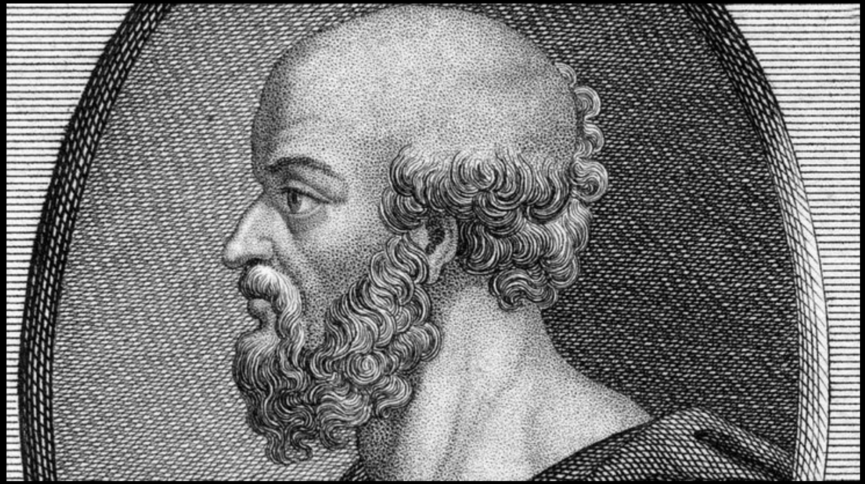
Chapitre 2 : Trigonométrie

Lycée Marcelin Berthelot – Aymé Petit

Point étymologique

Point étymologique

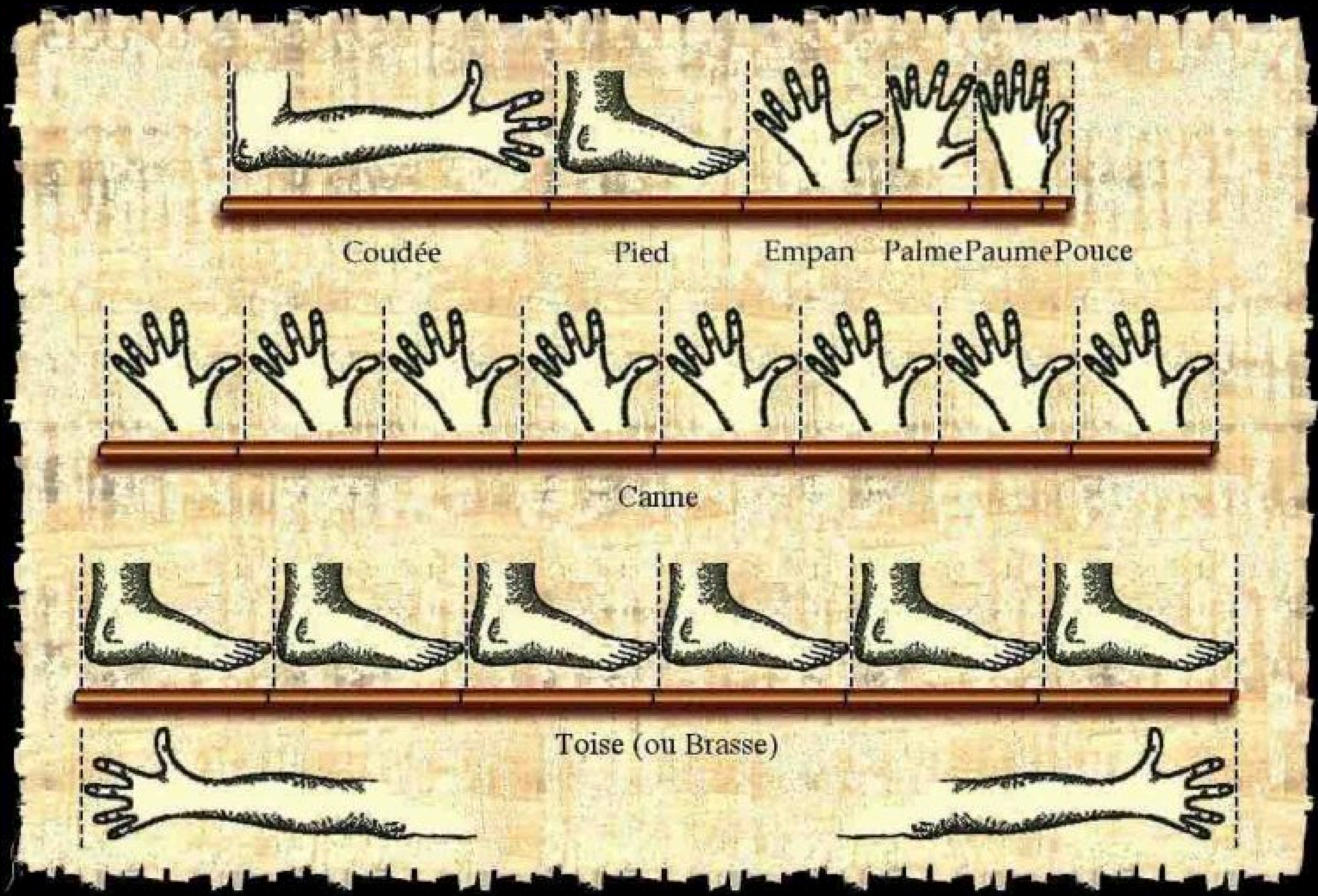
Trigonométrie vient du grec *trìgônos* (triangulaire) et *métron* (mesure).



