

# Лабораторная работа №3

Карнаушко В. А. БПМ-19-2

9 декабря 2021 г.

# Содержание

<b>1</b>	<b>Моделирование различных форм резервуаров с жидкостью</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Моделирование в среде Scilab XCos</b>	<b>6</b>
2.1	Резервуар цилиндрической формы . . . . .	6
2.2	Резервуар формы усеченного конуса . . . . .	9
2.3	Резервуар формы сферического конуса . . . . .	12
2.4	Флотационная машина . . . . .	15

# 1 Моделирование различных форм резервуаров с жидкостью

Цель работы - исследовать математические модели, полученные методом балансовых соотношений в пакете прикладных программ MATLAB/Simulink(Scilab/Xcos)

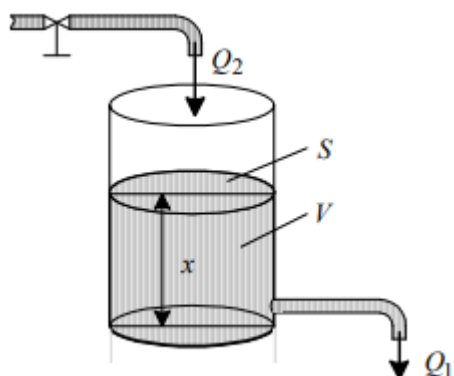


Рис. 1: Цилиндрический резервуар с жидкостью

$V$  - объем жидкости,  $S$  - площадь поверхности жидкости,  $Q_1$ ,  $Q_2$  - объемные расходы жидкости,  $F$  - площадь проходного отверстия сливной трубы

Уравнение материального баланса жидкости для данного резервуара имеет вид:

$$\Delta V + Q_1 \Delta t = Q_2 \Delta t$$

При  $\Delta t \rightarrow 0$ ,  $\Delta V \rightarrow 0$  получаем:

$$\frac{dV}{dt} + Q_1 = Q_2$$

Так как объем жидкости  $V$  выражается, как  $V = Sx$ , где  $x$  - уровень жидкости, получаем:

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= S \frac{dx}{dt} \\ S \frac{dx}{dt} + Q_1 &= Q_2 \end{aligned}$$

Зависимость между объемным расходом  $Q_1$  и уровнем  $x$  вытекает из уравнения Бернулли:

$$\frac{\rho v_0^2}{2} + \rho g x + p_1 = \frac{\rho v^2}{2} + \rho g x_0 + p_2$$

$v$  - скорость истечения жидкости из сливного отверстия,  $v_0$  - скорость изменения уровня жидкости в резервуаре,  $p_1, p_2$  - статические давления над жидкостью в резервуаре и за сливным отверстием,  $\rho$  - плотность жидкости,  $g$  - ускорение свободного падения,  $\frac{\rho v^2}{2}$  - динамическое или скоростное давление. Это уравнение можно переписать в виде:

$$\frac{v^2 - v_0^2}{2g} = \frac{p_1 - p_2}{\gamma} + (x - x_0), \text{ где}$$

$\gamma = \rho g$  - удельный вес,

$x - x_0$  - перепад высот жидкости в резервуаре

Если предположить, что  $v_0 \ll v, x_0 = 0, p_1 = p_2$ , то получим:

$$v = \sqrt{2gx}$$

$$Fv = Q_1 = F\sqrt{2gx}$$

$F$  - площадь проходного сечения сливной трубы

С помощью поправочного коэффициента  $\mu$ , часто определяемого экспериментально, может быть учтена форма и состояние поверхности сливного отверстия

$$Q_1 = \mu F \sqrt{2gx}$$

Найденное выражение подставляется в ДУ изменения объема жидкости:

$$S \frac{dx}{dt} + \mu F \sqrt{2gx} = Q_2$$

Таким образом получено уравнение материального баланса для истечения жидкости в цилиндрическом резервуаре. При  $\frac{dx}{dt} = 0$  можно записать уравнение статического (стационарного) режима резервуара.

$$\mu F \sqrt{2gx} = Q_2$$

Коэффициент  $S$  определяется геометрическими размерами резервуара. В зависимости от геометрии объекта моделирования этот коэффициент может быть описан различными функциями.

Для резервуара с формой усеченного конуса уравнение примет вид:

$$S = S(x) = \pi(r^2 + 2rtg(\alpha x) + tg^2(\alpha x^2))$$

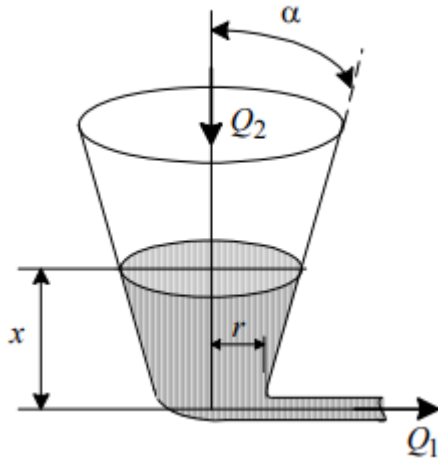


Рис. 2: Резервуар с жидкостью конической формы

Для резервуара, имеющего форму сферы:

