

Лабораторная работа №3

Карнаушко В. А. БПМ-19-2

13 декабря 2021 г.

Содержание

1	Моделирование различных форм резервуаров с жидкостью	3
2	Моделирование в среде Scilab XCos	6
2.1	Резервуар цилиндрической формы	6
2.2	Резервуар формы усеченного конуса	9
2.3	Резервуар формы сферического конуса	12
2.4	Флотационная машина	15

1 Моделирование различных форм резервуаров с жидкостью

Цель работы - исследовать математические модели, полученные методом балансовых соотношений в пакете прикладных программ MATLAB/Simulink(Scilab/Xcos)

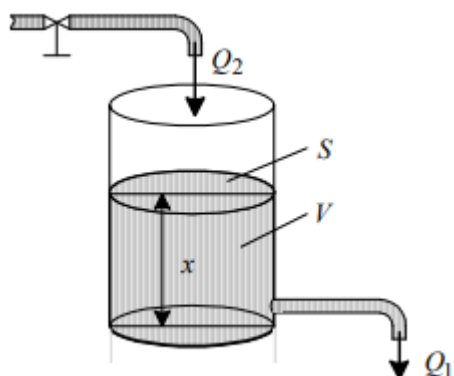


Рис. 1: Цилиндрический резервуар с жидкостью

V - объем жидкости, S - площадь поверхности жидкости, Q_1 , Q_2 - объемные расходы жидкости, F - площадь проходного отверстия сливной трубы

Уравнение материального баланса жидкости для данного резервуара имеет вид:

$$\Delta V + Q_1 \Delta t = Q_2 \Delta t$$

При $\Delta t \rightarrow 0$, $\Delta V \rightarrow 0$ получаем:

$$\frac{dV}{dt} + Q_1 = Q_2$$

Так как объем жидкости V выражается, как $V = Sx$, где x - уровень жидкости, получаем:

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= S \frac{dx}{dt} \\ S \frac{dx}{dt} + Q_1 &= Q_2 \end{aligned}$$

Зависимость между объемным расходом Q_1 и уровнем x вытекает из уравнения Бернулли:

$$\frac{\rho v_0^2}{2} + \rho g x + p_1 = \frac{\rho v^2}{2} + \rho g x_0 + p_2$$

v - скорость истечения жидкости из сливного отверстия, v_0 - скорость изменения уровня жидкости в резервуаре, p_1, p_2 - статические давления над жидкостью в резервуаре и за сливным отверстием, ρ - плотность жидкости, g - ускорение свободного падения, $\frac{\rho v^2}{2}$ - динамическое или скоростное давление. Это уравнение можно переписать в виде:

$$\frac{v^2 - v_0^2}{2g} = \frac{p_1 - p_2}{\gamma} + (x - x_0), \text{ где}$$

$\gamma = \rho g$ - удельный вес,

$x - x_0$ - перепад высот жидкости в резервуаре

Если предположить, что $v_0 \ll v, x_0 = 0, p_1 = p_2$, то получим:

$$v = \sqrt{2gx}$$

$$Fv = Q_1 = F\sqrt{2gx}$$

F - площадь проходного сечения сливной трубы

С помощью поправочного коэффициента μ , часто определяемого экспериментально, может быть учтена форма и состояние поверхности сливного отверстия

$$Q_1 = \mu F \sqrt{2gx}$$

Найденное выражение подставляется в ДУ изменения объема жидкости:

$$S \frac{dx}{dt} + \mu F \sqrt{2gx} = Q_2$$

Таким образом получено уравнение материального баланса для истечения жидкости в цилиндрическом резервуаре. При $\frac{dx}{dt} = 0$ можно записать уравнение статического (стационарного) режима резервуара.

$$\mu F \sqrt{2gx} = Q_2$$

Коэффициент S определяется геометрическими размерами резервуара. В зависимости от геометрии объекта моделирования этот коэффициент может быть описан различными функциями.

Для резервуара с формой усеченного конуса уравнение примет вид:

$$S = S(x) = \pi(r^2 + 2rtg(\alpha x) + tg^2(\alpha x^2))$$

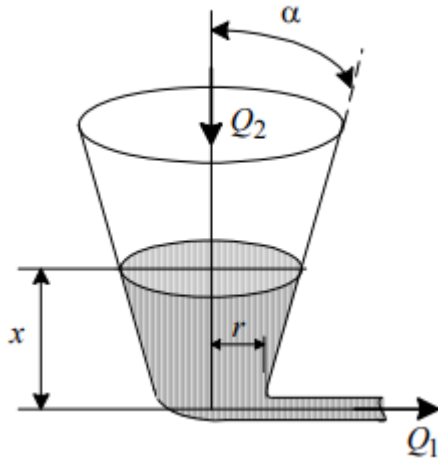


Рис. 2: Резервуар с жидкостью конической формы

Для резервуара, имеющего форму сферы:

