Вариант 1

1. Найти функцию Гамильтона системы H, если функция Лагранжа равна $L = \frac{\alpha_1}{2}\dot{x}^2 + \frac{\alpha_2}{2}\dot{y}^2 + \frac{\alpha_3}{2}\dot{z}^2 + \frac{\omega_1}{2}x\dot{y}^2 + \frac{\omega_2}{2}y\dot{x}^2$ (α_1, ω_1, α_2, ω_2, α_3 - постоянные).
2. Поле деформации упругой среды имеет вид: $\vec{u}(\vec{R}) = \vec{R}\cdot\cos^2\left(\frac{\pi\cdot R}{R_0}\right)$, где $\vec{R} = \overrightarrow{(x, y, z)}$ - радиус-вектор, $R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, R_0 = *const*. Определить относительное изменение объема в произвольной точке $\vec{R}$ и записать компоненты тензора напряжений. E – модуль Юнга. σ - коэффициент Пуассона.
3. Определить форму прогиба стержня под влиянием приложенной к его середине сосредоточенной силы ***f***. Левый конец стержня заделан (z = 0), правый (z = l) - оперт. Изгиб стержня считать малым. Момент инерции ***I***. Модуль Юнга ***E***. В качестве ответа достаточно записать решение на отрезке от $\boldsymbol{0 \le z \le l/2}$.

Вариант 2

1. Найти функцию Гамильтона системы H, если функция Лагранжа равна $L = \frac{\alpha_1}{2}\dot{x}^2 + \frac{\alpha_2}{2}\dot{y}^2 + \frac{\alpha_3}{2}\dot{z}^2 + \frac{\omega_1}{2}y\dot{x}^2 + \frac{\omega_2}{2}x\dot{y}^2$ (α_1, ω_1, α_2, ω_2, α_3 - постоянные).
2. Поле деформации упругой среды имеет вид: $\vec{u}(\vec{R}) = \vec{R}\cdot\sin\left(\frac{\pi\cdot R}{R_0}\right)$, где $\vec{R} = \overrightarrow{(x, y, z)}$ - радиус-вектор, $R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, R_0 = *const*. Определить относительное изменение объема в произвольной точке $\vec{R}$ и записать компоненты тензора напряжений. E – модуль Юнга. σ - коэффициент Пуассона.
3. Определить форму прогиба стержня под влиянием приложенной к его середине сосредоточенной силы ***f***. Оба конца стержня шарнирно закреплены. Изгиб стержня считать малым. Момент инерции ***I***. Модуль Юнга ***E***. В качестве ответа достаточно записать решение на отрезке от $\boldsymbol{0 \le z \le l/2}$.

Вариант 3

1. Найти функцию Гамильтона системы H, если функция Лагранжа равна $L = \frac{\alpha}{2}\dot{x}^2 + \gamma\dot{x}\dot{y}$ (α, γ - постоянные).
2. Поле деформации упругой среды имеет вид: $\vec{u}(\vec{R}) = \vec{R}\cdot\sin^2\left(\frac{\pi\cdot R}{R_0}\right)$, где $\vec{R} = \overrightarrow{(x, y, z)}$ - радиус-вектор, $R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, R_0 = *const*. Определить относительное изменение объема в произвольной точке $\vec{r}$ и записать компоненты тензора напряжений. E – модуль Юнга. σ - коэффициент Пуассона.
3. Определить форму прогиба стержня длины ***l*** под влиянием собственного веса. Один конец (***z*** = ***l***) заделан, второй (***z*** = ***0***) шарнирно закреплен. Изгиб стержня считать малым. Линейная плотность стержня $\boldsymbol{\lambda}$. Момент инерции ***I***. Модуль Юнга ***E***. Ускорение свободного падения ***g***.

Вариант 4

1. Найти функцию Гамильтона системы *H*, если функция Лагранжа равна $L = \frac{\alpha}{2}\dot{y}^2 + \gamma\dot{x}\dot{y}$ (α, γ - постоянные).
2. Поле деформаций упругой среды имеет вид: $\vec{u}(\vec{R}) = \vec{R}\cdot e^{-R/a}$; ***a = const***, $R = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$, $\vec{R} = \left(\overrightarrow{x, y, z}\right)$. Определить относительное изменение объема в произвольной точке $\vec{R}$ и записать компоненты тензора напряжений. ***E*** – модуль Юнга. $\boldsymbol{\sigma}$ - коэффициент Пуассона.
3. Определить форму прогиба стержня длины ***l*** под влиянием собственного веса. Один конец (***z = 0***) заделан, второй (***z = l***) свободен. Изгиб стержня считать малым. Линейная плотность стержня $\boldsymbol{\lambda}$. Момент инерции ***I***. Модуль Юнга ***E***. Ускорение свободного падения ***g***.