Ératosthène (de Cyrène), né en -276 avant J.C., utilise la **trigonométrie** pour déterminer la circonférence de la Terre avec 3% d'erreur !

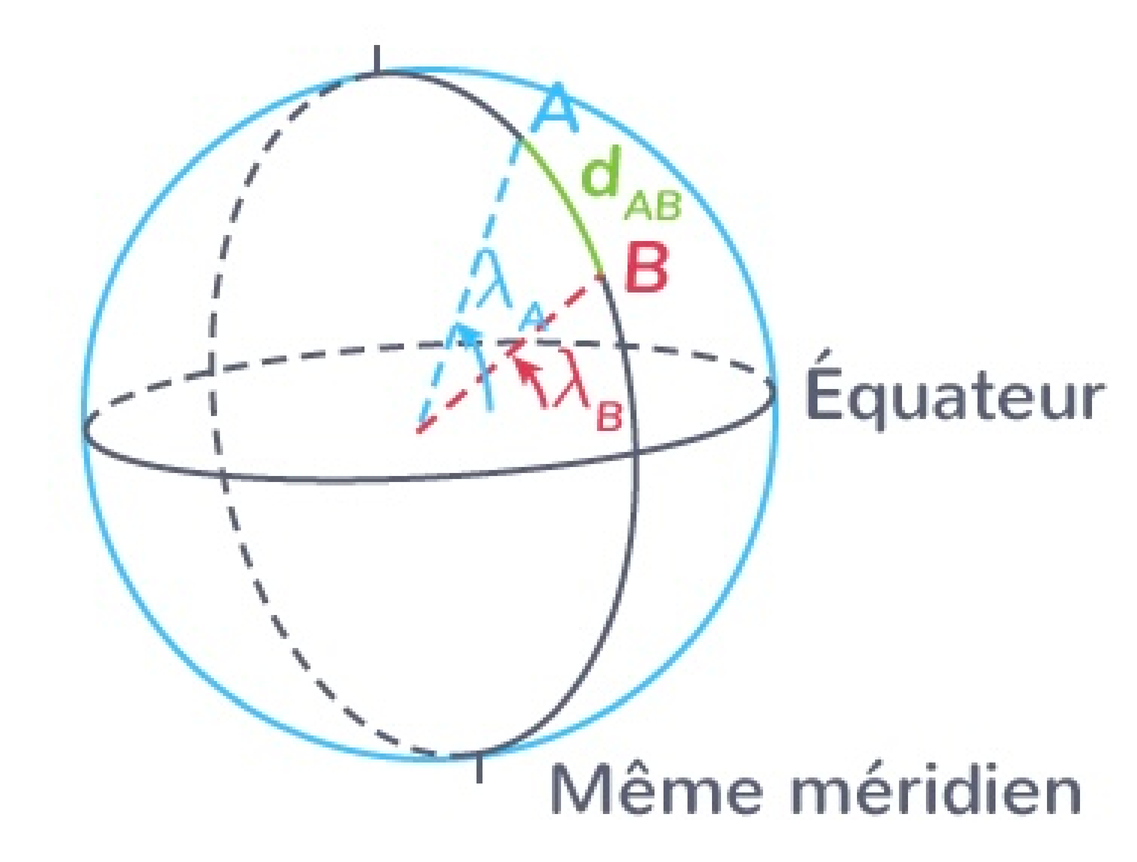
En France, à la fin de la révolution, il n'y a pas d'unité de mesure universelle !

