. 
$$2-4+4=0+4$$
;



1 pav.:  $f(x) = 2x^2 - 4x$  grafikas su sprendiniais  $2x^2 - 4x = 0$ 

5. Reikia pasidaryti, kad kintamasis x būtų plikas - be dauginio 2. Tai padarysime padalinę lygtį iš to dauginio 2:

$$2x = 4|:2;$$

6. 
$$\frac{2x}{2} = \frac{4}{2}$$
;

$$\frac{2x}{2} = x;$$

$$-\frac{4}{2} = 2;$$

7. 
$$x = 2$$
;

Po 7 žingsnio turime du lygties sprendinius x = 2 ir x = 0 (2 žingsnis).

#### 1.2.3 Pavyzdys #2

Turime  $2x^2 + 3x^2 - 5x = 4x$ .

Šis reiškinys neatitinka  $ax^2 + bx = 0$  formulės. Todėl pirmiausia reikia bandyti susitvarkyti.

1. Visus narius perkeliame į vieną pusę:

$$2x^2 + 3x^2 - 5x = 4x|-4x;$$

$$2x^2 + 3x^2 - 5x - 4x = 4x - 4x;$$

$$2x^2 + 3x^2 - 5x - 4x = 0;$$

2. Sutraukiame panašius narius:

$$2x^2 + 3x^2 - 5x - 4x = 0;$$

$$5x^2 - 9x = 0;$$

3. Dabar jau reiškinys atitinka  $ax^2+bx=0$  formulę. Galima išskaidyti dauginamaisiais - iškeliame prieš skliaustus x:

$$x(5x - 9) = 0;$$

4. Iš čia gauname vieną sprendinį:

$$5x - 9 = 0$$
 arba  $x = 0$ ;

5. Toliau sprendžiame pirmąją lygtį:

$$5x - 9 = 0| + 9;$$

$$5x - 9 + 9 = 0 + 9;$$
  
 $5x = 9;$   
 $5x = 9|: 5 \text{ arba } 5x = 9|\cdot \frac{1}{5};$   
 $\frac{5x}{5} = \frac{9}{5} \text{ arba } 5x \cdot \frac{1}{5} = 9 \cdot \frac{1}{5};$   
abiejais atvejais  $x = 1.8.$ 

Gauname, kad  $2x^2+3x^2-5x=4x$  lygties sprendiniai yra x=0 ir x=1.8 (galima dar rašyti  $x\in\{0,1.8\}$ ).

## **1.3** Kaip išspręsti $ax^2 + b = 0$

## 1.3.1 Teorinis sprendimas

Žingsniai:

1. Išskiriame  $ax^2$  (paliekame kairėje pusėje be b):

$$ax^{2} + b = 0|-b;$$
  
 $ax^{2} + b - b = 0 - b;$   
 $ax^{2} = -b;$ 

2. Kairėje pusėje reikia palikt  $x^2$  - abi puses padaliname iš a:

$$ax^2 = -b|: a;$$

$$\frac{ax^2}{a} = \frac{-b}{a};$$

Kairėje pusėje galima suprastinti skaitiklyje ir vardiklyje esančius a:

$$x^2 = \frac{-b}{a}$$
;

3. Ištraukiame šaknį iš abiejų pusių:

Visos kvadratinės lygtys turi du sprendinius (išskyrus,  $x^2 = 0$ ), tai ištraukus šaknį:

$$\begin{split} \sqrt{x^2} &= \sqrt{\frac{-b}{a}};\\ x &= \sqrt{\frac{-b}{a}};\\ \text{ir}\\ \sqrt{x^2} &= -\sqrt{\frac{-b}{a}};\\ x &= -\sqrt{\frac{-b}{a}}; \end{split}$$

Šis sprendimas turi prasmę, kol  $x \neq 0$  (dalijimas iš nulio neturi reikšmės) ir  $\frac{-b}{a} \geq 0$  (traukiant šaknį iš neigiamo skaičiaus gaunamas kompleksinis skaičius - mokykloje to nesimokoma).