Вариант 5

1. Найти функцию Лагранжа *L* системы, если функция Гамильтона равна $H = \frac{p_x^2}{2(\alpha_1+\omega_2 y)} + \frac{p_y^2}{2(\alpha_2+\omega_1 x)} + \frac{p_z^2}{2\alpha_3}$ (α_1, ω_1, α_2, ω_2, α_3 - постоянные).
2. Поле деформации упругого тела имеет вид: $u_x = u_y = \alpha\cdot(x^2+y^2)$, $u_z = \beta\cdot(x^2+y^2)\cdot z$, $\boldsymbol{\alpha}$ и $\boldsymbol{\beta}$ - постоянные. Определить относительное изменение объема в произвольной точке $\vec{R}$ и записать компоненты тензора напряжений. ***E*** – модуль Юнга. $\boldsymbol{\sigma}$ - коэффициент Пуассона.
3. Определить форму прогиба стержня длины ***l*** под влиянием собственного веса. Оба конца стержня шарнирно закреплены. Изгиб стержня считать малым. Линейная плотность стержня $\boldsymbol{\lambda}$. Момент инерции ***I***. Модуль Юнга ***E***. Ускорение свободного падения ***g***.

Вариант 6

1. Найти функцию Лагранжа ***L*** системы, если функция Гамильтона равна $H = \frac{p_x^2}{2(\alpha_1+\omega_1 y)} + \frac{p_y^2}{2(\alpha_2+\omega_2 x)} + \frac{p_z^2}{2\alpha_3}$ (α_1, ω_1, α_2, ω_2, α_3 - постоянные).
2. Поле деформации однородно деформированного стержня имеет вид: $u_x = -\alpha\cdot x\cdot\sigma$, $u_y = -\alpha\cdot y\cdot\sigma$, $u_z = \alpha\cdot z$, где $\boldsymbol{\sigma}$ - коэффициент Пуассона, $\boldsymbol{\alpha}$ ***= const > 0***. Определить модуль Юнга, если известна величина растягивающего давления Р и константа $\boldsymbol{\alpha}$.
3. Определить форму прогиба стержня длины ***l*** под влиянием собственного веса (стержень занимает отрезок оси $\boldsymbol{0 \le z \le l}$). Оба конца стержня заделаны. Изгиб стержня считать малым. Линейная плотность стержня меняется по закону $\lambda = \lambda_0 \sin\left(\frac{\pi z}{l}\right)$. Момент инерции ***I***. Модуль Юнга ***E***. Ускорение свободного падения ***g***.

Вариант 7

1. Найти функцию Лагранжа ***L*** системы, если функция Гамильтона равна $H = \frac{p_x p_y}{\gamma} - \frac{\alpha\ p_y^2}{2\gamma^2}$ (α, γ - постоянные).
2. Поле деформации однородно деформированного стержня в цилиндрических координатах имеет вид: $u_r=\alpha\cdot r\cdot z$, $u_\varphi=0$, $u_z=\beta\cdot r\cdot z^2$. α *и* β - постоянные. σ - коэффициент Пуассона E – модуль Юнга. Определить относительное изменение объема в этой точке и записать компоненты тензора напряжений.
3. Определить форму прогиба стержня длины $\boldsymbol{l}$ под влиянием собственного веса (стержень занимает отрезок оси $\boldsymbol{0 \le z \le l}$). Оба конца стержня заделаны. Изгиб стержня считать малым. Линейная плотность стержня меняется по закону $\lambda = \lambda_0 \sin\left(\frac{2\pi z}{l}\right)$. Момент инерции $\boldsymbol{I}$. Модуль Юнга $\boldsymbol{E}$. Ускорение свободного падения $\boldsymbol{g}$.

Вариант 8

1. Найти функцию Лагранжа L системы, если функция Гамильтона равна $H = \frac{p_x p_y}{\gamma} - \frac{\alpha\ p_x^2}{2\gamma^2}$ (α, γ - постоянные).
2. Поле деформации однородно деформированного стержня в цилиндрических координатах имеет вид: $u_r=\alpha\cdot r\cdot z$, $u_\varphi=\gamma\cdot\varphi$, $u_z=\beta\cdot r\cdot z$. α *и* β - постоянные. σ - коэффициент Пуассона E – модуль Юнга. Определить относительное изменение объема в этой точке и записать компоненты тензора напряжений.
3. Определить форму прогиба стержня длины $\boldsymbol{l}$ под влиянием собственного веса (стержень занимает отрезок оси $\boldsymbol{0 \le z \le l}$). Оба конца стержня заделаны. Изгиб стержня считать малым. Линейная плотность стержня меняется по закону $\lambda = \lambda_0 \sin\left(\frac{\pi z}{2l}\right)$. Момент инерции $\boldsymbol{I}$. Модуль Юнга $\boldsymbol{E}$. Ускорение свободного падения $\boldsymbol{g}$.