En France, à la fin de la révolution, il n'y a pas d'unité de mesure universelle !

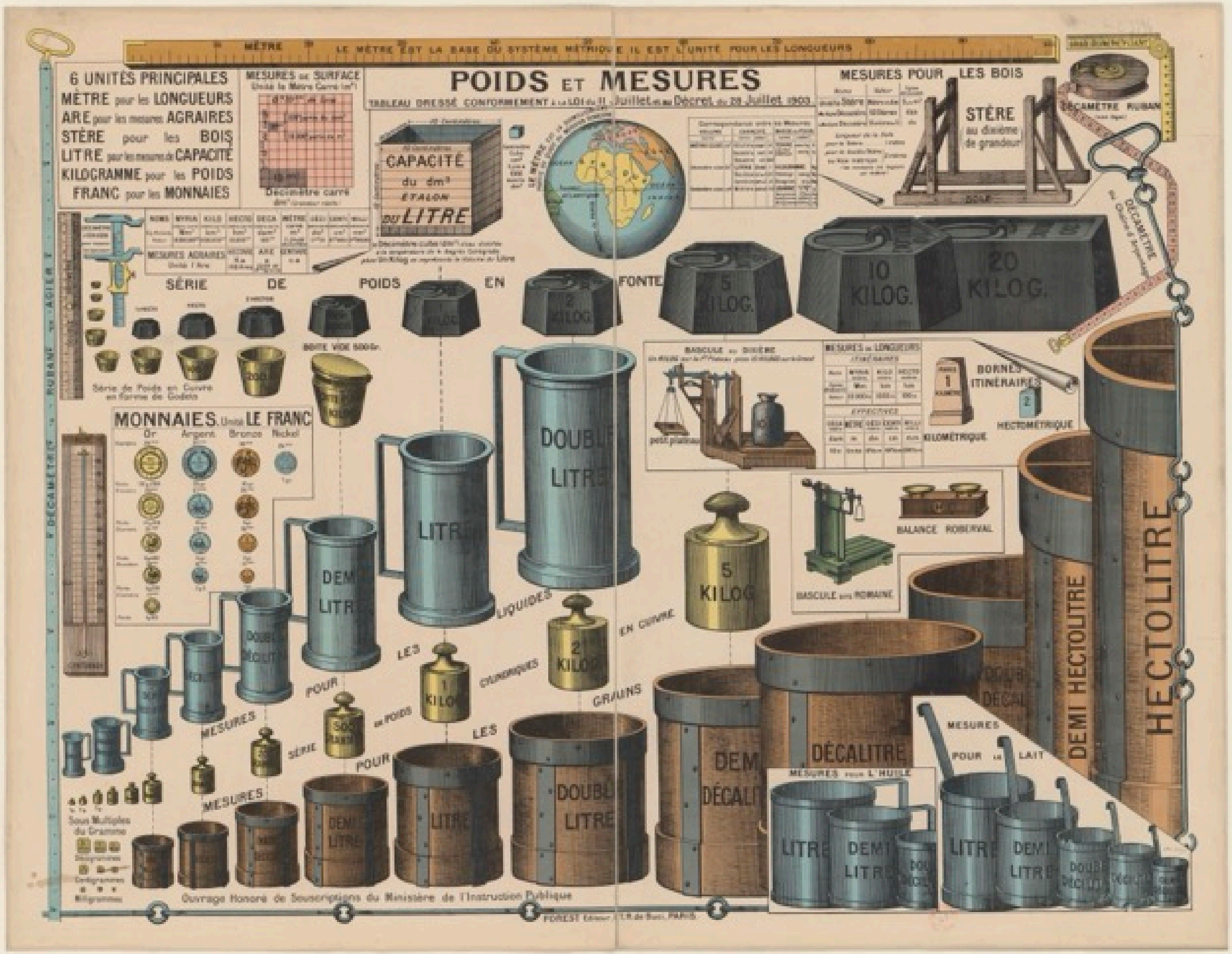


Delambre

Méchain


A
d_{AB}
B
λ_A
λ_B
Équateur
Même méridien

Condorcet : « *Une mesure pour tous les Hommes et tous les temps*. »



MÈTRE
LE MÈTRE EST LA BASE DU SYSTÈME MÉTRIQUE IL EST L'UNITÉ POUR LES LONGUEURS
POIDS ET MESURES
TABLEAU DRESSÉ CONFORMÉMENT à la LOI du 11 Juillet et au Décret du 28 Juillet 1903
6 UNITÉS PRINCIPALES
MÈTRE pour les LONGUEURS
ARE pour les mesures AGRAIRES
STÈRE pour les BOIS
LITRE pour les mesures de CAPACITÉ
KILOGRAMME pour les POIDS
FRANC pour les MONNAIES
MESURES de SURFACE
Décimètre carré
CAPACITÉ du dm³ ÉTALON DU LITRE
MESURES AGRAIRES
MESURES POUR LES BOIS