$$S = S(x) = \pi(2rx - x^2)$$

$$S = \pi R^2 = \pi(r^2 - (x - r)^2) = \pi(r^2 - (r - x)^2) = \pi(2xr - x^2)$$

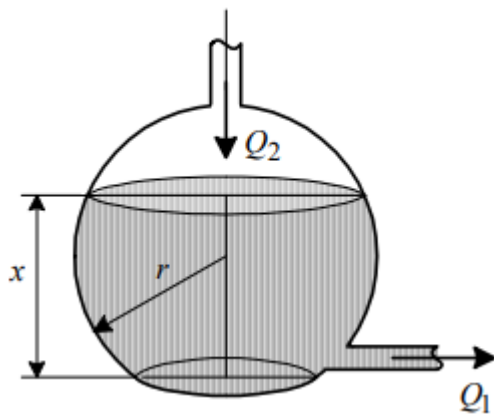


Рис. 3: Резервуар с жидкостью сферической формы

В флотационной машине истечение жидкости происходит в соответствии с нелинейным дифференциальным уравнением:

$$S \frac{dx}{dt} + (0,465 + \frac{0,003}{x})bx\sqrt{2gx} = Q_2$$

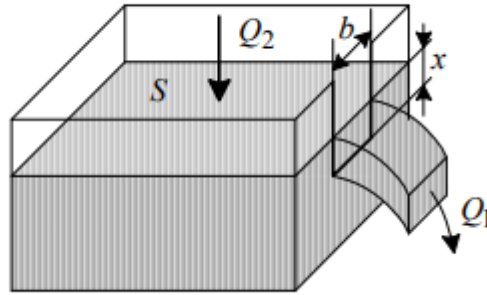


Рис. 4: Камера флотационной машины со сливом через порог

Расход Q_2 может регулироваться с помощью интегрирующего исполнительного механизма. Удобно модель представить в форме пространства состояний.

Примем $v_1 = Q_2, v_2 = x$, тогда:

$$\begin{aligned} \frac{dv_1}{dt} &= b_1 u \\ \frac{dv_2}{dt} &= \frac{1}{S}v_1 - \frac{\mu F \sqrt{2g}}{S} \sqrt{v_2} \\ y &= v_2 \end{aligned}$$

Далее все моделирование будет предвещаться переходом в форму пространства состояний.

2 Моделирование в среде Scilab|XCos

2.1 Резервуар цилиндрической формы

$$\frac{dx}{dt} = \frac{Q_2 - \mu F \sqrt{2gx}}{S}$$

, где

$Q_2 = 0.01 \text{ м}^3/\text{с}$
 $\mu = 0.6$
 $F = 0.02 \text{ м}^2$
 $g = 9.8 \text{ м/с}^2$
 $S = 2 \text{ м}^2$
 $b1 = 12$