$$S = S(x) = \pi(2rx - x^2)$$

$$S = \pi R^2 = \pi(r^2 - (x - r)^2) = \pi(r^2 - (r - x)^2) = \pi(2xr - x^2)$$

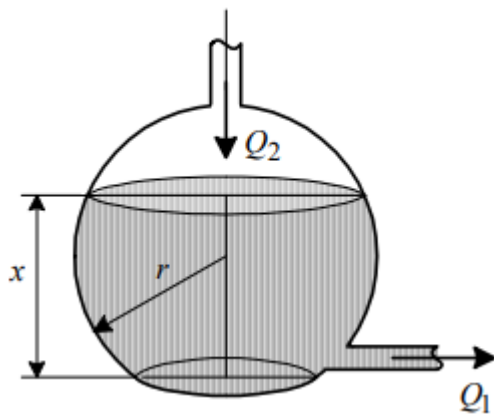


Рис. 3: Резервуар с жидкостью сферической формы

В флотационной машине истечение жидкости происходит в соответствии с нелинейным дифференциальным уравнением:

$$S \frac{dx}{dt} + (0,465 + \frac{0,003}{x})bx\sqrt{2gx} = Q_2$$

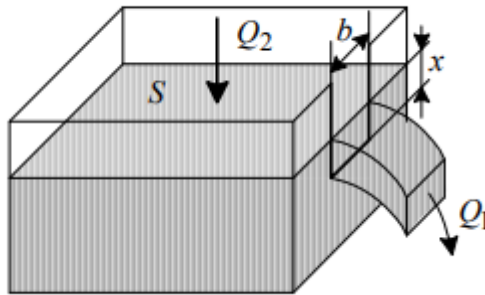


Рис. 4: Камера флотационной машины со сливом через порог

## 2 Моделирование в среде Scilab|XCos

### 2.1 Резервуар цилиндрической формы

$$\frac{dx}{dt} = \frac{Q_2 - \mu F \sqrt{2gx}}{S}$$