STÈRE
DÉCAMÈTRE RUBAN
SÉRIE DE POIDS EN FONTE
5 KILOG.
10 KILOG.
20 KILOG.
BOITE VIDE 500 Gr.
Série de Poids en Cuivre en forme de Godets
MONNAIES. Unité LE FRANC
Or Argent Bronze Nickel
DOUBLE LITRE
LITRE
DEMI LITRE
BASCULE au DIXIÈME
MESURES de LONGUEURS
BORNES ITINÉRAIRES
HECTOMÉTRIQUE
KILOMÉTRIQUE
BALANCE ROBERVAL
BASCULE dite ROMAINE
5 KILOG
2 KILOG
1 KILOG
MESURES POUR LES LIQUIDES
SÉRIE de POIDS CYLINDRIQUES EN CUIVRE
MESURES POUR LES GRAINS
HECTOLITRE
DEMI HECTOLITRE
DOUBLE DÉCALITRE
DÉCALITRE
DEMI DÉCALITRE
DOUBLE LITRE
MESURES POUR LE LAIT
MESURES POUR L'HUILE
Sous Multiples du Gramme
DÉCAMÈTRE RUBAN D'ACIER
Ouvrage Honoré de Souscriptions du Ministère de l'Instruction Publique
FOREST Éditeur, PARIS.