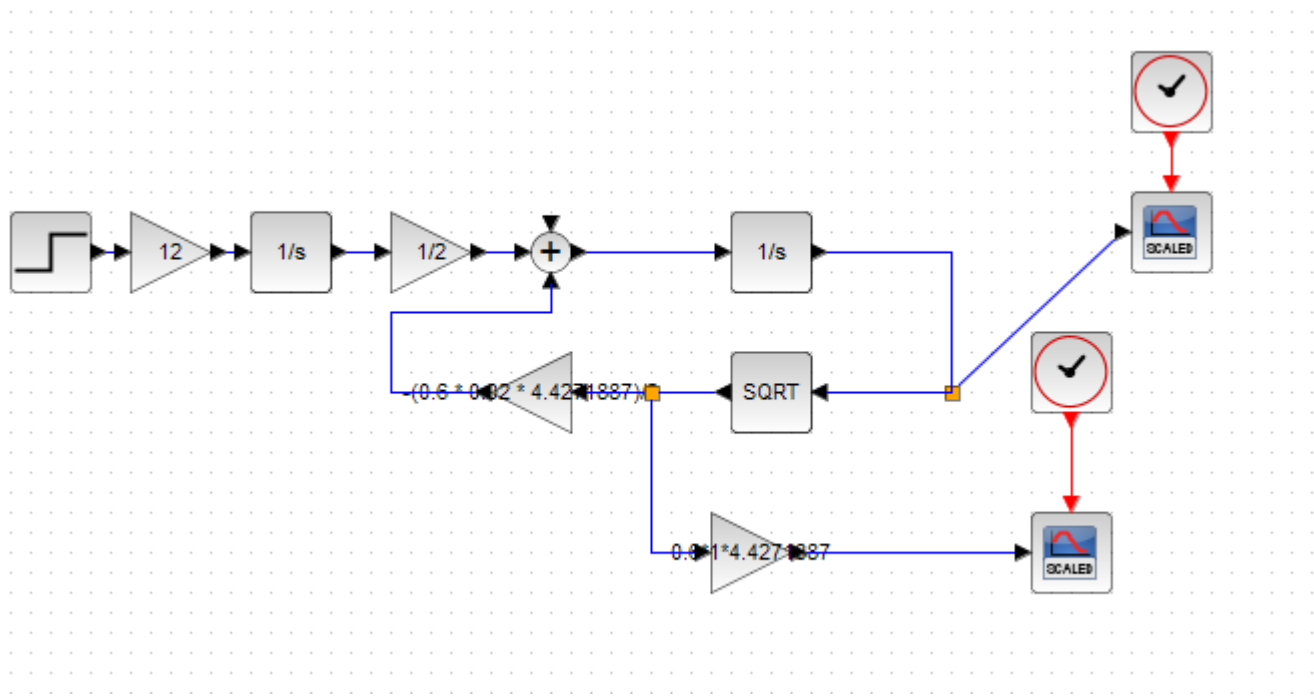


Рис. 5: Структурная схема

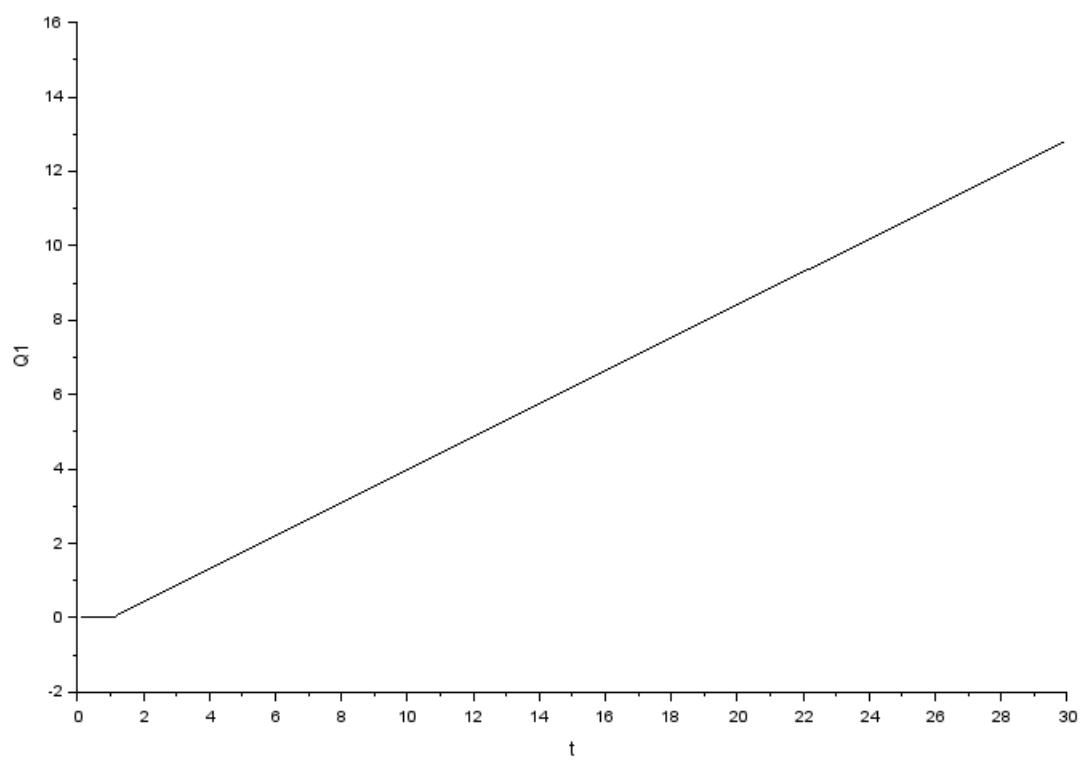


Рис. 6: График $Q1$ от t

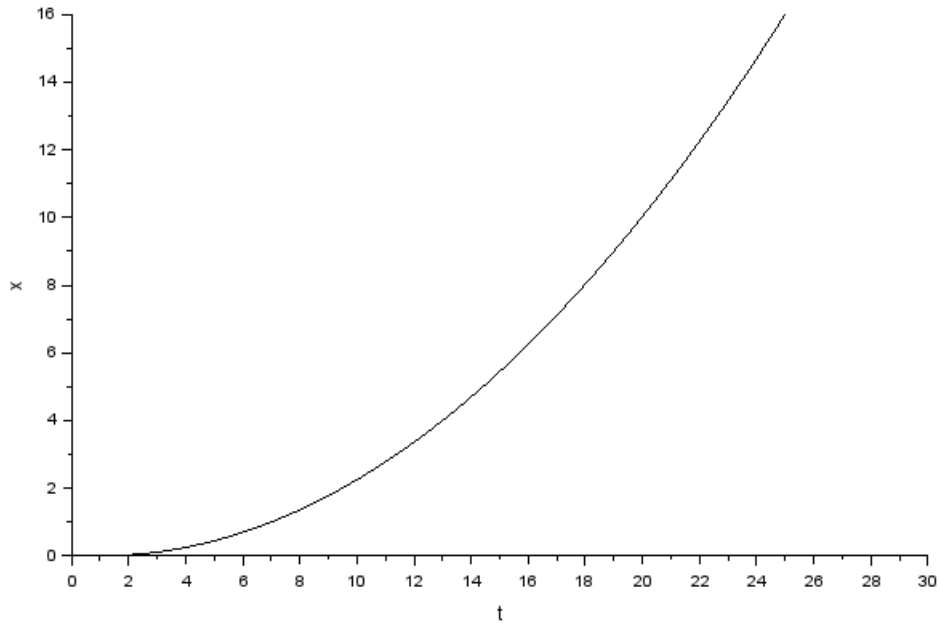


Рис. 7: График x от t

2.2 Резервуар формы усеченного конуса

$$\frac{dx}{dt} = \frac{Q_2 - \mu F \sqrt{2gx}}{\pi(r^2 + 2rtg(\alpha)x) + tg^2(\alpha)x^2}$$