, где

$$Q_2 = 1 \text{ м}^3/\text{с}$$

$$\mu = 0.6$$

$$F = 1 \text{ м}^2$$

$$g = 9.8 \text{ м/с}^2$$

$$S = 60 \text{ м}^2$$

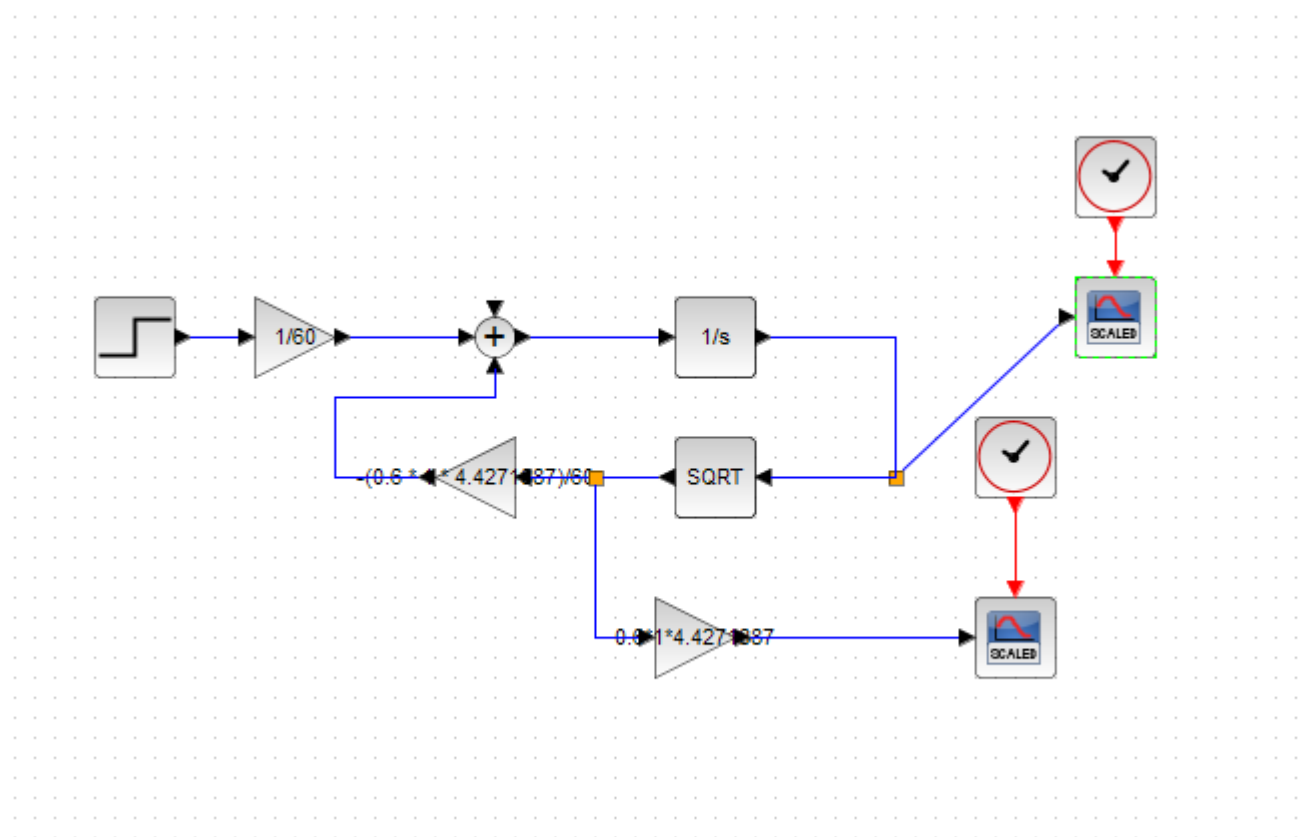


Рис. 5: Структурная схема

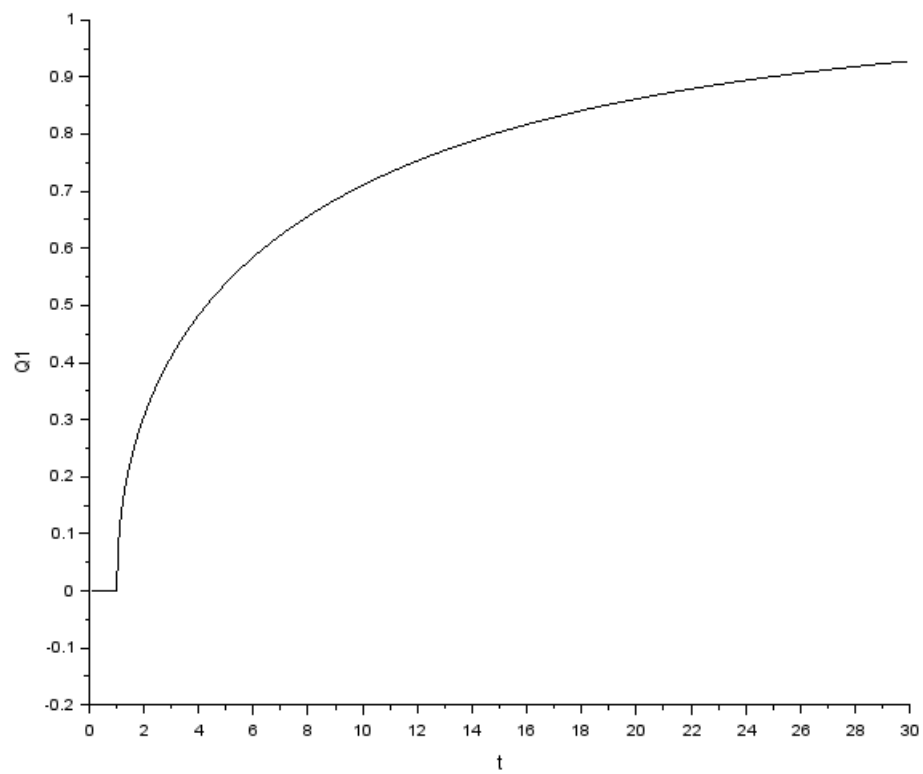


Рис. 6: График  $Q1$  от  $t$



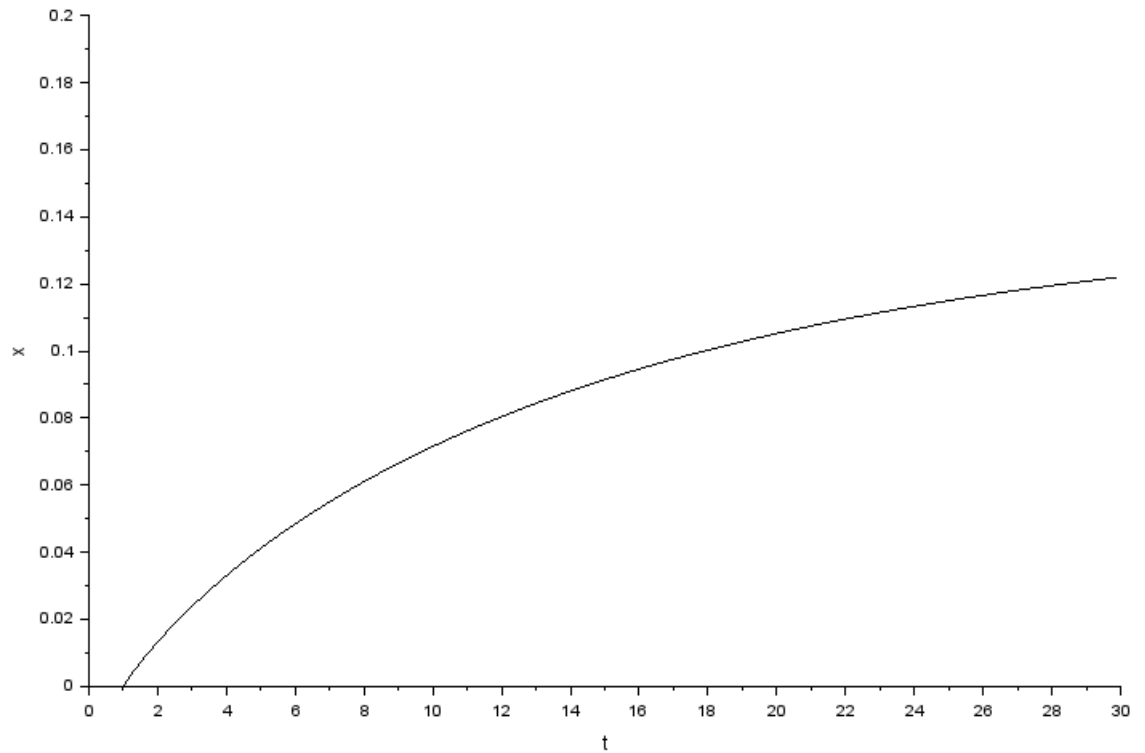


Рис. 7: График  $x$  от  $t$

## 2.2 Резервуар формы усеченного конуса

$$\frac{dx}{dt} = \frac{Q_2 - \mu F \sqrt{2gx}}{\pi(r^2 + 2rtg(\alpha)x + tg^2(\alpha)x^2)}$$

