

Programación Numérica en Geofísica

PNG

Andrés Sepúlveda

Departamento de Geofísica
Universidad de Concepción

06/07/2020

Anuncios

- Hoy: **Solución de EDO-ODE**

Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (EDO-ODE)

- Una “Ecuación Diferencial Ordinaria” (EDO, en inglés ODE) es una ecuación diferencial que relaciona la función de una variable, que en principio puede ser desconocida, con sus derivadas.
- Es una sola variable independiente la que se considera.
- Las “Ecuaciones Diferenciales Parciales” (EDP, en inglés, PDE) consideran derivadas parciales de varias variables.

Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (EDO-ODE)

Ejemplos



$$m \frac{d^2 u(t)}{dt^2} = F(t, u(t), \frac{du(t)}{dr})$$

- EDO de orden n

$$F(x, y, u', \dots, y^{(n-1)}) = y^{(n)}$$

- Para una EDO de orden n , se requieren n condiciones iniciales o de contorno.
- Matemáticamente uno se debería preocupar de la existencia y unicidad de las soluciones.

Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (EDO-ODE)

Soluciones

- Para resolver EDO's en Octave/Matlab hay dos pasos principales
 - ▶ Escribir la ecuación como una función.
 - ▶ Invocar una función que resuelva esta ecuación, **bajo ciertos criterios de convergencia.**
- Las funciones más comunes son
 - ▶ **lsode**
 - ▶ **ode45**
 - ▶ **ode23**
 - ▶ **dsolve**

Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (EDO-ODE)

Matlab

$$\frac{\partial y}{\partial t} = ay$$

```
syms a y(t)
eqn = diff(y,t) == a*y;

dsolve(eqn)

ans =
C1*exp(a*t)
```

Donde hay que obtener el valor de C2 usando condiciones iniciales/borde.

'syms' requires Symbolic Math Toolbox.

Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (EDO-ODE)

Matlab

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = ay$$

```
syms y(t) a
eqn = diff(y,t,2) == a*y;

ySol(t) = dsolve(eqn)

ySol(t) =
C1*exp(a^(1/2)*t) + C2*exp(-a^(1/2)*t)
```

Donde hay que obtener el valor de C5 y C6 usando condiciones iniciales/borde.

Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (EDO-ODE)

Matlab

$$\frac{\partial y}{\partial t} = ay$$

$$y(0) = 5$$

```
syms y(t) a  
eqn = diff(y,t) == a*y;
```

```
cond = y(0) == 5;
```

```
ySol(t) = dsolve(eqn,cond)
```

```
ySol(t) =  
5*exp(a*t)
```


Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (EDO-ODE)

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = ay$$

$$y(0) = b$$

$$y'(0) = 1$$

```
syms y(t) a b
eqn = diff(y,t,2) == a^2*y;
Dy = diff(y,t);
```

```
cond = [y(0)==b, Dy(0)==1];
```

```
ySol(t) = dsolve(eqn,cond)
```

```
ySol(t) =
(exp(a*t)*(a*b + 1))/(2*a) + (exp(-a*t)*(a*b - 1))/(2*a)
```

Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (EDO-ODE)

Sistemas de Ecuaciones

$$\frac{\partial y}{\partial t} = z$$

$$\frac{\partial z}{\partial t} = -y$$

```
syms y(t) z(t)
eqns = [diff(y,t)==z, diff(z,t)==-y];

sol = dsolve(eqns)

sol = struct with fields:
    z: [1x1 sym]
    y: [1x1 sym]

soly(t) = sol.y
soly(t) =
C2*cos(t) + C1*sin(t)
solz(t) = sol.z
solz(t) =
C1*cos(t) - C2*sin(t)
```

Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (EDO-ODE)

ode45 Resolver $\frac{dy}{dx} = xy^2 + y$, con $y(0) = 1$ entre $x=[0,0.5]$.

```
f=inline('x*y^2+y')
```

```
f =
```

```
Inline function:
```

```
f(x,y) = x*y^2+y
```

```
[x,y]=ode45(f,[0 .5],1)
```

```
plot(x,y)
```

Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (EDO-ODE)