, где

$$Q_2 = 0.01 \text{ м}^3/\text{с}$$

$$\mu = 0.6$$

$$F = 0.02 \text{ м}^2$$

$$g = 9.8 \text{ м/с}^2$$

$$r = 0.5 \text{ м}$$

$$\alpha = 60^\circ$$

$$b_1 = 12$$

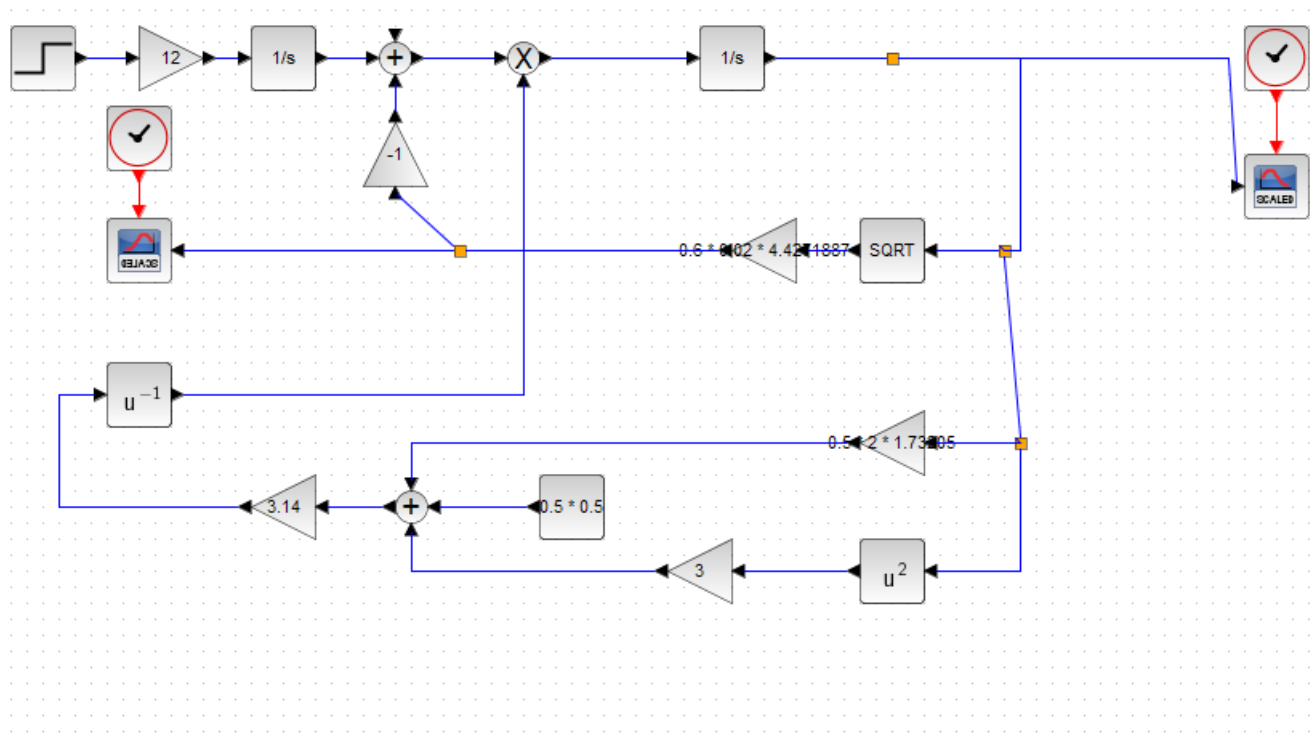


Рис. 8: Структурная схема