, где

$$Q_2 = 4 \text{ м}^3/\text{с}$$

$$\mu = 0.6$$

$$F = 1 \text{ м}^2$$

$$g = 9.8 \text{ м/с}^2$$

$$r = 2 \text{ м}$$

$$\alpha = 60^\circ$$

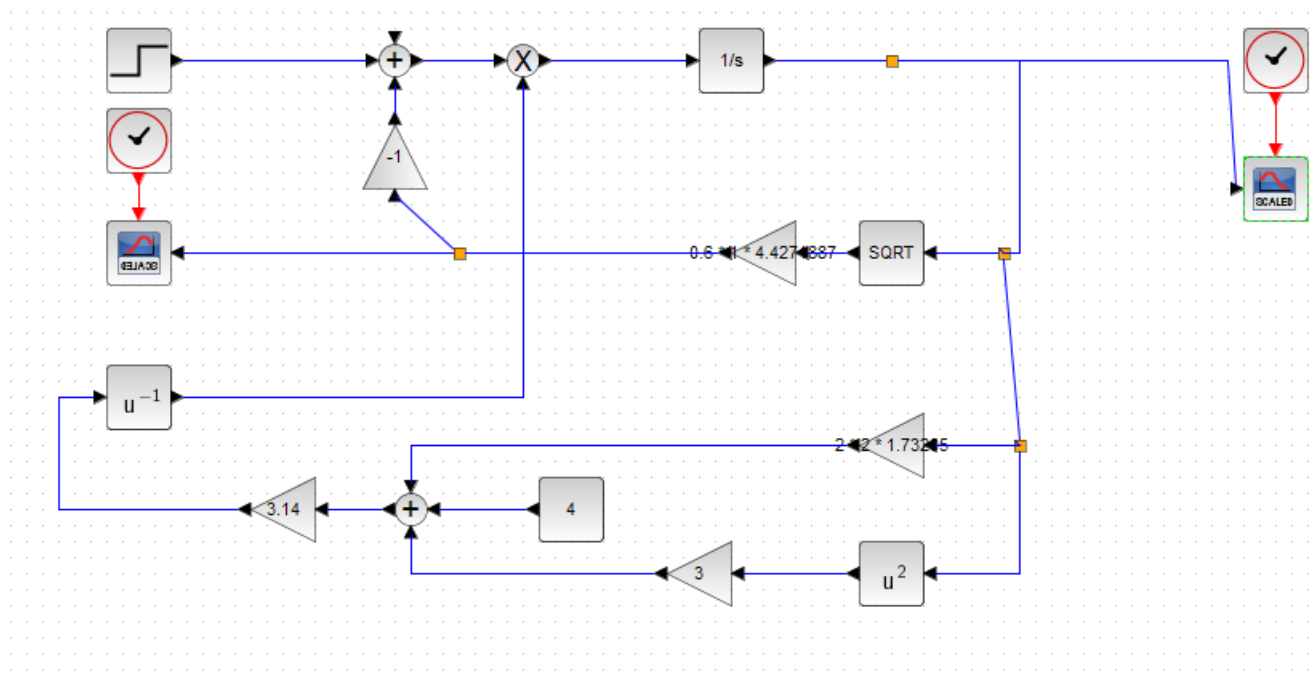


Рис. 8: Структурная схема

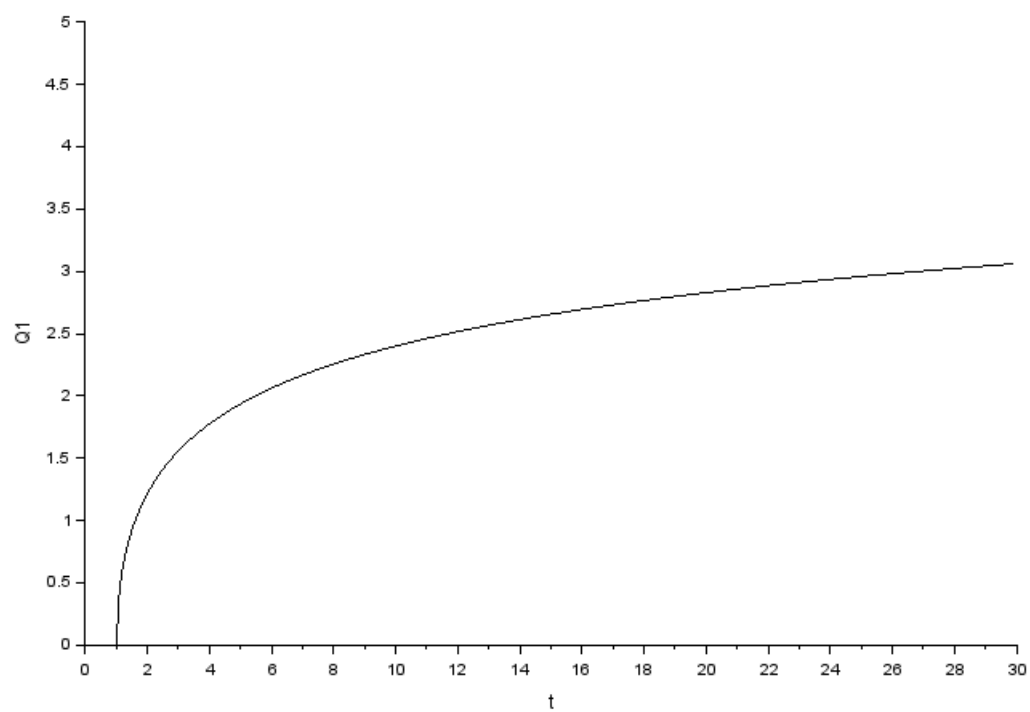