I/ Cercle trigonométrique & radian

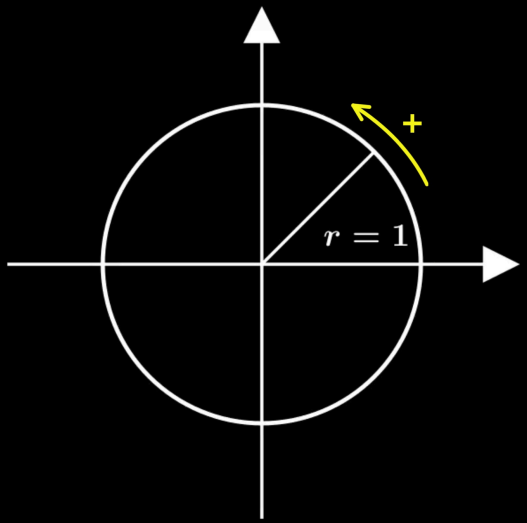
1) Le cercle et la droite des réels

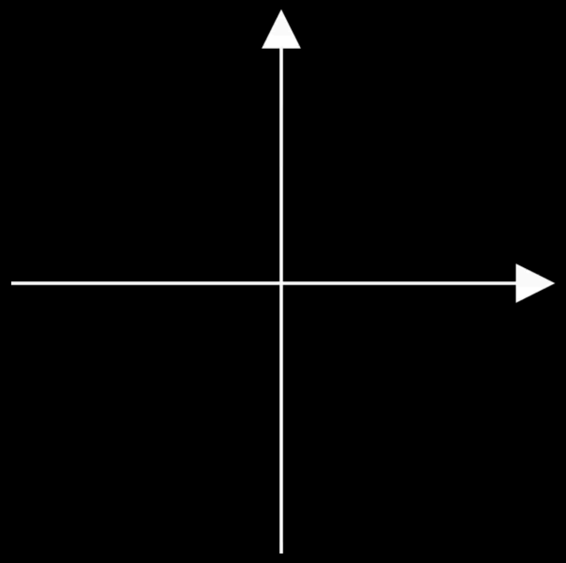
1) Le cercle et la droite des réels

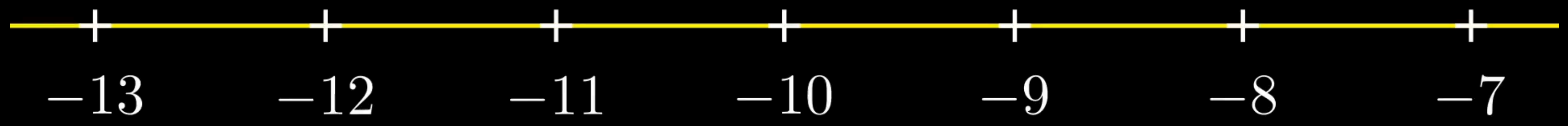
Définition :

Le **cercle trigonométrique** est le cercle $\mathcal{C}$ du repère orthonormé centré en $(0;0)$ et de rayon 1.

Il est **orienté** dans le sens anti-horaire, appelé **sens trigonométrique** (ou sens direct).

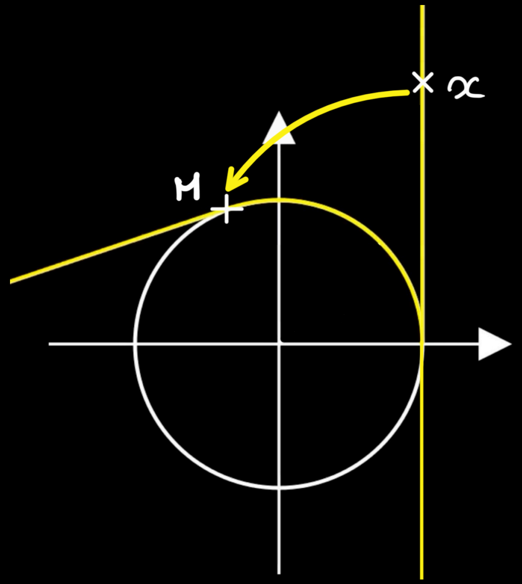





−13
−12
−11
−10
−9
−8
−7

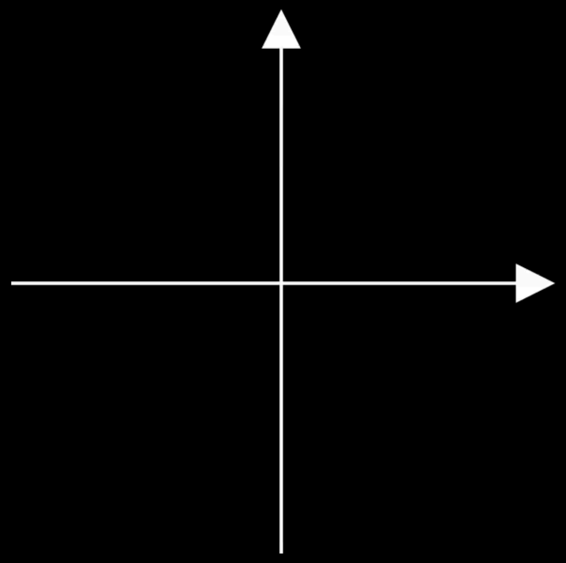
Définition :

À tout réel x correspond un unique point M sur le cercle $\mathcal{C}$, appelé **point image** de x par enroulement de la droite des réels sur le cercle.