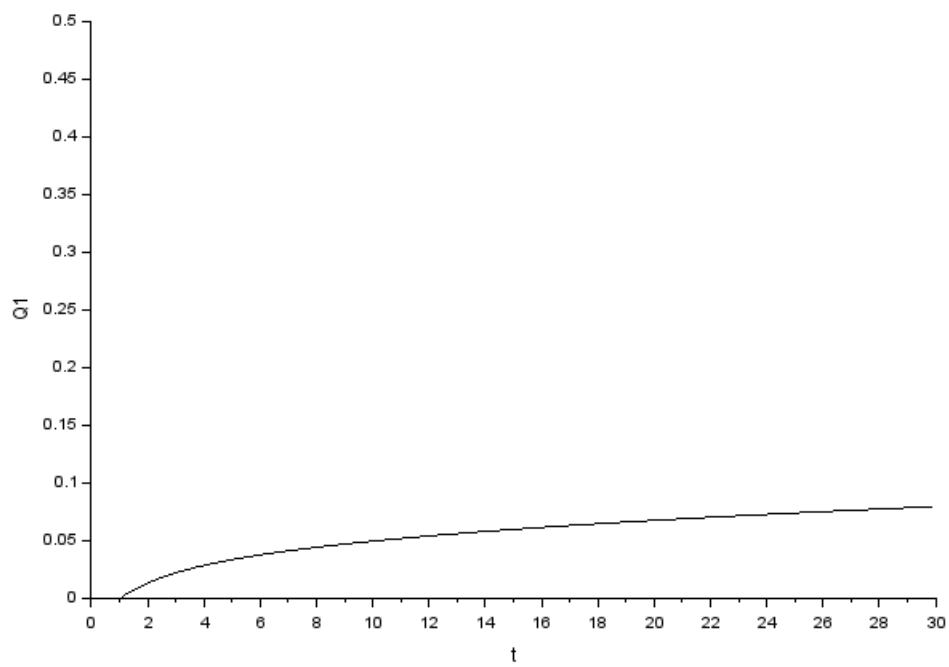


Рис. 9: График $Q1$ от t

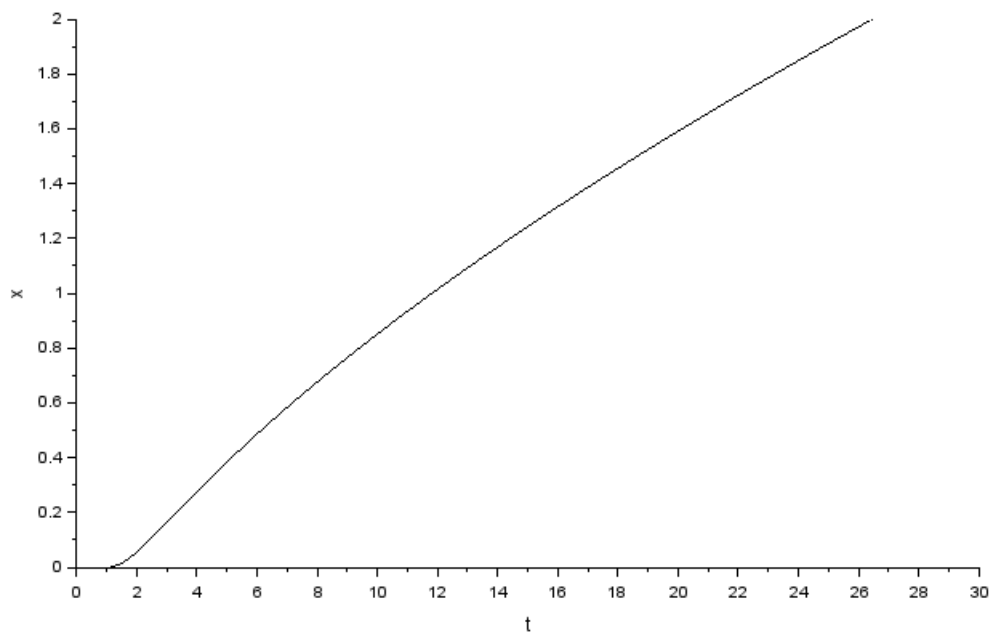


Рис. 10: График x от t

2.3 Резервуар формы сферического конуса

$$\frac{dx}{dt} = \frac{Q_2 - \mu F \sqrt{2gx}}{\pi(2rx - x^2)}$$

, где