Рис. 9: График  $Q_1$  от  $t$

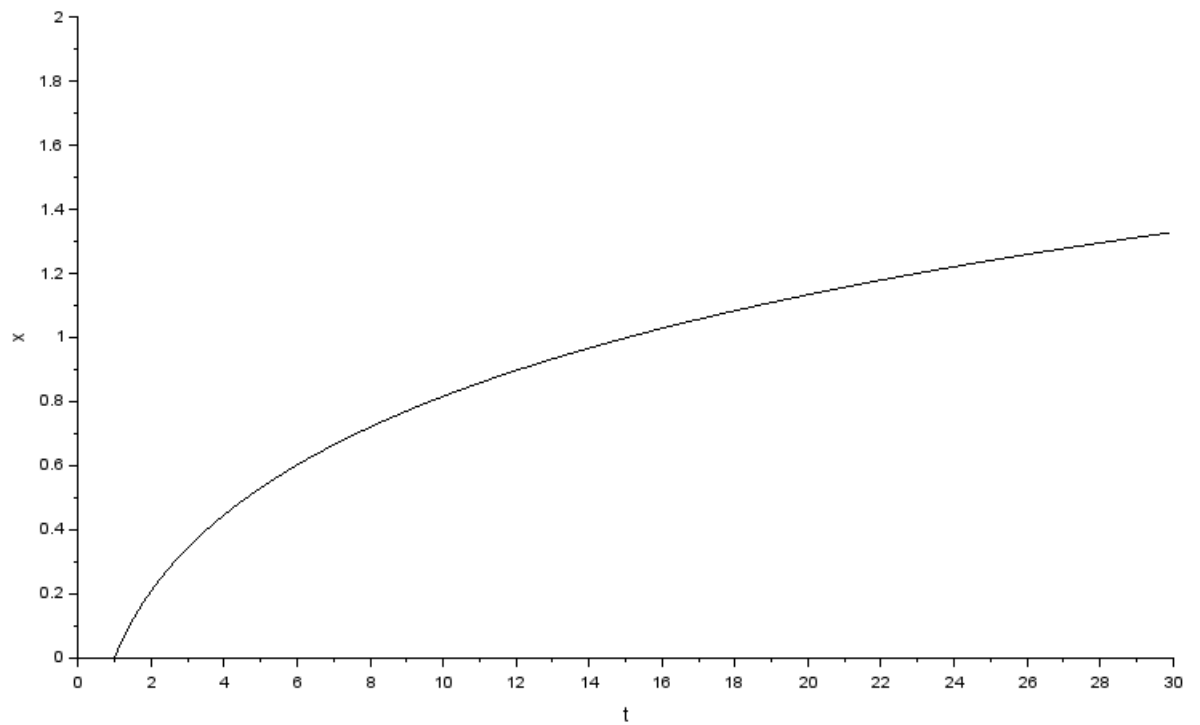


Рис. 10: График  $x$  от  $t$

## 2.3 Резервуар формы сферического конуса

$$\frac{dx}{dt} = \frac{Q_2 - \mu F \sqrt{2gx}}{\pi(2rx - x^2)}$$

, где