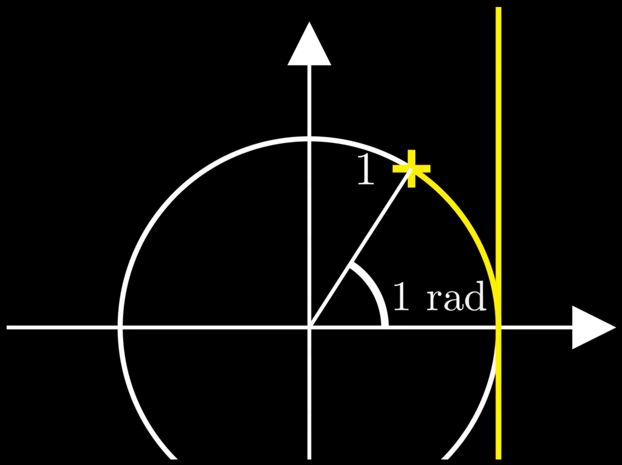
Propriété :

Deux réels x et x' ont le même point image sur $\mathcal{C}$ si et seulement s'il existe $k \in \mathbb{Z}$ tel que $\boxed{x = x' + 2k\pi}$.



Définition :

Le **radian** (rad) est la mesure d'un angle qui intercepte $\mathcal{C}$ sur un arc de longueur 1. On a $1\,\mathbf{rad} \approx 57{,}3°$.

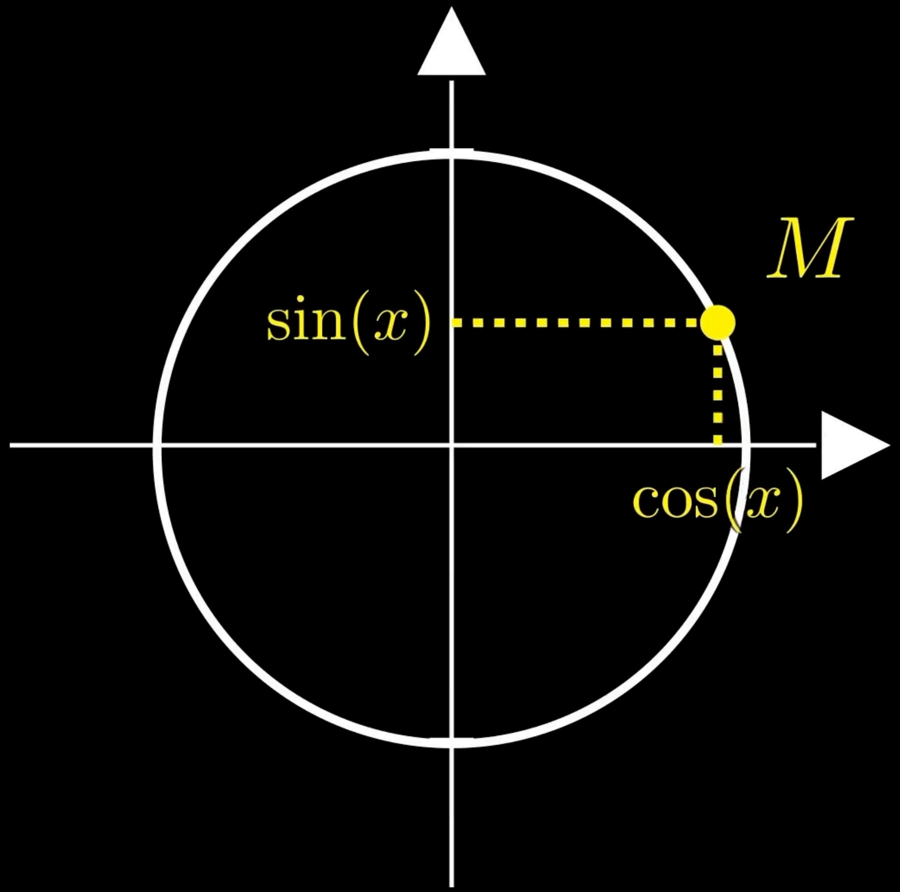


Compléter le tableau suivant :

Angle en degré	0	30	45	60	90	180	360
Angle en radian							

Dans la suite du cours, tous les angles seront donnés en radian.