$$Q_2 = 0.01 \text{ м}^3/\text{с}$$

$$\mu = 0.8$$

$$F = 0.02 \text{ м}^2$$

$$g = 9.8 \text{ м/с}^2$$

$$r = 1 \text{ м}$$

$$b1 = 1$$

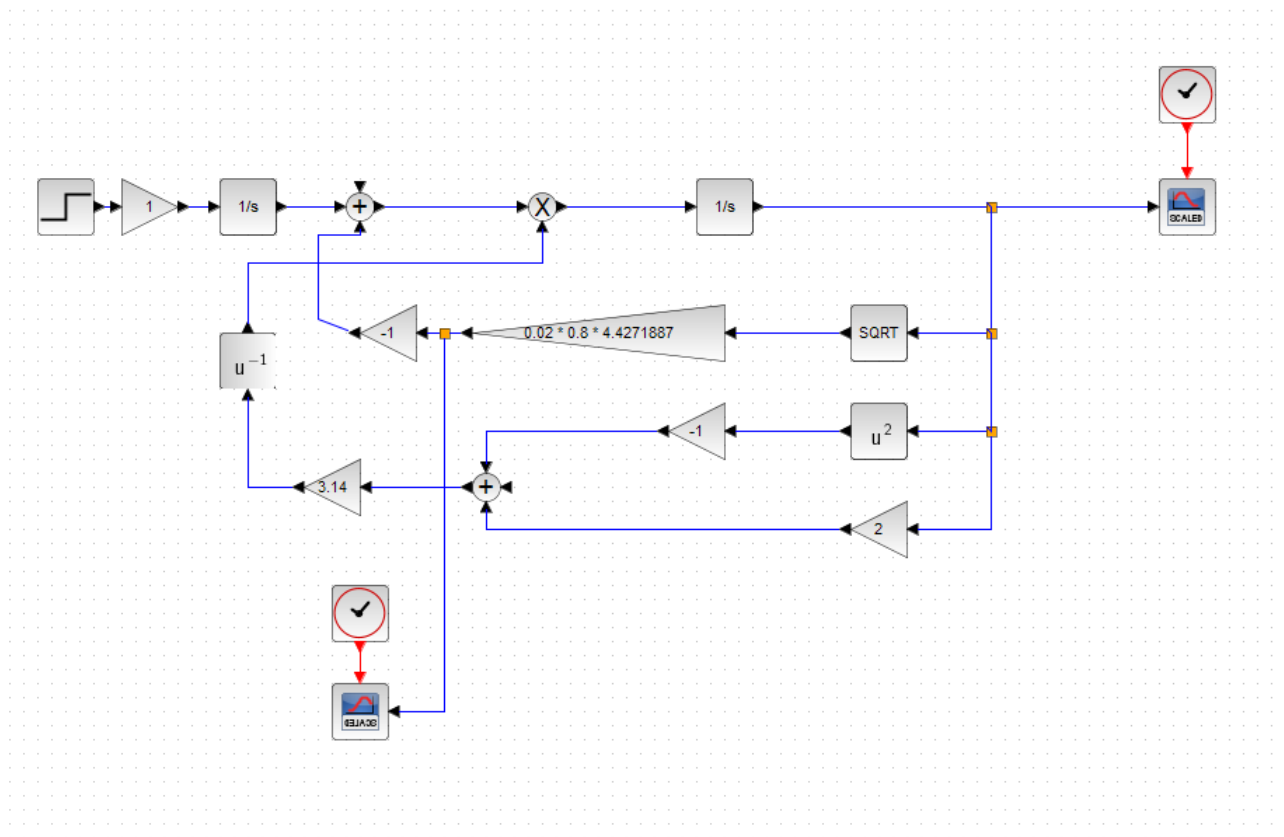


Рис. 11: Структурная схема

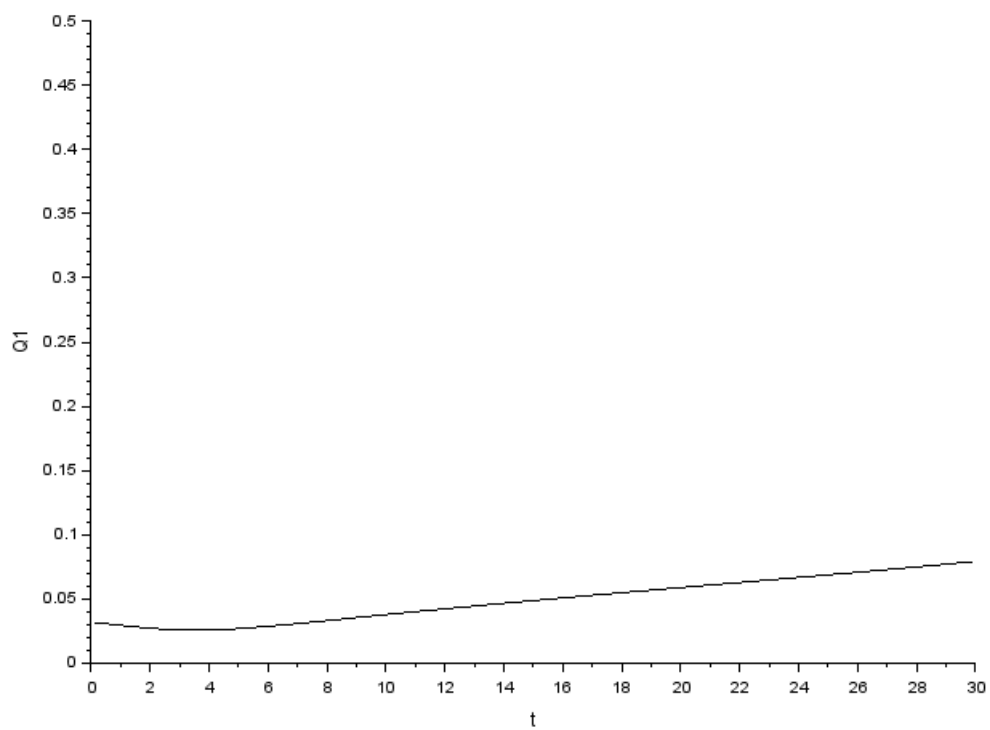


