

Monitor: Vinícius Gregorio Fucci

Gabarito Simulado de Cálculo 2

1. Calcule a área delimitada pela curva paramétrica no intervalo $t \in [0, \frac{\pi}{3}]$. (10 pts)

$$x(t) = 2 \cos t, \quad y(t) = 3 \sin t$$

Resposta

$$\frac{\pi}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{4}$$

2. Dada a curva paramétrica, qual o coeficiente angular da reta tangente à curva no instante $t = \frac{\pi}{2}$? (10 pts)

$$x(t) = (t + 1) \sin t, \quad y(t) = (t + 1) \cos t$$

Resposta

$$-\frac{\pi}{2} - 1$$

3. Qual o comprimento da função vetorial no intervalo $t \in [0, 2]$? (10 pts)

$$\mathbf{f}(t) = \left\langle \frac{e^{2t}}{2}, 2e^t, 2t \right\rangle$$

Resposta

$$\frac{e^4 + 7}{2}$$

4. (a) Transforme para coordenadas polares a equação cartesiana:

$$x^2 - y^2 = 1$$

(10 pts)

Resposta

$$R = \frac{1}{\sqrt{\cos(2\theta)}} \text{ para } R > 0, \quad R = -\frac{1}{\sqrt{\cos(2\theta)}} \text{ para } R < 0$$

(b) Transforme a equação polar abaixo para coordenadas cartesianas:

$$R = \frac{1}{\sin \theta \cos \theta}$$

(10 pts)

Resposta

$$x^2 y^2 - x^2 - y^2 = 0$$

5. Se existir, calcule o valor do limite. Caso não exista, justifique.

(a) $\lim_{(x,y) \rightarrow (2,3)} (x-2)^2 \cdot \sin^2\left(\frac{1}{y-3}\right)$ (10 pts)

Resposta

Existe, o limite é 0.

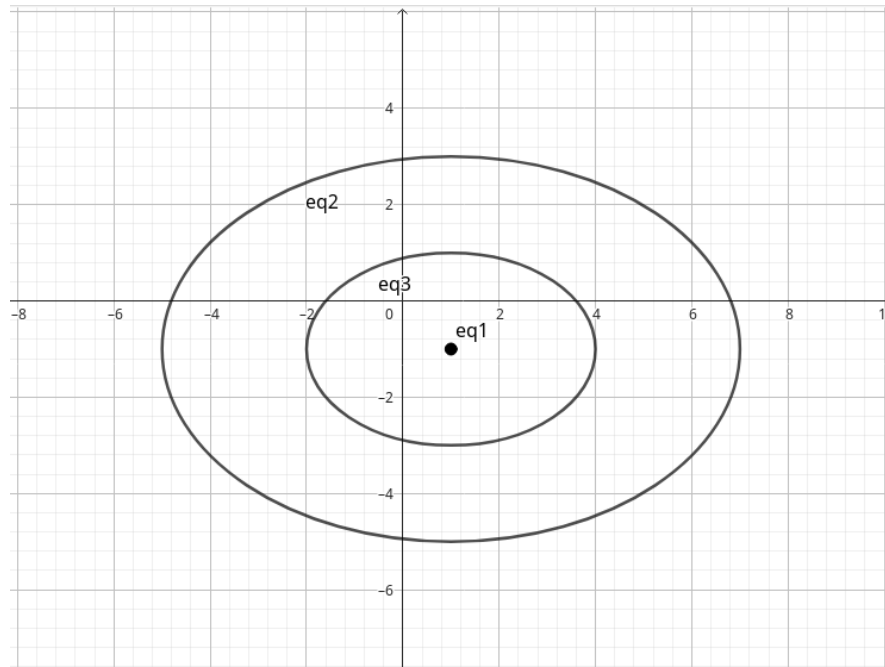
(b) $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,0)} \frac{xy}{x^2 + y^2 - 1}$ (10 pts)

Resposta

Não existe.