#### 1.3.2 Pavyzdys #1

Turime  $2x^2 + 8 = 0$ . Ši atitinka  $ax^2 + b = 0$  formą. Sprendžiame pagal auksčiau duotą teorinį sprendimą:

1. Išskiriame  $ax^2$  (paliekame kairėje pusėje be b):

$$2x^{2} + 8 = 0 | -8;$$
  
 $2x^{2} + 8 - 8 = 0 - 8;$   
 $2x^{2} = -8;$ 

2. Kairėje pusėje reikia palikt $x^2$  - abi puses padaliname iš 2:

$$2x^2 = -8|:2;$$
  
 $\frac{2x^2}{2} = \frac{-8}{2};$ 

Kairėje pusėje galima suprastinti skaitiklyje ir vardiklyje esančius a, o dešinėje padalinti skaičius:

$$r^2 = -4$$

3. Ištraukiame šaknį iš abiejų pusių:

Visos kvadratinės lygtys turi du sprendinius (išskyrus,  $x^2 = 0$ ), tai ištraukus šaknį:

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{-4};$$

$$x = \sqrt{-4};$$

ir

$$\sqrt{x^2} = -\sqrt{-4};$$

$$x = -\sqrt{-4};$$

Kadangi dešinėje pusėje esantis skaičius yra mažiau už nulį (-4<0), tai ši lygtis neturi realiųjų sprendinių.

## 1.3.3 Pavyzdys #2

Turime  $6x^2=3x^2+12$ . Ši lygtis neatitinka  $ax^2\pm b=0$  formos. Todėl pirmiausia reikia bandyti susitvarkyti.

1. Persikeliame narius su  $x^2$  į vieną pusę (pasirenkame kairę), tai galima padaryti atėmus abi puses iš  $3x^2$ :

$$6x^{2} = 3x^{2} + 12| - 3x^{2};$$
  

$$6x^{2} - 3x^{2} = 3x^{2} + 12 - 3x^{2};$$
  

$$3x^{2} = 12:$$

2. Dabar reiškinys atitinka  $ax^2 - b = 0$ , nes tai yra tas pats kas  $ax^2 = b$ . Toliau sprendžiame pagal taisykles, reikia  $x^2$  palikti be skaičiaus esančio priekyje, tai padarysime padaline iš skaičiaus esančio prieš  $x^2$ :

$$3x^2 = 12|:3;$$

$$\frac{3x^2}{3} = \frac{12}{3}$$
;

Kairėje pusėje galima padalinti 3 iš 3, o dešinėje 12 iš 3:

$$x^2 = 4$$

3. Dabar galima iš abiejų pusių ištraukti šaknį:

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{4};$$

$$x = 2;$$

ir

$$\sqrt{x^2} = -\sqrt{4};$$

$$x = -2;$$

Lygtis  $6x^2=3x^2+12$  turi du sprendinius: x=2 ir x=-2. Sprendinius visada galima pasitikrinti įdėjus atgal į lygtį.

5

#### 1.3.4 Pavyzdys #3

Nevisada išeis ištraukti šaknį "gražiai" sprendžiant  $ax^2 + b = 0$  lygtį. Pavyzdžiui turime paprastą lygtį  $x^2 = 40$ .

1. Iš karto galime ištraukti šaknį iš abiejų pusių:

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{40}$$
;  $x = \sqrt{40}$ ; arba  $\sqrt{x^2} = -\sqrt{40}$ ;  $x = -\sqrt{40}$ ;

2. Nors galėtume čia ir baigti spręsti, bet dar galime išskaidyti dauginamaisiai ir dalinai ištraukti šaknį:

Šiam tikslui naudosime vieną iš šaknų savybių (žiūrėti bendrojo kurso brandos egzamino formulyną):  $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$ .

$$x = \sqrt{4 \cdot 10} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{10} = 2\sqrt{10}$$
, nes  $40 = 4 \cdot 10$ ;

arba

$$x = -\sqrt{4 \cdot 10} = -\sqrt{4} \cdot \sqrt{10} = -2\sqrt{10};$$

Lygtis  $x^2 = 40$  turi du sprendinius:  $\pm 2\sqrt{10}$ . Sprendinius visada galima pasitikrinti įdėjus atgal į lygtį.

## 2 Nelygybės

Nelygybės išreiškia ryšį tarp dviejų dydžių, kurie nėra lygūs. Jose naudojami kintamieji ir konstantos, o nelygybės simboliais parodoma, kad viena teiginio pusė yra didesnė arba mažesnė už kitą.

Naudojami simboliai:

- 1. Daugiau už (>), pavyzdžiui: x > 3 (skaitoma x daugiau už 3);
- 2. Mažiau už (<), pavyzdžiui: x < 5, (skaitoma x mažiau už 5);
- 3. Daugiau už arba lygu ( $\geq$ ), pavyzdžiui:  $x \geq 4$  (skaitoma x daugiau arba lygu už 4);

Vietoje "daugiau už arba lygu" galima vartoti "ne mažiau".

