

# Taipuman laskenta integroimalla momentin funktio toiseen kertaan

Ville PekkaLa, 25.2.2025

## Pistekuorma

$R_y, \phi_y$   
 $T_z, d_z$   
 $M(x) = T_x x + R_y - q x$   
 $EI u''(x) = M(x)$   
 $EI u' = \int M(x) dx$   
 $\int M(x) dx = T_x x^2/2 + R_y x - qx^2/2$   
 $\int \int M(x) dx = T_x x^3/6 + R_y x^2/2 - qx^3/6 + C_1 x + C_2$

Taipuman arvo pisteessä x

$$EI u''(x) = M(x)$$

$$EI u' = \int M(x) dx \quad (C_1 = \text{kiertymä } \phi_y \cdot EI, C_2 = \text{siirtymä } d_z \cdot EI)$$

Kiertymän arvo pisteessä x

$$EI u'(x) = M(x)$$

$$EI u = \int M(x) dx \quad (C_1 = \text{kiertymä } \phi_y \cdot EI)$$

## Viivakuorma koko palkin pituudella

$T_x$   
 $M(x) = T_x x + R_y - qx^2/2$   
 $EI u'' = \int M(x) dx$   
 $\int M(x) dx = T_x x^2/2 + R_y x - qx^3/6 + C_1$   
 $\int \int M(x) dx = T_x x^3/6 + R_y x^2/2 - qx^4/24 + C_1 x + C_2$

## Tilanne, jossa kuorma ei ala elementin alusta ja loppuu ennen pistettä x

$L_1, L_{i1}$   
 $L_s$   
 $L_e$   
 $L_1 = L_e - L_s$   
 $L_{i1} = x - L_e$   
 $M(x) = T_x x + R_y - q(x - L_s)^2/2 + q L_1^2/2$   
 $EI u'' = \int M(x) dx$   
 $\int \int M(x) dx = T_x x^3/6 + R_y x^2/2 - q(x - L_s)^4/24 + q L_1^4/24 + C_1 x + C_2$

## Kolmiokuorma, kuorma kasvaa x-suuntaan

$L_1, L_{i1}$   
 $L_s$   
 $L_e$   
 $L_1 = L_e - L_s$   
 $L_{i1} = x - L_s$   
 $M(x) = T_x x + R_y - \frac{S}{L_1} (x - L_s)^3 \frac{1}{3} \frac{1}{2} + \frac{S}{L_1} (x - L_s)^2 \frac{2}{2} + \frac{S}{L_1} (x - L_s) \frac{1}{3} \frac{1}{2} + \frac{S}{L_1} (x - L_s)^5 \frac{1}{(4 \cdot 5 \cdot 6)} + \frac{S}{L_1} (x - L_s)^4 \frac{2}{24} + \frac{S}{L_1} (x - L_s)^5 \frac{1}{(4 \cdot 5 \cdot 6)} + C_1 x + C_2$

$S$   
 $S \cdot (x - L_s) / L_1$

$\Rightarrow S/L_1 \cdot (x - L_s)^3 \cdot 1/6$ , kuorma  
 Imaginäärikuorma, tasainen kuorma  
 $\Rightarrow S/L_1 \cdot (x - L_s)^3 \cdot 1/6$ , imaginäärikuorma, kolmiokuorma

## Kolmiokuorma, kuorma pienenee x-suuntaan

$L_1, L_{i1}$   
 $L_s$   
 $L_e$   
 $L_1 = L_e - L_s$   
 $L_{i1} = x - L_e$   
 $M(x) = T_x x + R_y - \frac{S}{L_1} (x - L_s)^3 \frac{2}{3} \frac{1}{2} - \frac{S}{L_1} (x - L_s)^2 \frac{1}{3} \frac{1}{2} + \frac{S}{L_1} (x - L_s) \frac{1}{3} \frac{1}{2} - \frac{S}{L_1} (x - L_s)^5 \frac{2}{(4 \cdot 5 \cdot 6)} - \frac{S}{L_1} (x - L_s)^4 \frac{1}{(2 \cdot 4 \cdot 5)} - \frac{S}{L_1} (x - L_s)^5 \frac{1}{(3 \cdot 4 \cdot 2)} + C_1 x + C_2$

## Tilanne, jossa kuorma ei ala elementin alusta ja loppuu ennen pistettä x

$S/L_1 \cdot (x - L_s)$   
 $S$   
 $L_e$   
 $L_s$   
 $M(x) = T_x x + R_y - \frac{S}{L_1} (x - L_s)^2 \frac{2}{(4 \cdot 5 \cdot 6)} + \frac{S}{L_1} (x - L_s)^5 \frac{2}{(2 \cdot 4 \cdot 5)}$   
 $\Rightarrow S/L_1 \cdot (x - L_s)^3 \cdot 2/6$ , kuorma  
 $\Rightarrow S/L_1 \cdot (x - L_s)^3 \cdot 1/6$ , imaginäärikuorma, kolmiokuorma  
 $\Rightarrow S/L_1 \cdot (x - L_s)^3 \cdot 2/2 - S \cdot (x - L_s)^2/2$ , imaginäärikuorma, tasainen kuorma

$\Rightarrow S/L_1 \cdot (x - L_s)^3 \cdot 2/6$ , kuorma  
 $\Rightarrow S/L_1 \cdot (x - L_s)^3 \cdot 1/6$ , imaginäärikuorma, kolmiokuorma  
 $\Rightarrow S/L_1 \cdot (x - L_s)^3 \cdot 2/2 - S \cdot (x - L_s)^2/2$ , imaginäärikuorma, tasainen kuorma