II/ Cosinus et sinus d'un réel



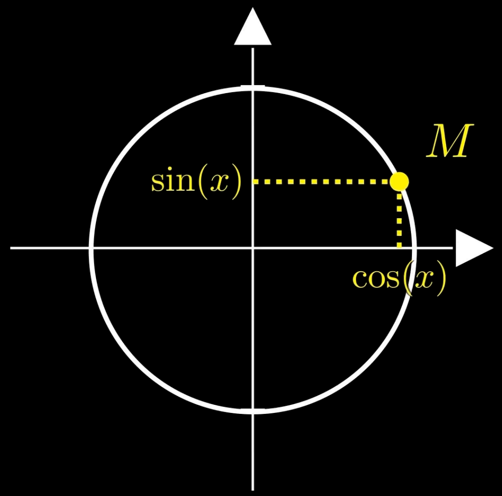
II/ Cosinus et sinus d'un réel

Définitions :

Soit $x \in \mathbb{R}$ ayant M pour p^t image sur $\mathcal{C}$.

- L'abscisse de M est le **cosinus** de x, noté $\cos(x)$.
- L'ordonnée de M est le **sinus** de x, noté $\sin(x)$.

Autrement dit : $M\left(\cos x\ ;\ \sin x\right)$.



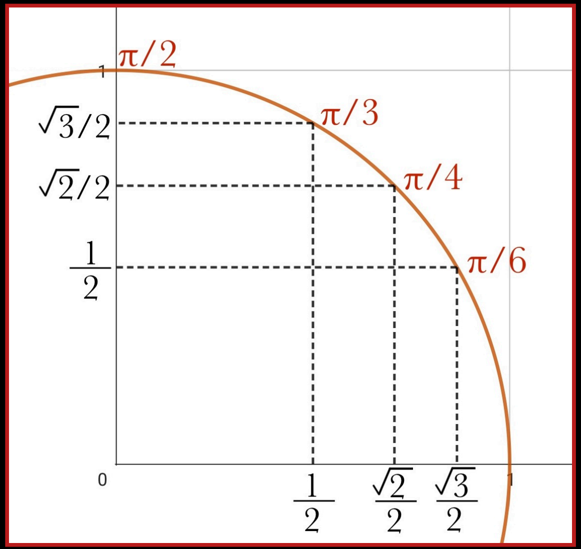
Propriété :

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a les propriétés suivantes :

$$-1 \leqslant \cos(x) \leqslant 1 \quad -1 \leqslant \sin(x) \leqslant 1 \quad \cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$$

Valeurs remarquables à connaître

Angle	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\cos(x)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\sin(x)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1



III/ Fonctions trigonométriques

III/ Fonctions trigonométriques

Définition :

La fonction $\begin{cases}\textbf{cosinus}\\ \textbf{sinus}\end{cases}$ est la fonction $\begin{cases} x \longmapsto \cos(x) \\ x \longmapsto \sin(x)\end{cases}$ définie sur $\mathbb{R}$.

Les représentations graphiques des fonctions **cos** et **sin** sont des **sinusoïdes**.

Définition :

Une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ est dite **T-périodique** avec $T > 0$, lorsque pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$f(x+T) = f(x)$$

Définition :

Une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ est dite **T-périodique** avec $T > 0$, lorsque pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$f(x+T) = f(x)$$

Propriété :

Les fonctions cos et sin sont 2π-périodiques : pour tt $x \in \mathbb{R}$

$$\cos(x+2\pi) = \cos(x) \quad \text{et} \quad \sin(x+2\pi) = \sin(x).$$

Rappels :

Si f est définie sur $\mathbb{R}$, alors :

- f est **paire** lorsque pour tt $x \in \mathbb{R}$, $f(-x) = f(x)$;
- f est **impaire** lorsque pour tt $x \in \mathbb{R}$, $f(-x) = -f(x)$.

Propriété :

- La fonction cos est **paire** : $\cos(-x) = \cos(x)$.
- La fonction sin est **impaire** : $\sin(-x) = -\sin(x)$.

❧ Fin de chapitre ❧