

Chapitre 3 : Généralités sur les suites

I/ Définition et modes de génération

I/ Définition et modes de génération

Définitions :

Une **suite numérique** est une « liste » de nombres infinie. On appelle **terme** de rang $n \in \mathbb{N}$ le n -ième nombre de cette liste.

Définitions :

Une **suite numérique** est une « liste » de nombres infinie. On appelle **terme** de rang $n \in \mathbb{N}$ le n -ième nombre de cette liste.

Exemple :

Voici les 4 premiers termes d'une suite appelée (u_n) :

$$u_0 = 7 \quad u_1 = -2 \quad u_2 = 26 \quad u_3 = 16$$

Remarques :

- On peut considérer qu'une suite est une **fonction** définie sur \mathbb{N} à valeurs dans \mathbb{R} .
- u_n est le terme de rang n tandis que (u_n) est la suite.
- On peut aussi commencer la suite à partir d'un rang autre que 0. Ex : (u_n) définie à partir de $u_7 = 3$.

Définition :

Une suite (u_n) peut être générée **explicitement**, i.e. en fonction de n .

Définition :

Une suite (u_n) peut être générée **explicitement**, i.e. en fonction de n .

Exemple :

Soit (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = n^2 + 3$.

- $u_0 = 0^2 + 3 = 3$
- $u_1 = 1^2 + 3 = 4$
- $u_2 = 2^2 + 3 = 7$

Définition :

Une suite (u_n) peut être générée **par récurrence**, i.e. que u_{n+1} est calculé à partir du terme précédent u_n .

Définition :

Une suite (u_n) peut être générée par récurrence, i.e. que u_{n+1} est calculé à partir du terme précédent u_n .

Exemple :

Soit (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_0 = 4$ et $u_{n+1} = 3u_n - 2$.

- $u_1 = 3 \times u_0 - 2 = 10$
- $u_2 = 3 \times u_1 - 2 = 28$
- $u_3 = 3 \times u_2 - 2 = 82$

II/ Comportement d'une suite

1) Variations

II/ Comportement d'une suite

1) Variations

Définitions :

Soit (u_n) une suite définie sur \mathbb{N} .

- ↗ (u_n) est **croissante** si pour tout $n \in \mathbb{N}$ $u_{n+1} \geq u_n$
- ↘ (u_n) est **décroissante** si pour tout $n \in \mathbb{N}$ $u_{n+1} \leq u_n$
- (u_n) est **constante** si pour tout $n \in \mathbb{N}$ $u_{n+1} = u_n$

Remarque :

On parle de suite **strictement (dé)croissante** lorsque les inégalités sont strictes, i.e. avec les symboles < et >.

Propriétés : Méthodes d'étude de variation



Sans aucune condition sur la suite (u_n) :

$$(u_n) \text{ croissante} \iff \forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+1} - u_n \geqslant 0$$



Si pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a $u_n > 0$ alors :

$$(u_n) \text{ croissante} \iff \forall n \in \mathbb{N} \quad \frac{u_{n+1}}{u_n} \geqslant 1$$



Si pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a $u_n = f(n)$ alors :

$$(u_n) \text{ croissante} \iff f \text{ croissante}$$

2) Représentation graphique

2) Représentation graphique

Une suite (u_n) définie sur \mathbb{N} est représentée par l'ensemble $\left\{(n; u_n)\right\}_{n \in \mathbb{N}}$ de points du plan.

Une suite (u_n) définie sur \mathbb{N} est représentée par
l'ensemble $\{(n; u_n)\}_{n \in \mathbb{N}}$ de points du plan.

On peut aussi représenter chaque terme u_n sur la droite numérique.

On peut aussi représenter chaque terme u_n sur la droite numérique.

3) Limite d'une suite

3) Limite d'une suite

Définition :

Étudier la limite d'une suite, c'est étudier le comportement de la suite lorsque n tend vers l'infini, i.e. lorsque $n \rightarrow +\infty$.

Dans ce cours, nous ne ferons qu'étudier *intuitivement* la notion de limite.

❀ Fin de chapitre ❀