Рис. 12: График Q_1 от t

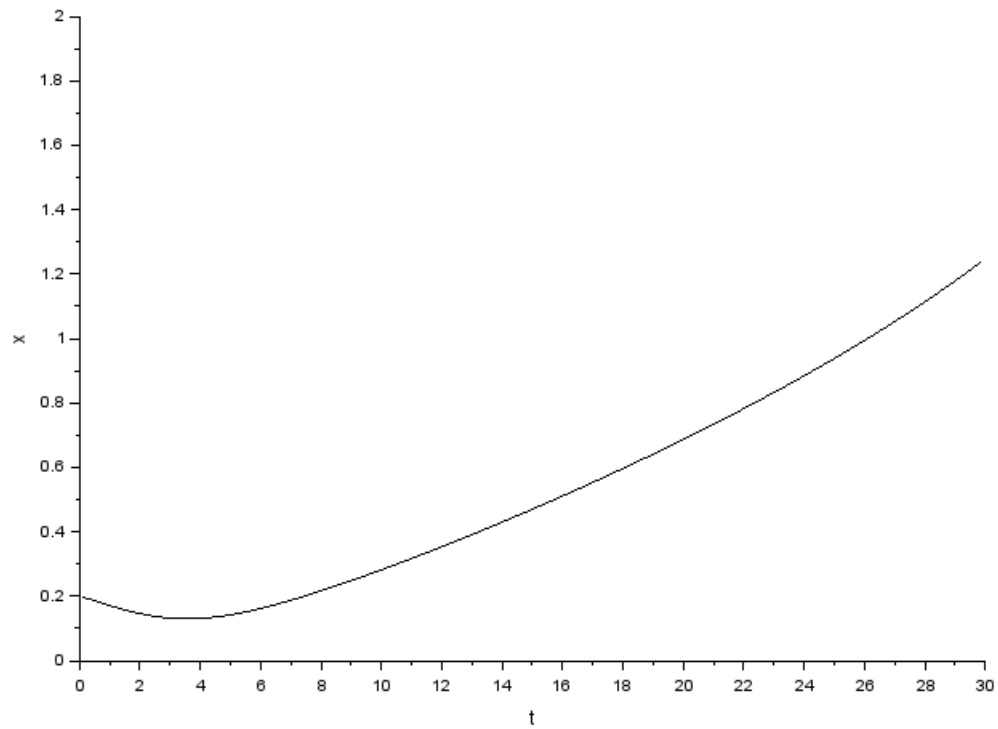


Рис. 13: График x от t

2.4 Флотационная машина

$$\frac{dx}{dt} = \frac{Q_2 - (0,465 + 0,003/x)bx\sqrt{2gx}}{S}$$

, где

$$Q_2 = 0.02 \text{ м}^3/\text{с}$$

$$g = 9.8 \text{ м/с}^2$$