$$Q_2 = 4 \text{ м}^3/\text{с}$$

$$\mu = 0.6$$

$$F = 1 \text{ м}^2$$

$$g = 9.8 \text{ м/с}^2$$

$$r = 4 \text{ м}$$

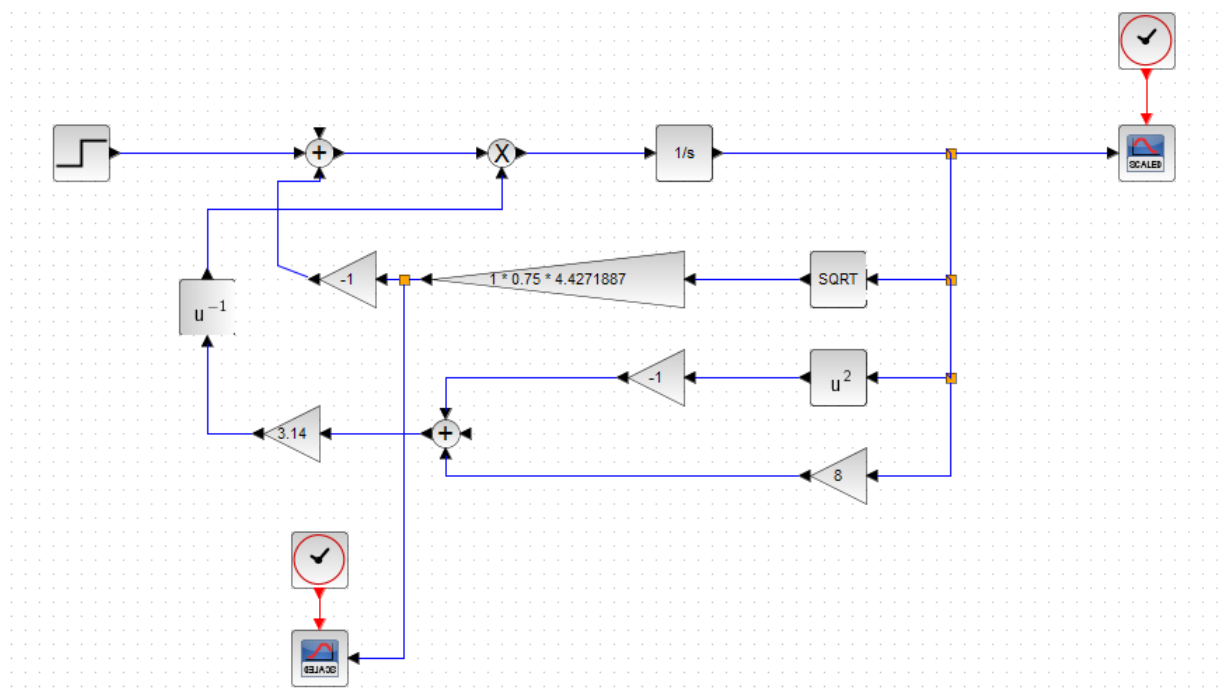


Рис. 11: Структурная схема

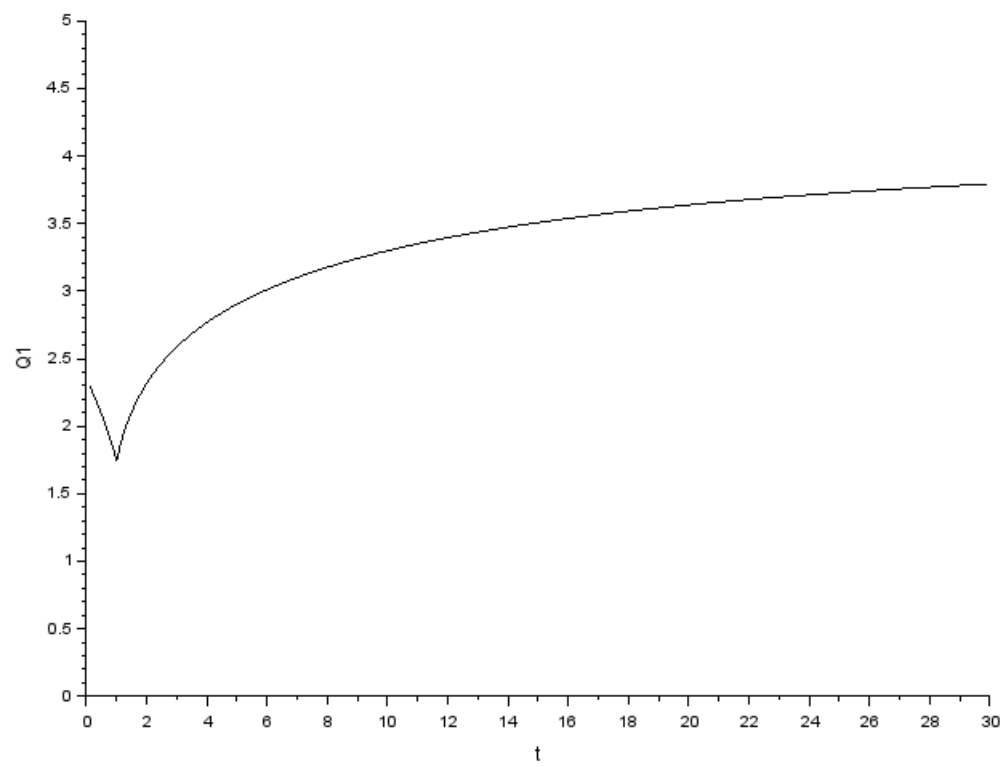


Рис. 12: График  $Q1$  от  $t$