4. Mažiau už arba lygu ( $\leq$ ), pavyzdžiui:  $x \leq 6$  (skaitoma x mažiau arba lygu už 4).

Vietoje "mažiau už arba lygu" galima vartoti "ne daugiau".

#### 2.1 Pagrindiniai principai sprendžiant nelygybes

Sprendžiant nelygybes, pritaikomi tokie pat principai, kaip ir lygtyse (ir atvirkščiai). Prisideda tik nelygybės apvertimas dauginant ar dalinant iš negiamo skaičiaus.

- 1. Kad ir ką darytumėte vienai nelygybės pusei, turite padaryti kitai, kad išlaikytumėte nelygybę;
  - x + 3 > 5 tampa x > 2 atėmus 3 iš abiejų pusių.
- 2. Nelygybės apvertimas:
  - 2.1. Kai padauginate arba padalijate abi nelygybės puses iš neigiamo skaičiaus, nelygybės ženklas turi būti apverstas.

$$-2x > 6$$
 tampa  $x < -3x$  padalinus nelygybę iš  $-2$  ( $> \rightarrow <$ ).

- 2.2. Jeigu yra perkeliamas narys iš vienos nelygybės pusės į kitą, tai reiktų laikyti tai, kaip to nario pridėjimą ar atėmimą iš abiejų pusių. Būtina atkreipti dėmesį į ženklą:
  - 3>x tampa x<3 (atkreipkite dėmesį į ženklą), nes

$$3>x|-3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0 > x - 3| - x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -x > -3 | \cdot -1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x < 3$$
.

3. Panašių narių tvarkymas.

Panašūs nariai turi tuos pačius kintamuosius (x, y, z ir kt.), kuriuo pakelti tais pačiais laipsniais. Iš esmės jie atrodo taip pat, išskyrus koeficientą prie jo (skaičius prieš kintamąjį).

## Pavyzdžiai:

- 5x ir 3x yra panašūs nariai, nes abu turi kintamąjį x ir jie pakilti pirmuoju ( $x^1 = x$ ), nors ir koeficientai (5 ir 3) prie šių kintamųjų skirtingi.
- $7y^2$  ir  $-y^2$  yra panašūs nariai, nes abu turi kintamąjį y ir jie pakilti antruoju laipsniu, nors ir koeficientai (5 ir -1) prie šių kintamųjų skirtingi.
- -4ab ir 5ab yra panašūs nariai, nes abu turi kintamuosius a ir b, bei jie pakilti pirmuoju laipsniu.

#### Atvirkštiniai pavyzdžiai:

- 3x ir 3y nėra panašūs nariai, nes abu turi skirtingus kintamuosius x ir y.
- $x^2$  ir x nėra panašūs nariai, nes abu kintamieji pakelti skirtingais laipsniais (2 ir 1);
- 4xy ir  $4xy^2$  nėra panašūs nariai, antrojo nario kintamasis y pakeltas kvadratu. laipsniu.
- 3.1. Konstantos ir kintamieji turi būti suprastinti, jeigu tai įmanoma:

$$2x + 5 > x + 8$$
 tampa  $x > 3$  atėmus abiu puses iš  $x$  ir  $5$ .

3.2. Panašūs nariai gali būti sudėti arba atimti:

$$3x + 2x > 10$$
 tampa  $5x > 10$ , o po to ir  $x > 2$ .

#### 2.2 Atsakymo pasitikrinimas

Visada galima pasitikrinti nelygybės atsakymą. Pavyzdžiui turime nelygybę 2x + 3 < 11:

1. Atimame abi pusęs iš 3

$$2x + 3 - 3 < 11 - 3$$
;

$$2x < 8$$
;

2. Padaliname abi pusęs iš 2

$$\frac{2x}{2} < \frac{8}{2};$$

Radome, kad nelygybės sprendinys yra x<4 arba  $x\in(-\infty;4)$ . Galime pasitikrinti šį sprendinį įstatydami skaičių mažesnį negu 4, pavyzdžiui 3. Įstačius į pradinę nelygybę gauname, kad  $2\cdot 3+3<11$ . Atlikus aritmetinius veiksmus gauname, kad 9<11, kas yra tiesa ir tai reiškia, kad sprendinys yra teisingas.