6. Desenhe as curvas de nível das seguintes funções:

(a) $f(x, y) = \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} - \frac{2x}{9} + \frac{y}{2} + \frac{49}{36}$, para os valores de $k = 1, 2, 5$. (10 pts)



Resposta

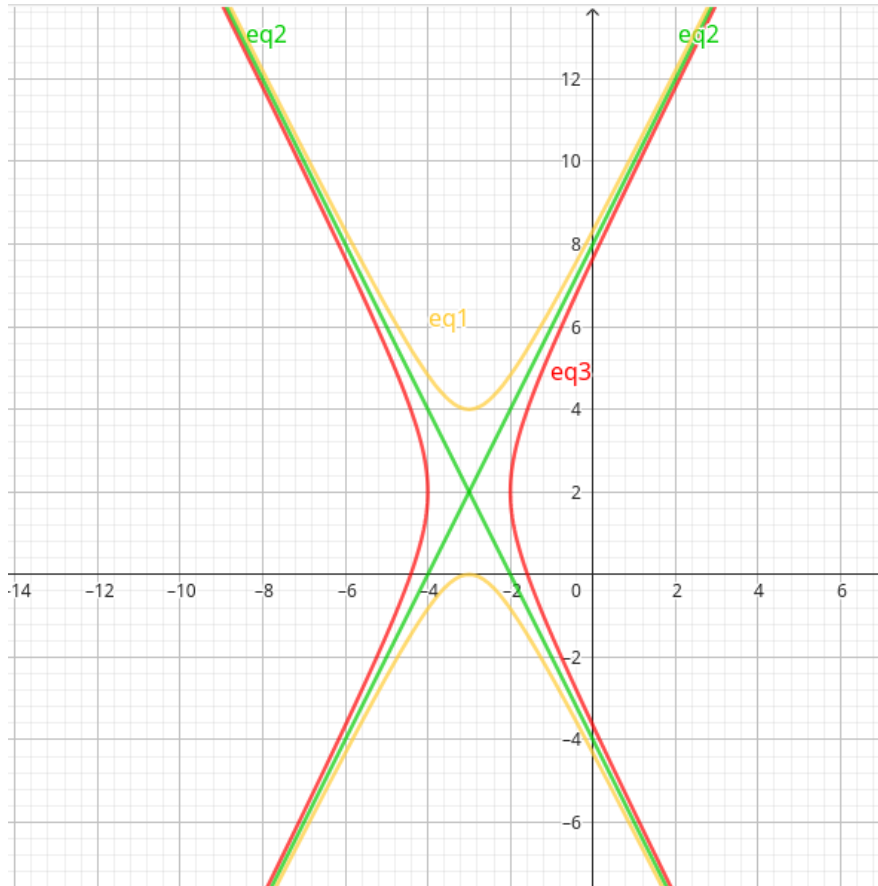
$$f(x, y) - 1 = \frac{(x-1)^2}{3^2} + \frac{(y+1)^2}{2^2}.$$

eq1 $k=1$ é o centro da elipse,

eq3 $k=2$ é elipse com $a=3$, $b=2$,

eq2 $k=5$ é elipse com $a=6$, $b=4$.

(b) $f(x, y) = x^2 - \frac{y^2}{4} + 6x + \frac{y}{2} + \frac{35}{4}$, para os valores de $k = -1, 0, 4$. (10 pts)



Resposta

$$f(x, y) = (x + 3)^2 - \frac{(y-2)^2}{2^2}.$$

eq1 $k=-1$: hipérbole com eixo x imaginário, $a=1$, $b=2$.

eq2 $k=0$: retas assíntotas da hipérbole.

eq3 $k=4$: hipérbole com eixo y imaginário, $a=2$, $b=4$.

7. Em quais pontos a hélice $\mathbf{r}(t) = \langle \sin t, \cos t, t \rangle$ intercepta a esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 5$? (10 pts)

Resposta

Pontos de interseção: $(\sin 2, \cos 2, 2)$ e $(\sin(-2), \cos(-2), -2)$