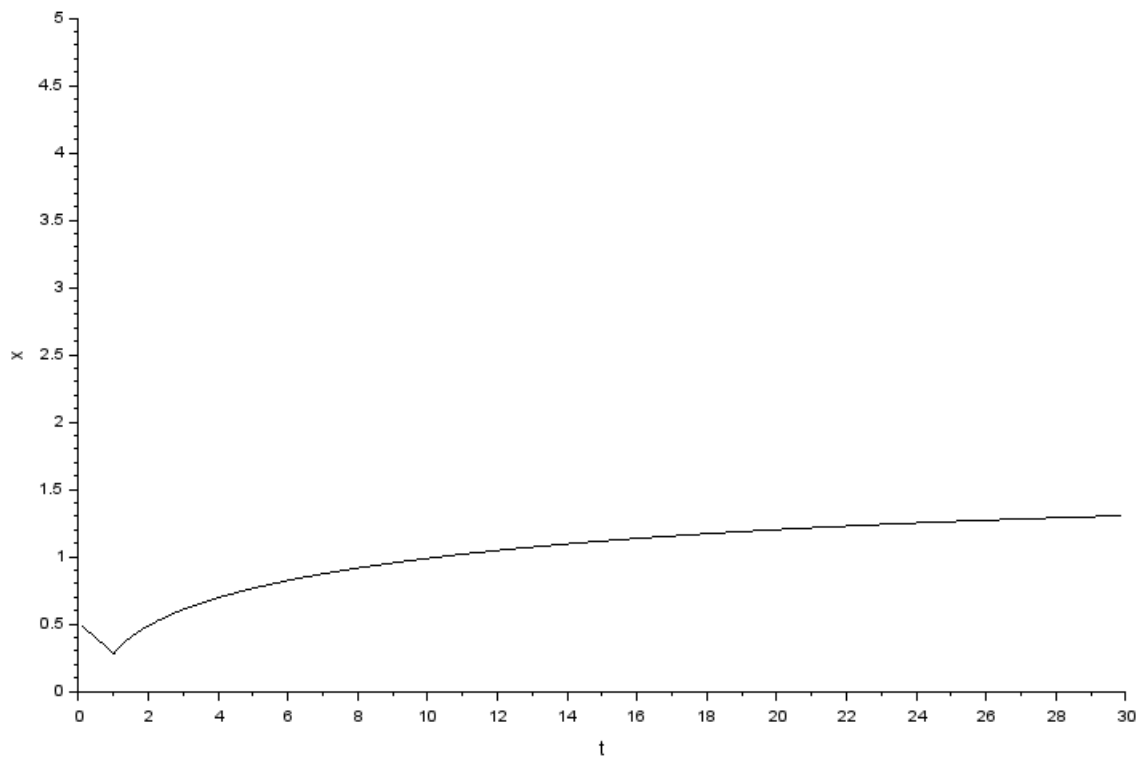


Рис. 13: График  $x$  от  $t$

## 2.4 Флотационная машина

$$\frac{dx}{dt} = \frac{Q_2 - (0,465 + 0,003/x)bx\sqrt{2gx}}{S}$$

, где

$$Q_2 = 4 \text{ м}^3/\text{с}$$

$$g = 9.8 \text{ м/с}^2$$

$$b = 2\text{м}$$