## 2.3 Kaip spręsti ax - b < 0 nelygybę?

#### 2.3.1 Teorinis sprendimas

Žingsniai, kad išspręstume ax - b < 0 nelygybę:

1. Prie abiejų pusių pridedame b:

$$ax - b + b < 0 + b;$$
$$ax < b;$$

2. Padaliname iš a, kad paliktumę kintamij x be koeficiento (daugiklio):

$$\frac{ax}{a} < \frac{b}{a};$$
 $x < \frac{b}{a};$ 

3. Neužmirškite, jeigu skaičius a yra neigiamas, reikia apversti nelygybės ženklą:

$$x > -\frac{b}{a}$$
;

## 2.3.2 Pavyzdys #1

Turime 3x - 5 < 0. Sprendimas:

1. Prie abiejų pusių pridedame 5:

$$3x - 5 + 5 < 0 + 5$$
;  $3x < 5$ :

2. Padaliname abi puses iš 3, kad paliktumę kintamijx be koeficiento (daugiklio):

$$\frac{3x}{3} < \frac{5}{3};$$
  
 $x < \frac{5}{3};$ 

Nelygybės sprendinys:  $x \in (-\infty; \frac{5}{3})$ .

#### 2.3.3 Pavyzdys #2

Turime  $-3x + 2 \ge 5x - 8$ . Sprendimas:

1. Visus narius su  $\boldsymbol{x}$  kintamuoju perkeliame į vieną pusę. Aš pasirenku kelti į dešinę:

$$-3x + 2 \ge 5x - 8|-5x;$$
  
 $-3x + 2 - 5x \ge 5x - 8 - 5x;$   
 $-8x + 2 \ge -8.$ 

2. Visus skaičius be kintamųjų (konstantas) perkeliame į kitą pusę. Šiuo atveju į kairę:

8

$$-8x + 2 \ge -8|-2$$
;  
 $-8x + 2 - 2 \ge -8 - 2$ ;  
 $-8x \ge -10$ ;

3. Panaikiname skaičių prie x padalindami abi puses iš jo:

$$-8x \ge -10|$$
 :  $(-8)$ ;  $\frac{-8x}{-8} \le \frac{-10}{-8}$  (atkreipkite dėmesį į ženklo pasikeitimą);  $x \le \frac{5}{4}$ ;

Nelygybės sprendinys:  $x \in (\infty; \frac{5}{4}]$ .

## 3 Aibės

Aibė yra skirtingų elementų rinkinys. Jeigu elementas a yra aibės A elementas, tai rašoma, kad  $a \in A$ . Jeigu elementas b nėra aibės A elementas, tai rašoma, kad  $b \notin A$ . Aibės žymimos didžiąją raide, o jos elementai mažosiomis. Matematikos šaka nagrinėjanti aibes vadinama aibių teorija.

Aibės pavyzdžiai:

- mokyklos mokinių aibė;
- saulės sistemos planetų aibė;
- visų natūraliųjų skaičių aibė;
- lygties sprendinių aibė;
- ...

## 3.1 Būdai užrašyti aibę

Pagal elementų skaičių, yra dviejų tipų aibės: baigtinės ir begalinės. Baigtines aibes galima lengvai išrašyti. Tokiam būdui naudojami figūriniai skliaustai {...}. Pavyzdžiui:

$$A = \{1; 5; 6; 7; 8; 10; 30\}; \quad B = \{c; b; e\};$$

Dvi aibės yra vienodos, jeigu šių elementai nesiskiria, nors ir skiriasi jų išdėstymo tvarka. Pavyzdžiui,  $\{1,2,3\}=\{2,3,1\}$ . Bet matematikoje sutarta, jeigu aibės elementai yra skaičiai, tai jie užrašomi didėjimo tvarka.

Taip pat baigtines ir begalines aibes galima užrašyti tam tikromis taisyklėmis:

• taisyklėmis.

 $B=\{x|x\ {
m yra}\ {
m pirminis}\ {
m skaičius}\ {
m mažesnis}\ {
m už}\ 10\}$  - toks užrašymas reikštų, kad aibę B sudaro pirminiai skaičiai mažesni už 10. Tokią aibę dar būtų galima užrašyti šitaip  $B=\{2;3;5;7\}$ .

• žodiniu apibūdinimu.

Tegul, aibė C yra sudaryta iš visų sveikųjų skaičių mažesnių už 100.

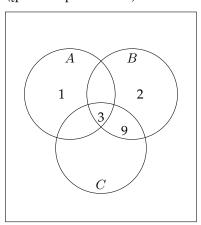
• intervalu.

D=(2;5) - tokia aibė yra sudaryta iš visų realių skaičių nuo 2 neįskaitant iki 5 neįskaitant.