$$b = 2\text{м}$$

$$S = 2\text{м}^2$$

$$b1 = 12$$

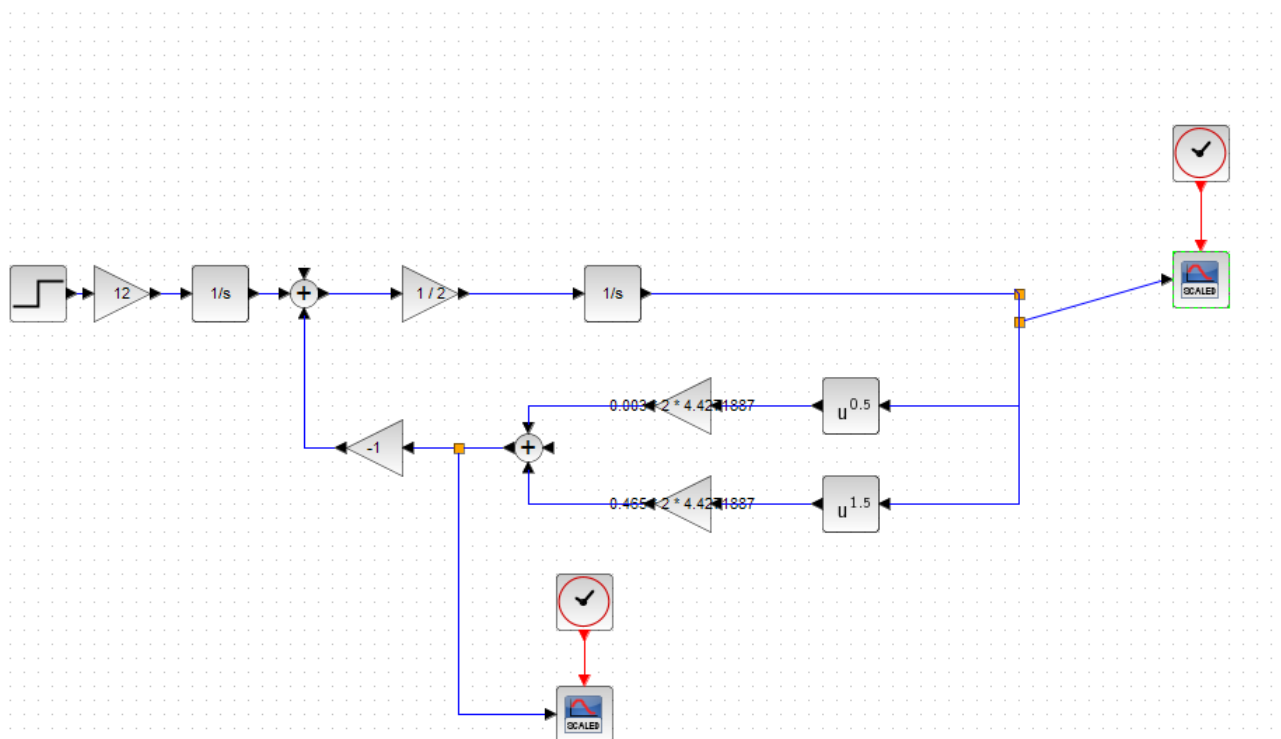


Рис. 14: Структурная схема

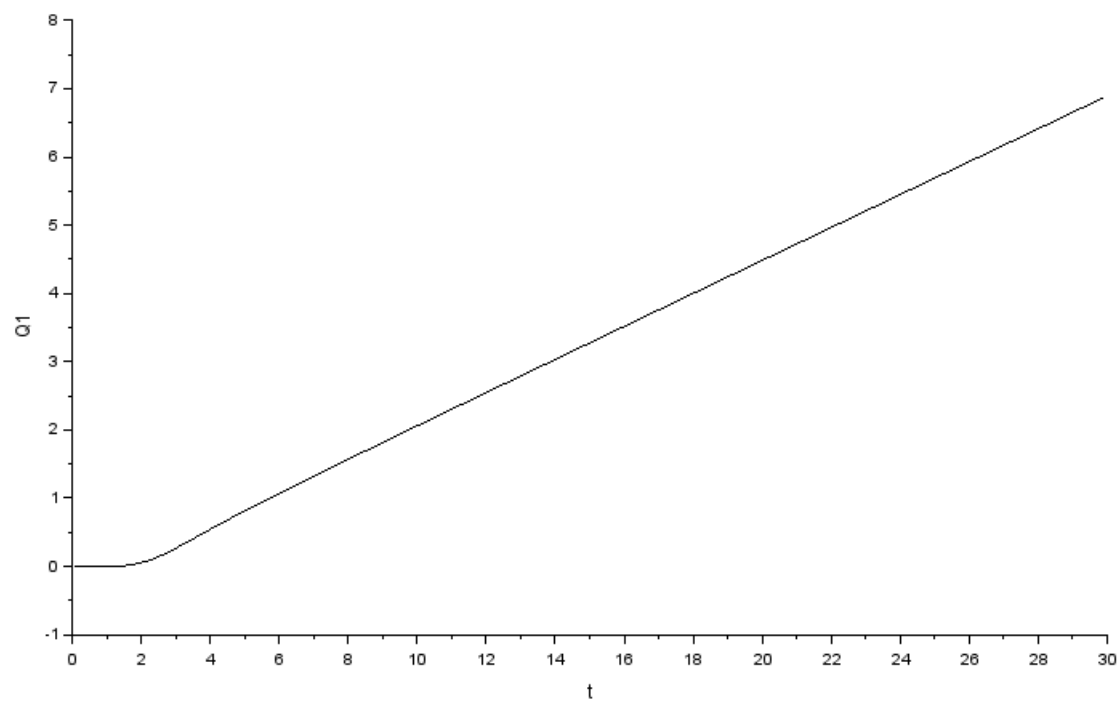


Рис. 15: График Q_1 от t

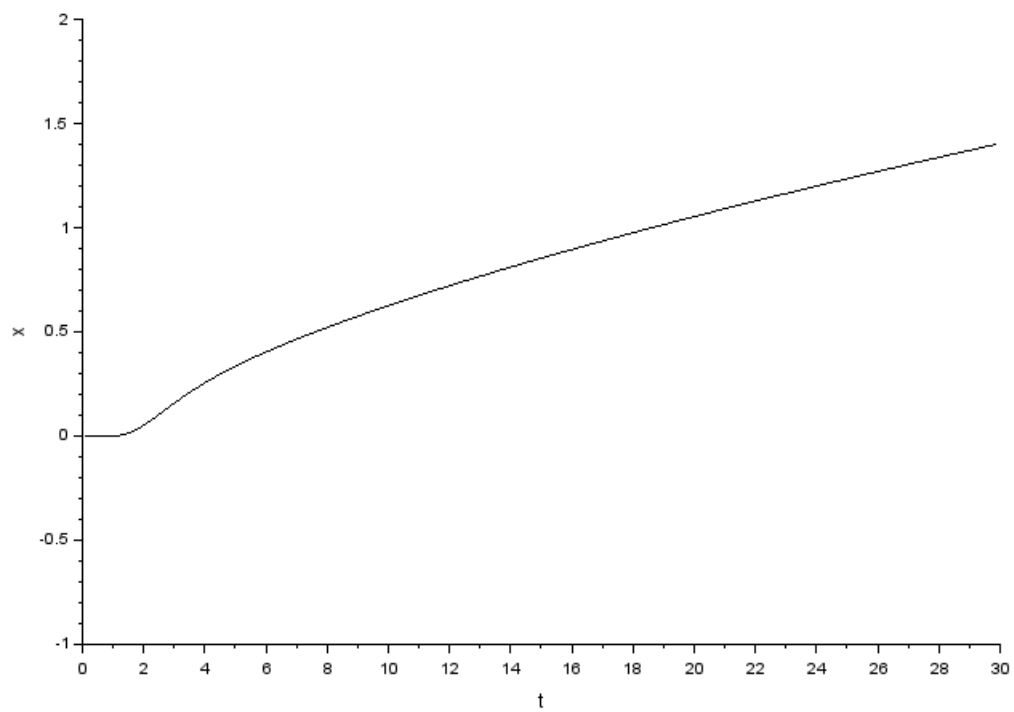


Рис. 16: График x от t