$$S = 80\text{м}^2$$

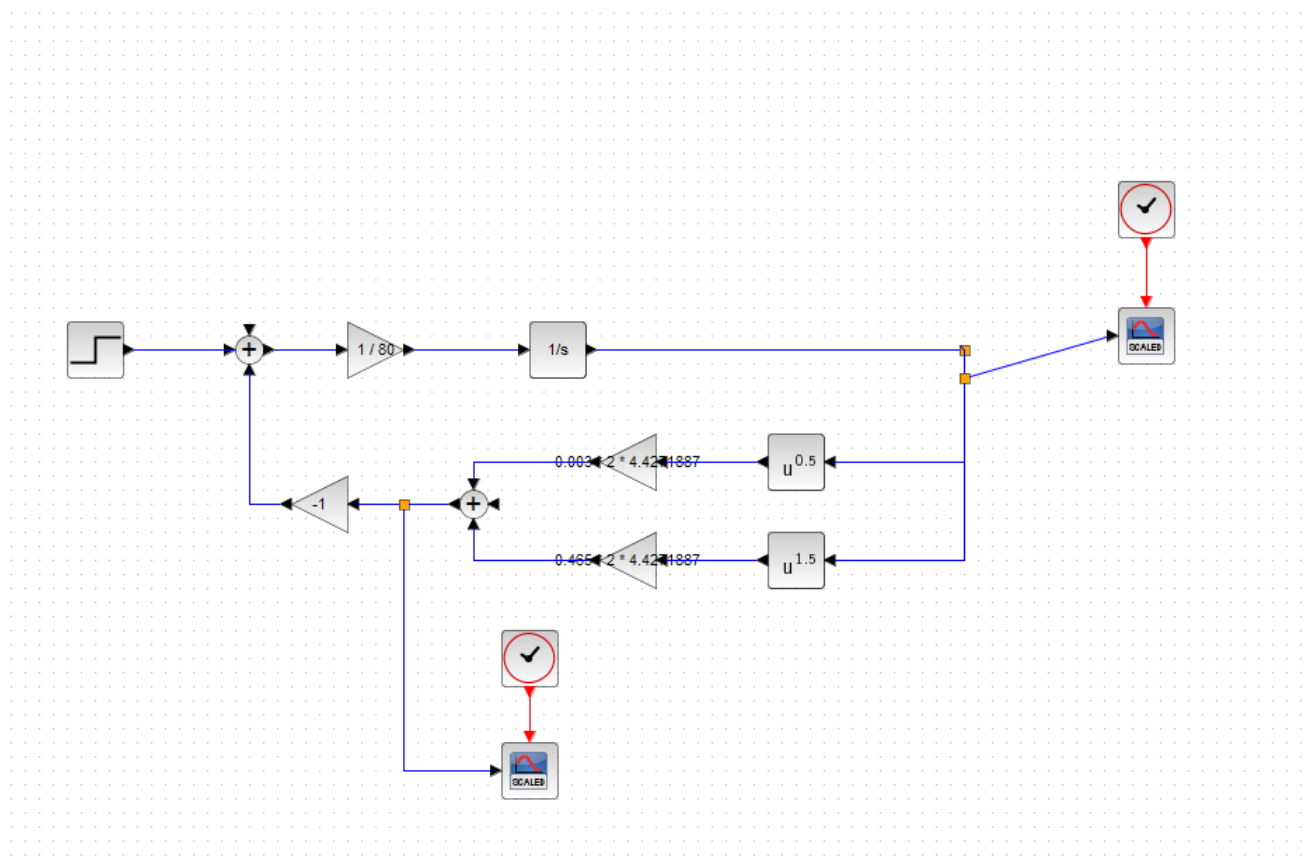


Рис. 14: Структурная схема



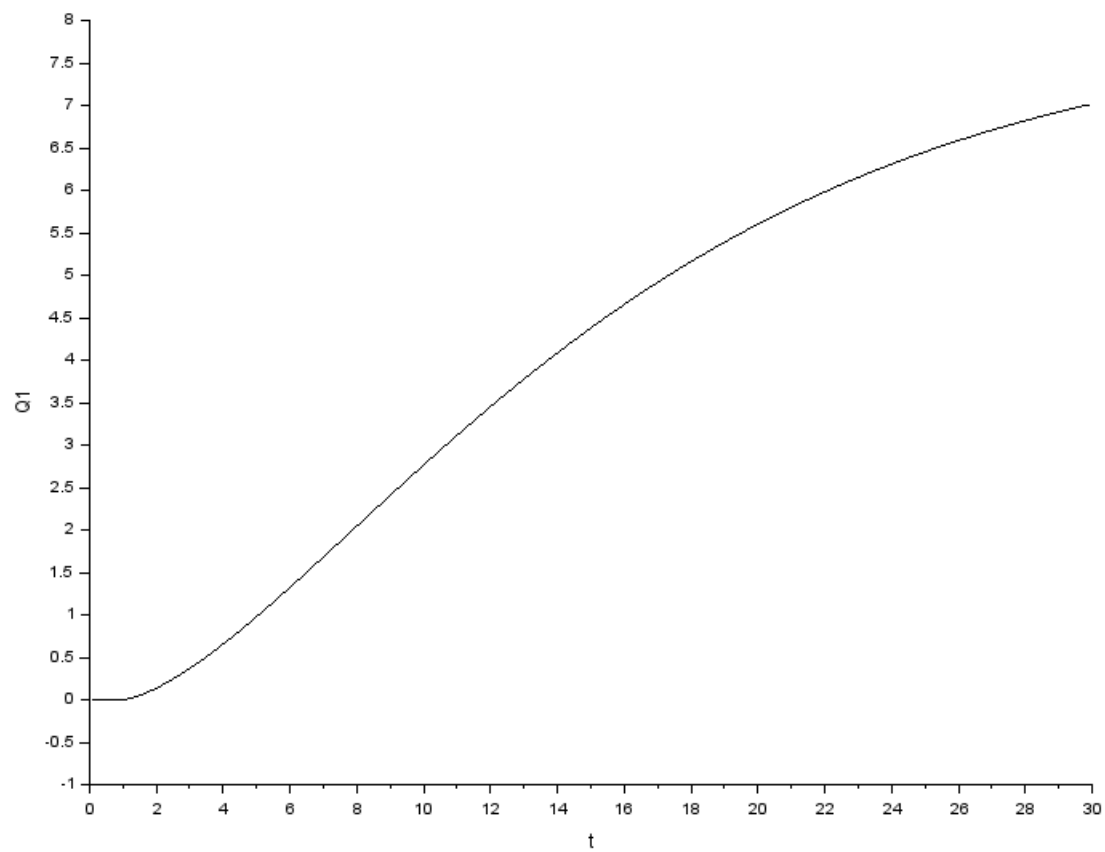


Рис. 15: График  $Q_1$  от  $t$

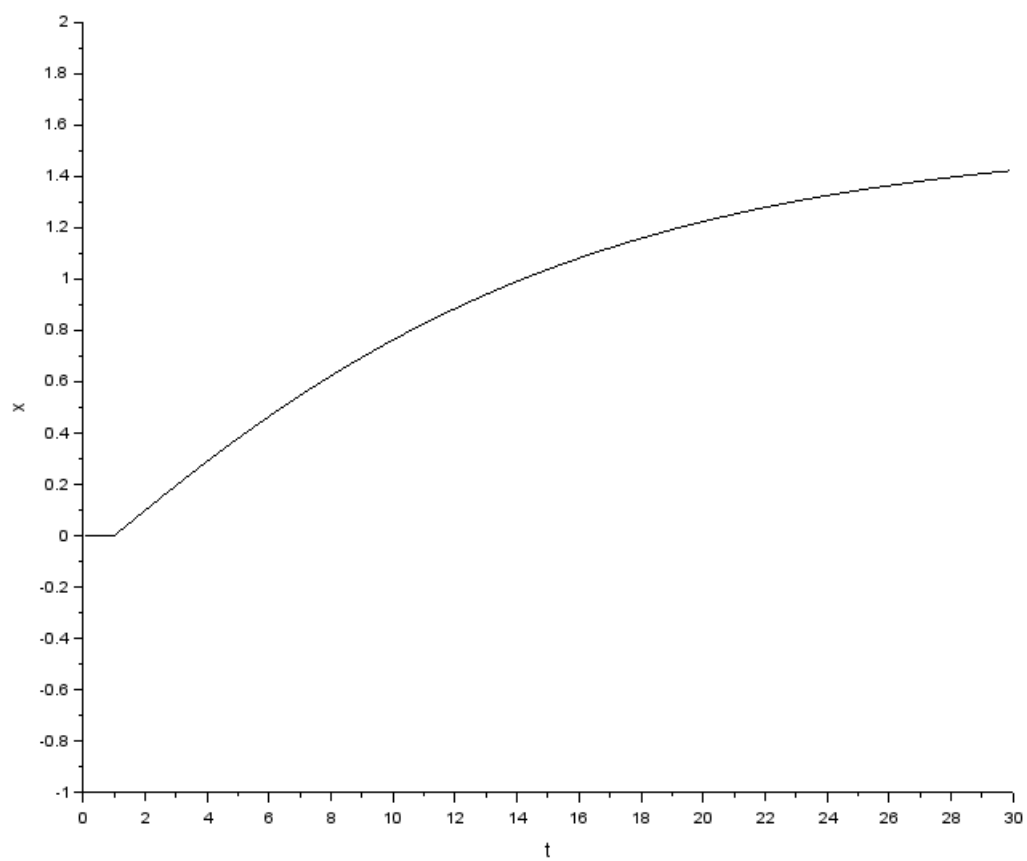


Рис. 16: График  $x$  от  $t$