E = [2; 5] - tokia aibė yra sudaryta iš visų realių skaičių nuo 2 įskaitant iki 5 įskaitant.

• Veno diagramomis.

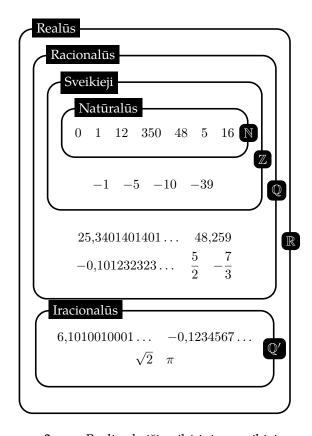
Nors tai nėra tekstinis aibės apibrėžimo būdas, Veno diagrama vizualiai vaizduoja aibes ir jų ryšius (įprastai apskritimais).



## 3.2 Realiųjų skaičių aibė

Matematikoje, yra skaičių rinkiniai, kurie naudojami taip dažnai, kad jie turi specialius pavadinimus ir simbolius:

- 1. Natūralūs (ℕ);
- 2. Sveikieji ( $\mathbb{Z}$ );
- 3. Racionalieji (ℚ);
- 4. Iracionalieji (I);
- 5. Realūs ( $\mathbb{R}$ );
- 6. ir kt.



2 pav.: Realių skaičių aibė ir jos poaibiai

Mokyliniame kurse yra mokomi tik 5 pagrindinės skaičių aibės. Bet reiktų žinoti, kad jų yra ir daugiau, pavyzdžiui menamasis vienetas ir kompleksniai skaičiai. Toliau apibūdinama realiųjų skaičių aibė ir jos poaibiai.

## 3.2.1 Natūralūs skaičiai

- Apibrėžimas: skaičiai naudojami skaičiuoti, nuo 1 iki begalybės (kartais įtraukiamas ir 0).
- Simbolis: N.
- Pavyzdys:  $\mathbb{N} = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; \cdots \}.$

## 3.2.2 Sveikieji skaičiai

• **Apibrėžimas**: 0, visi natūralieji skaičiai ir jiems atvirkštiniai skaičiai (natūralieji skaičiai su minuso ženklu).

• Simbolis:  $\mathbb{Z}$ .

• Pavyzdys:

$$\mathbb{Z} = \{ \cdots; -9; -8; -7; -6; -5; -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; \cdots \}.$$

## 3.2.3 Racionalieji skaičiai

- Apibrėžimas: Skaičiai, kurie gali būti užrašyti trupmena  $\frac{a}{b}$ , kur a ir b sveikieji skaičiai, o  $b \neq 0$ .
- Simbolis: Q.
- Pavyzdys:  $\mathbb{Q} = \{ \cdots; -\frac{8}{6}, -\frac{1}{1}, \frac{0}{1}, \frac{1}{2}, \frac{22}{7} \cdots \}.$

Ankščiau aprašytą sveikųjų skaičių aibę  $\mathbb{Z}$ , taip pat galima išreikšti per racionaliųjų skaičių aibę: sveikieji skaičiai yra tie, racionalieji skaičiai  $\frac{a}{b}$ , kurių vardiklis b yra lygus 1.

#### 3.2.4 Iracionalieji skaičiai

- **Apibrėžimas**: Skaičiai, kurių negalima išreikšti trupmena  $\frac{a}{b}$ , kur a ir b sveikieji skaičiai. Šių skaičių dešimtainė dalis yra nesikartojanti ir nesibaigianti.
- Simbolis:  $\mathbb{Q}'$  arba  $\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}$  (realiųjų skaičių ir racionaliųjų skaičių aibės skirtumas).
- Pavyzdys:  $\sqrt{2}$ ,  $\pi$ , e.

## 3.2.5 Realių skaičių aibės ir poaibių hierachija

Visos aukščiau nurodytos aibės yra kažkokios tai kitos aibės poaibis. Šį ryšį galima pamatyti veno diagramose 3.2 paveiksle.

- ullet N yra sveikųjų skaičių aibės  $\mathbb Z$  poaibis.
- $\bullet~\mathbb{Z}$ yra racionaliųjų skaičių aibės  $\mathbb{Q}$  poaibis.
- ℚ yra realiųjų skaičių aibės ℝ poaibis.
- ullet Iracionalieji skaičiai taip pat yra realiųjų skaičių aibės  ${\mathbb R}$  poaibis.

Šiuos ryšius galima taip pat pavaizduoti su simboliais:

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R};$$

## Literatūra